

中等专业学校教材

水利工程概论

黄河水利学校 唐正乾 主编

水利电力出版社

中等专业学校教材

本书是根据教育部《中等专业学校水利专业教学大纲》编写的。全书共分五章，主要介绍水利工程的概况、水利工程的组成、水利工程的分类、水利工程的规划、水利工程的施工等。本书可作为中等专业学校水利专业教材，也可供从事水利工作的工程技术人员参考。

水利工程概论

黄河水利学校 唐正乾 主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书系为中等水利学校陆地水文、工程地质和工程测量等专业编写的试用教材。主要内容包括：农田水利和水力发电，水利枢纽的规划，闸坝等水工建筑物的设计，水利工程的施工和水工建筑物管理等基本知识，以及学习本书必需的力学基础共十一章。

本书除用作教材外，也可供县区基层水利技术干部作为自修的参考用书。

中等专业学校教材

水利工程概论

黄河水利学校 唐正乾 主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 15印张 338千字

1985年4月第一版 1985年4月北京第一次印刷

印数00001—12420册 定价2.65元

书号 15143·5660

前 言

本书系根据水利电力部“一九八三年~一九八七年中等专业学校水利电力类专业教材编审出版规划”，为陆地水文、工程地质及工程测量专业等编写的试用教材，也可作县区水利技术干部的参考书。

本书包括力学基础、水利事业、河川水利枢纽的基础知识、土石坝枢纽、混凝土和浆砌石坝枢纽、引水枢纽、农田水利、水力发电、水利工程施工、水利枢纽的勘测设计和水工建筑物的管理共十一章。

参加本书编写的有湖南省水利学校的何泗南同志（第一、十、十一章），陕西省水利学校的吴一匡同志（第四、七、九章），黄河水利学校的唐正乾同志（第二、三、五、六、八章）。全书由唐正乾同志主编，姜锡强同志主审。

本书修改稿承乔有谟、胡无畏、邱玉芬、李玉莹、杨邦柱等同志校阅。二、三、五、六、八章的插图由杨道富、盛亚菲同志绘制，谨此表示感谢。

限于编者水平，不当之处，恳请读者批评指正。

编者

1984年6月

目 录

第一章 力学基础	1
第一节 概述	1
第二节 静力学	2
第三节 材料力学	12
第四节 结构力学	54
第二章 水利事业	64
第一节 水资源	64
第二节 水利事业	65
第三节 我国水利事业发展情况	68
第三章 河川水利枢纽的基本知识	70
第一节 河川的水文特性	70
第二节 河川水利枢纽	71
第三节 蓄水枢纽	73
第四节 水工建筑物的分类、特点和分级	78
第四章 土石坝枢纽	81
第一节 概述	81
第二节 筑坝土料	83
第三节 土坝断面的基本尺寸	84
第四节 渗流计算	86
第五节 稳定计算	89
第六节 土坝的构造	94
第七节 坝基处理	97
第八节 水工隧洞	100
第九节 河岸式溢洪道	105
第五章 混凝土和浆砌石坝枢纽	108
第一节 重力坝的特点和工作条件	108
第二节 作用于重力坝上的荷载	110
第三节 非溢流重力坝的断面	119
第四节 溢流重力坝	127
第五节 重力坝的泄水孔	134
第六节 重力坝的构造	137
第七节 重力坝的坝基处理	140
第八节 拱坝	144
第六章 引水枢纽	148
第一节 引水枢纽的种类	148

第二节	水闸的类型、工作条件和闸址选择	151
第三节	水闸的轮廓尺寸	153
第四节	闸室	159
第五节	两岸连接建筑物	163
第七章	农田水利	172
第一节	概述	172
第二节	灌溉计划用水	172
第三节	灌溉渠道的布置	177
第四节	渠道及渠道上的建筑物	179
第八章	水力发电	185
第一节	概述	185
第二节	水电站的主要机电设备	188
第三节	水电站的平水建筑物	196
第四节	水电站厂区枢纽	199
第九章	水利工程施工	201
第一节	概述	201
第二节	施工导流与基坑工作	201
第三节	施工放样	204
第四节	土坝施工	205
第五节	混凝土坝施工	207
第六节	水工隧洞施工	210
第七节	施工总体布置	213
第八节	施工进度计划	216
第九节	概、预算	216
第十章	水利工程的勘测设计	219
第一节	水利基建程序	219
第二节	水利枢纽的勘测	220
第三节	水利枢纽设计	222
第十一章	水工建筑物的管理	225
第一节	概述	225
第二节	水工建筑物的检查观测	225
附录 I	工程单位制和国际单位制对照表	233

