

高等学校教材

# 数字技术基础

李志俊 主编

西北工业大学出版社

高等学校教材 /

# 数字技术基础

李志俊 主编

李志俊 宋匡才 唐虹 编

西北工业大学出版社

1990年4月 西安

## 内 容 提 要

本教材适用于非电类本科各类专业学生使用，课时为50学时，内容包括数字技术概论，逻辑代数基础，组合逻辑电路，触发器，时序逻辑电路，脉冲的产生与整形，数/模与模/数转换，数字技术应用等。在内容取舍和理论分析上，力求概念清楚，深入浅出，联系实际，注重应用。对具体电路着重外特性的描述。

本书亦可作为非电类大专班、电大班、短训班的教材及非电类专业技术人员的参考书。

高等学校教材  
**数 字 技 术 基 础**

主 编 李志俊

责任编辑 蔡增寿

责任校对 郭生儒

西北工业大学出版社出版  
(西安市友谊西路127号)

陕西省新华书店发行  
西北工业大学出版社印刷厂印装  
ISBN 7-5612-0209-1/TN·7(课)

开本 787×1092毫米 1/16 13.625 印张 329千字

1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷

印数：1—2 000册 定价：2.76元

# 前 言

本书是根据原航空工业部“七五”高校教材编写规划立题书目大纲编写，并经航空航天工业部教材编审室组织投标、审稿确定出版的。适用于非电类各专业，供50学时使用。

本书是在1984年、1987年两次编写的《数字技术基础》讲义的基础上，又结合多年教学实践的经验，针对非电类专业人员对“数字技术”着重应用的特点，在编写上力求概念清楚、深入浅出、联系实际、注重实用，对原讲义进行了较大的修改和增补。具体内容上联系了我国数字集成电路的生产实际，结合实际电路讲解。对分立元件电路做了必要的压缩。增加了“脉冲的产生与整形”及“数/模与模/数转换”两章。

全书共八章。其中数字技术概论、触发器、时序逻辑电路、数字技术的应用及附录由李志俊编写；逻辑代数基础、组合逻辑电路由宋匡才编写；脉冲的产生与整形、数/模与模/数转换由唐虹编写。全书由李志俊担任主编。

西北工业大学谭益智教授指导了本书的编写工作，北京邮电学院谢沅清教授和黄敦慎副教授对书稿进行了审阅，他们都提出了许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

由于编者学识水平有限，书中难免有缺点和错误，殷切期望同行和读者给以批评指正。

编 者

1989年10月

# 目 录

<b>第一章 数字技术概论</b> .....	1
§ 1.1 数字技术的基本概念 .....	1
§ 1.2 数字技术的应用 .....	2
§ 1.3 本课程的性质和内容 .....	4
§ 1.4 计数法 .....	5
§ 1.5 常用几种计数制之间的转换 .....	6
§ 1.6 二进制数的运算 .....	9
§ 1.7 二-十进制编 码 .....	12
§ 1.8 数在机器中的表示方法 .....	13
习题一.....	19
<b>第二章 逻辑代数基础</b> .....	20
§ 2.1 逻辑代数及其三种基本运算 .....	20
§ 2.2 逻辑函数及其表示方法 .....	23
§ 2.3 逻辑函数及逻辑图 .....	24
§ 2.4 逻辑代数的基本公式、基本规则和常用公式 .....	26
§ 2.5 逻辑表达式的简化与变换 .....	31
§ 2.6 逻辑表达式的卡诺图化简法 .....	37
习题二.....	43
<b>第三章 组合逻辑电路</b> .....	45
§ 3.1 门电路 .....	45
§ 3.2 译码器 .....	59
§ 3.3 比较器 .....	65
§ 3.4 加法器 .....	70
§ 3.5 8421BCD 码并行加减法运算.....	74
习题三.....	82
<b>第四章 触发器</b> .....	83
§ 4.1 RS 触发器.....	83
§ 4.2 D 型触发器 .....	88
§ 4.3 JK 触发器.....	90
§ 4.4 T 型触发器 .....	93
§ 4.5 不同类型触发器之间的转换 .....	94

习题四 .....	98
<b>第五章 时序逻辑电路</b> .....	<b>102</b>
§ 5.1 时序逻辑电路的基本概念 .....	102
§ 5.2 寄存器 .....	106
§ 5.3 计数器 .....	112
§ 5.4 数字控制系统中常用的时序电路 .....	131
习题五 .....	142
<b>第六章 脉冲的产生与整形</b> .....	<b>145</b>
§ 6.1 脉冲产生电路 .....	145
§ 6.2 单稳态触发器 .....	153
§ 6.3 施密特触发器 .....	158
§ 6.4 555 时基电路 .....	161
习题六 .....	165
<b>第七章 数/模与模/数转换</b> .....	<b>167</b>
§ 7.1 D/A 转换器 .....	167
§ 7.2 A/D 转换器 .....	172
习题七 .....	182
<b>第八章 数字技术的应用</b> .....	<b>183</b>
§ 8.1 数字钟 .....	183
§ 8.2 数片机线路 .....	185
§ 8.3 数字频率计 .....	187
<b>附 录</b> .....	<b>190</b>
附录 I 我国 TTL 集成电路型号命名规则 .....	190
附录 II 常用逻辑(图形)符号 .....	194
附录 III 部标符号与习惯使用及部分曾用符号对照表 .....	199
附录 IV 国产 T000 系列、T0000 系列与国外同类品种型号对照表 .....	201
附录 V 国产 TTL 集成电路 T0000 系列品种(按功能)检索表 .....	203
<b>参考文献</b> .....	<b>212</b>

# 第一章 数字技术概论

## § 1.1 数字技术的基本概念

### 一、模拟量和数字量

在我们周围，有很多量（亦称信息）。这些量的大、小变化有些是连续的，如温度、速度、气压等就属于这一类；而另一类是以某最小量为单位，成整数倍变化的。这类量的变化是不连续的，而是离散的，如猪、羊的头数，桌、椅的个数等就属于这一类。连续变化的量称为模拟量，间断变化的量称为数字量。处理和传递信息过程中，模拟量与数字量之间可以近似地转换。一个具体的物理量可以根据需要以两种量的任一种形式表示出来。

### 二、数字技术和数字系统

由于以数字量的形式处理和传递信息抗干扰能力强，且在精度上可以做得较高，所以，产生了以研究处理和传递数字量形式信息的技术。该技术称为数字技术。由于数字量和模拟量要发生关系，并且往往要相互转换，所以数字量和模拟量相互转换的技术也属于数字技术的范畴。

根据具体需要产生了处理和传递数字信息的具体系统，如电子表的计时系统，机床的数字控制系统。能够按需要处理和传递数字信息的具体系统称为数字系统。

### 三、数字电路

处理和传递数字信息，可以采用不同的手段，有机械的（如收录机上的计数器）、流体的（如射流技术中的逻辑门、触发器）、电器的（如继电器）、电子的（如晶体管逻辑电路）……。这些器件随着使用时间和场合的不同，表现出了各自的优点，也暴露了缺点。当前由于电子器件与其它器件相比具有体积小、重量轻、寿命长、成本低等优点，在很多场合，数字系统多使用电子器件，尤其以集成电子器件的使用占绝对优势。这种处理和传递数字信息的电子器件称为数字电路。相应的处理和传递模拟量信息的电子器件称为模拟电路。

### 四、数字电路的特点

借助数字电路处理和传递信息时