第一章 力学基础

第一节 概 述

力学是研究物体简单的机械运动的科学。机械运动就是物体对物体或物体的各部分间的相对位置的变动。只研究与工程有关的力学，是工程力学。

工程力学包括：刚体静力学、材料力学、结构力学。

一、刚体静力学

1. 刚体 任何物体在机械作用下都是可以变形的。但在某些情况下，物体的变形非常微小。按照研究目的，可将其认为是绝对不变形的，即所谓刚体。刚体就是在机械作用下，形状和大小始终保持不变的物体，即物体内任意两点间的距离始终保持不变。

2. 刚体静力学 刚体静力学是研究作用于刚体上力的平衡。物体的平衡是相对的，即研究的物体与周围的物体相对地保持静止（例如相对于地球）。

将真实的物体认为是刚体的理由如下：

（1）实际物体变形不大，对于研究所得的结果影响微小；

（2）简化力对物体的作用以及力所处的平衡条件问题的研究。

只有研究了刚体上力的平衡，才能进一步研究关于变形体的平衡。

然而，并不能将所有的物体都看成为刚体，例如，水文测站的过河缆、钻机的风缆等，由于它受力后变形较大，如忽略它的变形，则研究的成果势必与实际情况相差很大，这是工程所不能允许的。

二、材料力学

材料力学是研究工程结构中每一构件在外力作用下的强度、刚度以及稳定性的问题。所谓强度是指构件在外力作用下，构件抵抗破坏的能力；刚度是指构件抵抗变形的能力；稳定性则是指构件在工作时不会突然改变它本来的形状或工作的性质。

三、结构力学

结构是指与地基联接由杆件组成的杆系，如桁架、连续梁、刚架等。

结构力学是在材料力学的基础上研究在各种外力和其它因素作用下，结构的强度、刚度及稳定性问题。

结构力学计算强度及稳定性的目的，是使结构符合安全和经济的原则；计算刚度的目的，是使结构不致发生超过允许范围的变形（如挠曲、沉陷及振动），以满足正常运用的要求。

第二节 静 力 学

静力学是研究在力作用下物体的平衡。静力学的基本问题是：①已知作用在物体上的力，确定物体是否平衡；②求在平衡状态下物体上的作用力。

一、力的基本概念

1.力和力的特征 凡使物体产生运动或改变物体运动以及形状的原因均称为力。如重力、弹力、电力、水压力等。

力具有三个特征：①作用点；②方向；③大小。通常称为力的三要素。

作用点：是力作用于物体上的部位。

力的方向：是物体在力作用下产生运动的方向；而力所沿的线称为这力的作用线。

力的大小：是力与规定的标准单位力的比较值。在工程技术中，力的单位通常采用千克(kg)或吨(t)。

因此，力是矢量，可以用图表示。

2.力的分类 物体所受的力可分为外力和内力两大类。

外力在工程中通常称为荷载，是其它物体对其作用的力。例如地球对物体的引力、波浪对河岸的冲刷力以及机车对车厢的牵引力等。

内力是指物体内部各部分之间相互作用的力。

按照作用的特征，外力可分为：

(1)体积力。物体内部所有各个质点都受到作用。例如重量、运动物体的惯性力等，其单位为公斤/厘米³、吨/米³。

(2)表面力。分布作用在物体表面的力，又可分为：

1)集中力：力的作用面积与受力物体的面积相比很小。例如火车车轮作用在钢轨上的压力，水闸闸门通过滚轮传递到墩上的压力等，其单位为公斤(kg)或吨(t)。

2)分布力：力的作用面积与受力物体的面积之比较大。分布力又分为均匀分布力和非均匀分布力两种。非均匀分布力，如水对水闸闸门或水坝上游面的压力。均匀分布力，如桥面上等厚度的积雪、渡槽中水对槽底板的压力。分布力的单位用每单位面积上的力来表示，如公斤/厘米²，吨/米²，或用单位长度上的力来表示，如公斤/厘米、吨/米。

按照作用时间的长短，可分为：

(1)永久荷载。它作用在结构物存在的全部工作时间，如物体本身的自重、地下水管所承受的土压力等。

(2)暂时荷载。它只在某些时间内作用在结构物上，如起重机在起重时，货物加于钢丝绳的重量，过河缆所受的风压力等。

按照荷载作用的性质，可分为：

(1)静荷载。荷载系慢慢地加到物体上，力的数值由零逐渐增加到一定值，以后就不再发生改变。一般水工建筑物上的荷载大多属于这一类。

(2) 动荷载。能使物体发生显著加速度的荷载。它还可分为:

1) 突加荷载: 全部荷载突然施加于物体上。例如机车车轮对桥梁作用的压力。

2) 冲击荷载: 为瞬间作用力。例如打桩锤对桩的作用力。

3) 重复荷载: 连续不断地改变大小和方向, 并多次重复作用在构件上的荷载。例如水闸闸门所承受的脉动压力。

二、刚体静力学的基本公理

刚体静力学是以一些公理为基础的。基本公理如下。

公理I (等于力平衡公理)

作用于刚体上的两个力, 使刚体平衡的必要和充分的条件是力的大小相等, 沿同一直线作用, 而方向相反。

公理II (加减平衡力系公理)

在作用于刚体的力系上, 增加或减少几个互相平衡的力, 并不改变原力系对刚体的作用。

推论: 一个力沿其作用线移动, 并不改变此力对刚体的作用。

公理III (力平行四边形公理)

作用于刚体上同一点的两个力, 可以合成为作用于同一点的一个力, 它等于原来两个力的矢量和; 由以这两个力为邻边的平行四边形的对角线表示。

推论: 若一个刚体上受三个力作用而成平衡时, 则此三力必在同一平面内, 并且它们的作用线必汇交于一点。

公理IV (作用与反作用相等公理)

两个物体相互作用的力, 总是大小相等, 方向相反, 沿同一直线并分别作用于这两个物体。

公理V (刚化公理)

变形物体在已知力系作用下处于平衡, 如将这物体变成刚体, 则平衡不受影响。

三、约束力及约束反力、受力图

物体如在空间不受任何限制, 可以自由运动, 则此物体称为自由体。

当物体上某处受到某种限制, 以致该物体在空间沿某些方向的运动成为不可能, 则此物体被称为非自由体。

非自由体的限制, 称为约束。作用于物体并限制物体沿某些方向运动之力称为约束力。

根据约束的性质不同, 约束可分为:

(1) 柔软的绳索及链条约束[图 1-1 (a)];

(2) 光滑接触约束[图 1-1 (b)、(c)、(d)];

(3) 圆柱铰链约束[图 1-1 (e)];

(4) 链杆约束[图 1-1 (f)];

(5) 辊轴铰链支座约束[图 1-1 (g)];

(6) 球铰链约束[图 1-1 (h)]。

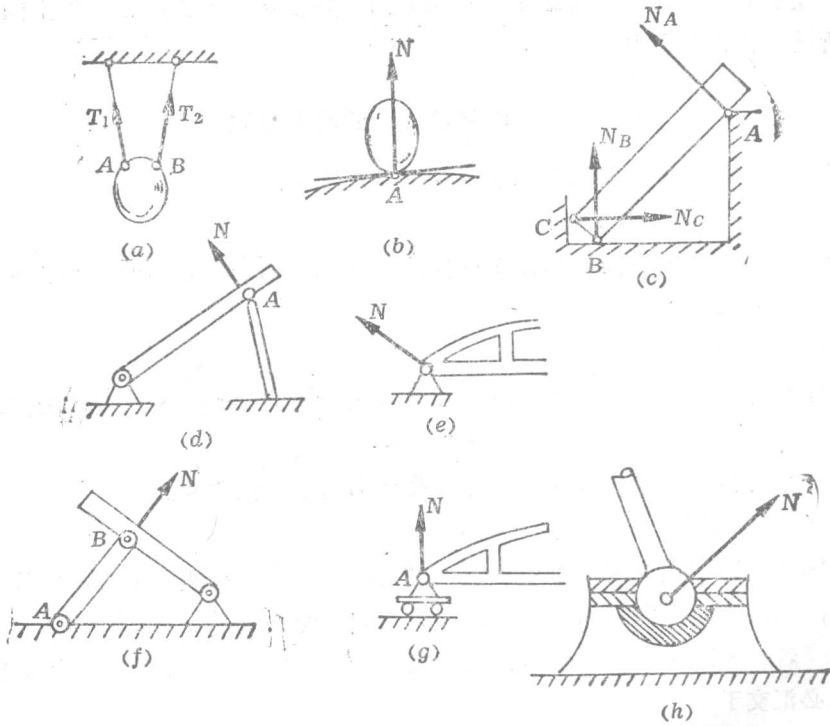


图 1-1 约束及约束力

在研究静力学问题时，必须要明确研究对象以及作用于研究对象上的力。通常将研究对象单独绘出并用约束力来代替约束，绘出物体所受的全部力，这样的图，称之为受力图。作出正确的受力图，是解静力学问题的关键。

例1-1 重物 c 挂在不计重量的绳 AB 上，而绳用钩 B 固定在天花板上 [图 1-2 (a)]。设重物 c 重为 G ，试求天花板所受力的。

解 (1) 取重物为研究对象 [图 1-2 (b)]。

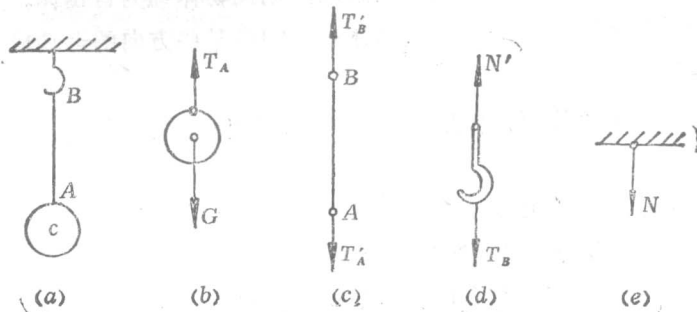


图 1-2 受力图

分析受力情况:重物 c 上受两个力,重力 G 及绳对 c 之约束力 T_A 。

因重物 c 处于平衡,根据公理I有: $T_A = G$

(2) 取绳为研究对象[图1-2(c)]。

分析受力情况:绳受两个力,即重物 c 对绳之作用力 T'_A 及钩对绳之作用力 T'_B 。

因为绳处于平衡,根据公理V及公理I,则

$$T'_A = T'_B$$

根据公理IV $T_A = T'_A$

所以

$$T'_B = G$$

(3) 取钩为研究对象[图1~2(d)]。

分析受力情况:钩受两个力,绳对钩之作用 T_B 及天花板对钩之作用力 N' 。

因钩处于平衡,根据公理I,则

$$T_B = N'$$

根据公理IV

$$T_B = T'_B$$

所以

$$N' = G$$

N' 是天花板对钩的作用力,按公理IV 钩对天花板之反作用 N [图1-2(e)]大小等于 N' ,但方向相反,即

$$N = G$$

这就是所要求的结果。

四、力的分解与合成

用一个力来代替两个或几个力称为力的合成。用两个力去代替一个力,则称为力的分解。两个力或几个力合成为一个力时,这个力称为合力;一个力分为两个力时,这两个力称为分力。

由于力是矢量,故合力和分力符合“平行四边形”法则,即用平行四边形的两邻边代表两个分力的大小和方向,则对角线代表合力的大小和方向,见图1~3(a)。

在工程中,经常是将一个力分解为两个互相垂直的分力,或者将两个互相垂直的分力合成为一个合力。这时,力的平行四边形变为矩形[图1-3(b)],合力和分力的关系是

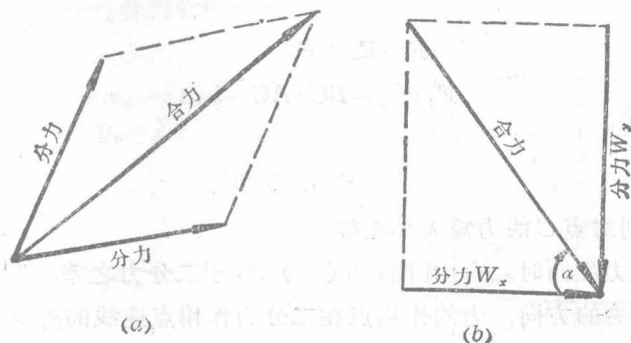


图 1-3 力的合成和分解

$$W_x = W \cos \alpha \quad (1-1)$$

$$W_y = W \sin \alpha \quad (1-2)$$

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (1-3)$$

$$W_y/W = \operatorname{tg} \alpha$$

式中 W ——合力；

W_x, W_y ——水平方向与垂直方向的两个分力；

α ——水平分力与合力的夹角。

多个力的合成，可按前述两个力的合成法则，依次逐个地加以合成。

大小相同的均布力，其合力等于单位面积上的作用力与整个面积的乘积，方向与均布力一致，合力的作用点位于均布力作用范围的中心[图1-4(a)]。

闸门上水压力是非均布的平行力，单位面积上的水压力称为压强，水的压强呈三角形分布[图1-4(b)]，合力作用点位于三角形底边以上1/3高度处。

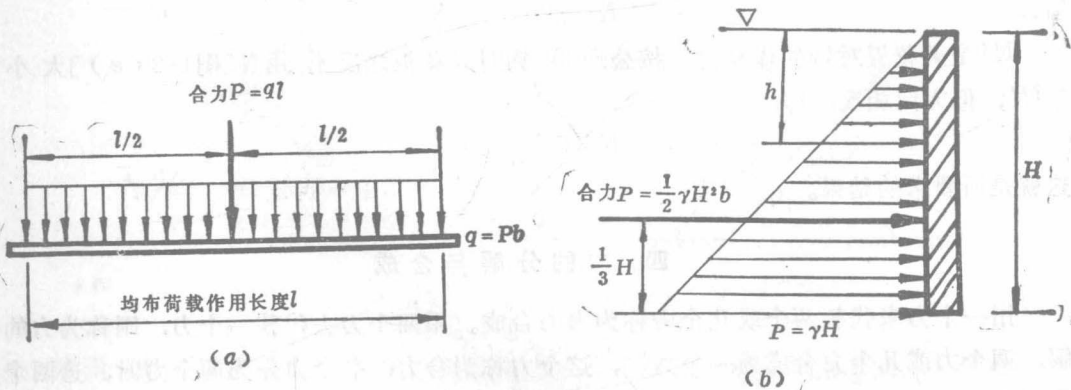


图 1-4 平行分布力

两个平行力合成的结果有三种如下情况。

(1) 当两力同向时，合力等于二力的和，作用线与这两个力平行，而且指向相同，力的作用点将二力间的连线分为两段，两段的长度与已知二力的大小成反比(图1-5)。

即

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-4)$$

$$F_1 : F_2 = BC : AC = b : a$$

由后一式得

$$F_1 a = F_2 b$$

即力 F_1 与 F_2 分别对点 C 的力矩大小相等。

(2) 当两力反向时，合力[图1-6(a)]等于二分力之差，其作用线与二分力平行，方向朝着较大分力的方向，力的作用点在二分力作用点连线的外侧靠较大的分力一边，将连线外分为两段的长度与二分力的大小成反比。即

$$R = F_1 - F_2$$

$$F_1 : F_2 = CB : CA$$

(3) 大小相等方向相反的两平行力所组成的力系，称为力偶[图 1-6(b)]。力偶没有合力，力偶的效应使物体转动，用力偶矩来表示。力偶矩为其中一力与两力之间距离的乘积 Fa 。

力偶与力一样，是一个基本的力学量，力偶必须用力偶来平衡。同时，作用在同一平面内的几对力偶，可以合成为一个合力偶，它的合力偶矩等于各分力偶矩的代数和。

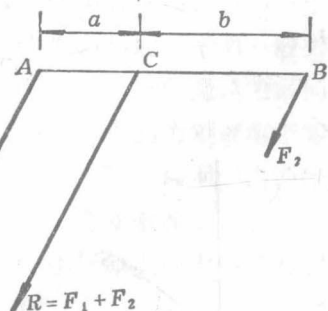


图 1-5 两同向平行力的合成

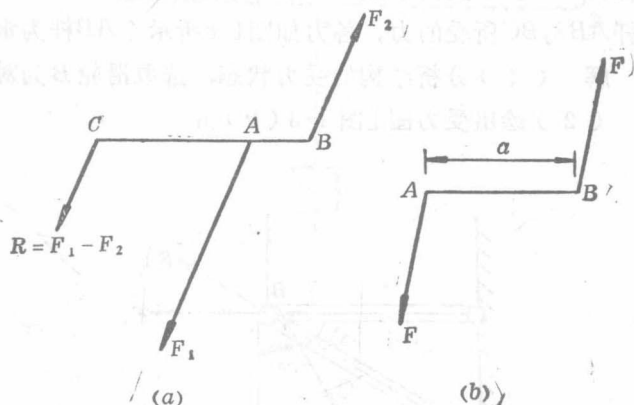


图 1-6 两反向平行力的合成

五、力的平衡

当建筑物相对于地球处在静止状态(即平衡状态)时，作用在建筑物上所有的外力(包括荷载和支座反力)称为平衡力系。平衡力系各力之间应满足的关系，称为平衡条件。

(一) 平面汇交力系的平衡

当物体上作用着 n 个汇交于一点的力时，按力的合成法则，可将 $n-1$ 个力合成为一个合力，则力系简化为两个力。但从公理 I 可知，作用于物体上的两个力处于平衡状态，只有当这两个力的大小相等而方向相反，即其合力为零的情况下才有可能。因而，汇交力系平衡的必要和充分条件是力系的合力等于零。

将各分力和合力投影在坐标轴上，分解为两个沿坐标轴的分力。各分力的投影分别为 $x_1, x_2, \dots; y_1, y_2, \dots$ 。合力的投影为 R_x, R_y (图 1-7)。则

$$\left. \begin{aligned} R_x &= x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum X \\ R_y &= y_1 + y_2 + \dots + y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

而 $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

即 $R = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} \quad (1-6)$

汇交力系平衡的必要和充分条件是合力等于零。即

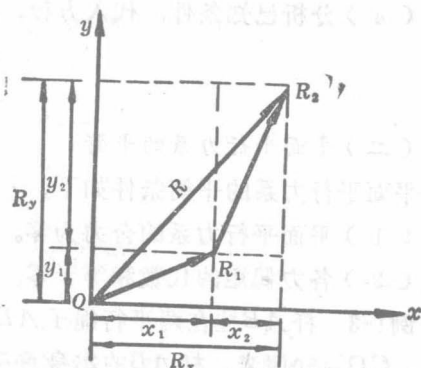


图 1-7 力的投影

$$R = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} = 0$$

亦即

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

于是平面汇交力系平衡的必要与充分条件也可是力系中所有各力在两个座标轴中每一轴上的投影之和分别等于零。

例1-2 货物P重为2吨，利用绞车借绕过定滑轮B的绳子吊起，滑轮由两端铰接的刚性杆AB与BC支持于点B，杆及滑轮的重量均可不计。并假定各接触处都是光滑的，试求杆AB与BC所受的力。各力如图1-8所示（AB杆为水平）。

解（1）分析结构的受力状态，选取滑轮B为对象；

（2）绘出受力图[图1-8(b)]；

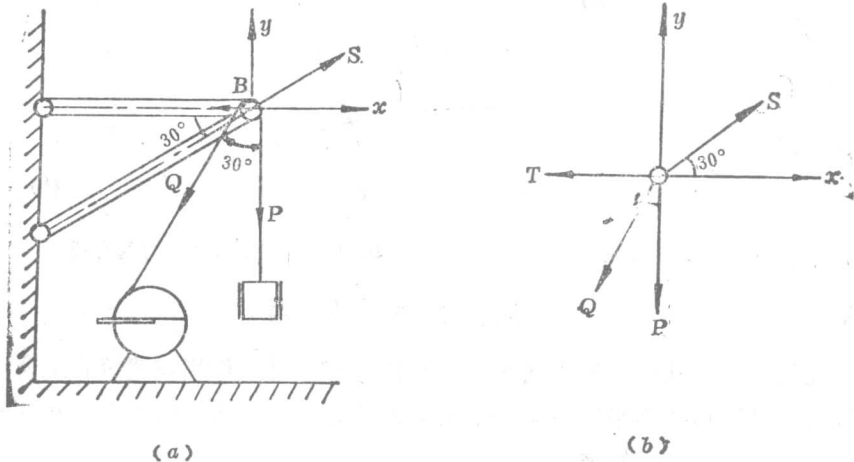


图 1-8 受力图

（3）选取坐标轴，列出平衡方程式：

$$\sum X = 0 \quad S \cos 30^\circ - T - Q \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad S \cos 60^\circ - Q \cos 30^\circ - P = 0$$

（4）分析已知条件，代入方程，求解未知力，得

$$S = 7.45 \text{ 吨}$$

$$T = 5.45 \text{ 吨}$$

（二）平面平行力系的平衡

平面平行力系的平衡条件如下。

（1）平面平行力系的合力为零。

（2）各力偶矩的代数和等于零。

例1-3 杆AB挂在两平行绳子AD和BE上，杆上挂一重P=80公斤的重物。AC=30厘米，CD=50厘米。杆AB的本身重量可以不计，求绳子的拉力。

解（1）选杆AB为对象（图1-9）；

(2) 绘出受力图;

(3) 列出平衡方程。

$$T_A + T_B = 80$$

$$30T_A = 50T_B$$

于是

$$T_A = 50 \text{ 公斤,}$$

$$T_B = 30 \text{ 公斤}$$

(三) 平面一般力系的平衡

平面一般力系可以合成为一个合力和一个力偶。为此, 平面一般力系平衡的必要和充分条件是该力系的合力及力系对任一点的力矩都等于零。即力系中所有各力在作用面内两个坐标轴上的投影之代数和等于零。同时这些力对于坐标原点的力矩代数和亦等于零。即

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \\ \sum M_0(F) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

式中 $\sum M_0(F)$ ——力系中各力对于坐标原点的代数和;

$\sum X, \sum Y$ 的意义同前。

例1-4 小车重 $P=1000$ 公斤, 用绳系在倾斜 30° 的平面上, 绳与斜面平行并绕过一滑车。设 $AD=DB=a=0.75$ 米, 又 $CE=b=0.30$ 米。求车轮对斜面上 A 点与 B 点的压力以及绳索的拉力。

解 (1) 用 N_1, N_2 表示 A, B 点的反作用力, 以 T 表示绳索的拉力, 取 E 为坐标原点, x 轴与斜面平行, y 轴与斜面垂直。

(2) 列平衡方程式:

$$\sum X = -T + P \sin \alpha = 0$$

$$\sum Y = N_1 + N_2 - P \cos \alpha = 0$$

$$\sum M_0 = -aN_1 + aN_2 - bP \sin \alpha = 0$$

(3) 解方程求反力 N_1, N_2 和拉力 T :

$$T = P \sin \alpha = 1000 \sin 30^\circ = 500 \text{ 公斤}$$

$$N_2 = P \frac{a \cos \alpha + b \sin \alpha}{2a} = 533 \text{ 公斤}$$

$$N_1 = P \frac{a \cos \alpha - b \sin \alpha}{2a} = 333 \text{ 公斤}$$

(四) 考虑滑动摩擦时物体的平衡

物体与物体之间的接触面并不是绝对光滑的, 因为在接触面存在着摩擦作用。在一些实际问题中, 摩擦的影响是不可忽视的。例如在水压力作用下的重力坝, 依靠坝体本身与

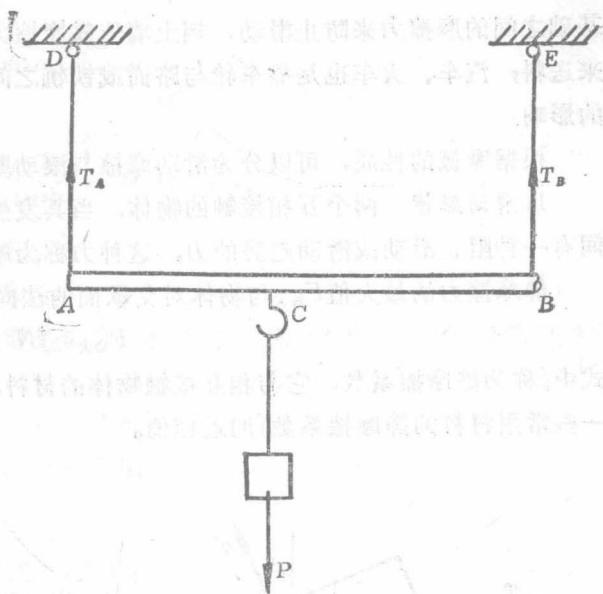


图 1-9 受力图

基础之间的摩擦力来防止滑动，挡土墙依靠摩擦力来抵抗土压力；皮带运输机利用摩擦力来送料；汽车、火车也是靠车轮与路面或铁轨之间的摩擦力才能运动。故必须考虑摩擦力的影响。

根据摩擦的性质，可以分为滑动摩擦与滚动摩擦。

1. 滑动摩擦 两个互相接触的物体，当其发生相对滑动或相对滑动趋势时，接触面之间有一种阻止滑动或滑动趋势的力，这种力称为摩擦力。

静摩擦力的最大值 $F_{\text{最大}}$ 与物体对支承面的法向力成正比。即

$$F_{\text{最大}} = fN \quad (1-9)$$

式中 f 称为静摩擦系数，它与相互接触物体的材料、表面粗糙程度等因素有关。表 1-1 为一些常用材料的静摩擦系数 f 的近似值。

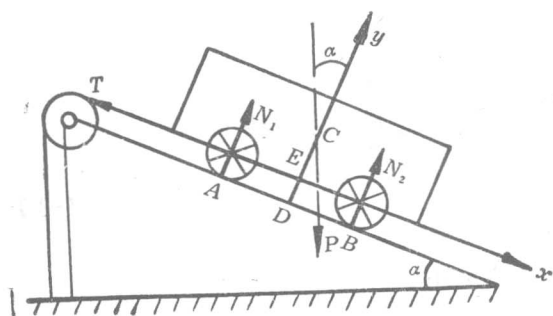


图 1-10 受力图

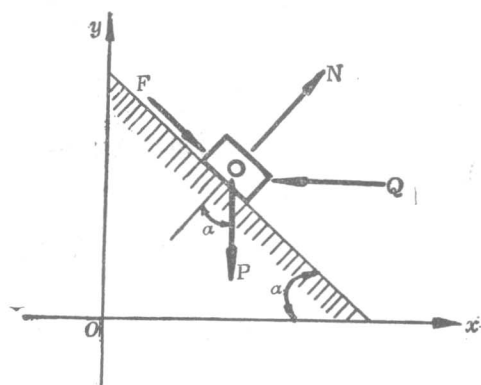


图 1-11 受力图

表 1-1

静滑动摩擦系数 f 值

接触材料	混凝土与岩石	混凝土与土	混凝土与砖	钢与钢	土与木材	橡皮与金属
f	0.5~0.8	0.3~0.4	0.7~0.8	0.1~0.3	0.3~0.7	0.3~0.6

工程中一般均研究平衡时的临界状况，因而可引入最大摩擦力。考虑摩擦时，物体的平衡条件是包括摩擦力在内的所有力的合力和对任一点的力矩都为零。

例1-5 斜面的倾角 α 大于摩擦角 φ_m ，在斜面上放置一个重物 P 。为了维持该物体在斜面上静止不动，在物体上作用一个水平力 Q 。求该力的大小。设摩擦系数 f 为已知。

解 (1) 分析物体的受力情况，绘出受力图（图1-11）。

物体受四个力：重力 P ，水平力 Q ，斜面的法向反力 N 以及摩擦力 F 的作用。

(2) 取坐标系，列平衡方程式。

1) 设 Q 足够大，因而物体有沿斜面向上滑动的趋势，这时摩擦力 F 方向向下。于是，由

$$\textcircled{1} \quad \sum X = 0 \quad N \sin \alpha + F \cos \alpha - Q = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \sum Y = 0 \quad N \cos \alpha - F \sin \alpha - P = 0$$

令 $\text{tg} \varphi \leq f = \text{tg} \varphi_m$ ，则 $F = Nf = \text{tg} \varphi N$ ，代入上式，由 $\textcircled{2}$ 式得

$$N = \frac{P}{\cos\alpha - \operatorname{tg}\varphi\sin\alpha}$$

将此值代入式①得

$$Q = P \frac{\sin\alpha + \operatorname{tg}\varphi\cos\alpha}{\cos\alpha - \operatorname{tg}\varphi\sin\alpha} = P \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

由此得物体不致向上滑动推力 Q 的最大值为

$$Q_{max} = P \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_m)$$

2) 若设 Q 过小, 故物体有沿斜面向下滑的趋势。在此情况下, 力 F 的方向是沿斜面向上, 重新列出平衡方程式

$$\textcircled{1} \quad \Sigma X = 0 \quad N\sin\alpha - F\cos\alpha - Q = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \Sigma Y = 0 \quad N\cos\alpha + F\sin\alpha - P = 0$$

仿上得

$$Q = P \frac{\sin\alpha - \operatorname{tg}\varphi\cos\alpha}{\cos\alpha + \operatorname{tg}\varphi\sin\alpha} = P \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$$

于是, 维持物体不致向下滑动的推力 Q 的最小值为

$$Q_{min} = P \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_m)$$

3) 确定物体的平衡范围: 从上面两种情况得平衡范围为

$$Q_{min} \leq Q \leq Q_{max}$$

亦即

$$P \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_m) \leq Q \leq P \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_m)$$

4) 分析:

a. 如果 $\alpha > \varphi_m$, 则 $Q_{min} > 0$, 需加 Q 力。

b. 如果 $\alpha < \varphi_m$, 则 $Q_{min} < 0$, 这表示物体能自动静止, 无须 Q 力来维持。

c. 如果 $\alpha = \varphi_m$, 则 $Q = 0$, 此为临界状态。此时, 只要 α 有微小的增加, 则物块将由静止开始沿斜面向下滑。在这种临界状态的 α 角称为斜面的静止角。

通过上述例题, 可见考虑摩擦时, 物体是在一定范围内维持平衡的。摩擦力的方向不能随意假定, 而要看具体的运动趋势。如无任何外加力欲使物体在斜面上静止, 则

$$P \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_m) \leq 0,$$

即

$$\operatorname{tg}\alpha \leq \operatorname{tg}\varphi_m.$$

由此, 必须 $\alpha \leq \varphi_m$, 物体才能在斜面上静止, $\alpha = \varphi_m$ 时, 是物体将要下滑的临界状态。

2. 滚动摩擦 由实践得知, 滚动摩擦比滑动摩擦的阻力小得多。平面闸门用滚轮, 机器上用滚珠轴承代替滑动轴承, 都是为了减小阻力而用滚动摩擦的实例。

滚动与滑动的性质不同, 滚动摩擦阻力与滑动摩擦阻力的性质也不同, 它不是一个力, 而是一个力偶。这个力偶矩称为滚动摩擦力矩。它是由于滚动时, 轨道或轮子在接触面上或多或少总会发生变形而造成的, 接触面变形越大, 滚动摩擦力偶矩也越大。实验表明: 滚动摩擦力矩 M_K 与正压力 N 成正比。即

$$M_K = \delta N \quad (1-10)$$

式中 δ 称为滚动摩擦系数。它是一个具有长度单位的量, 与材料的硬度有关。一般来说,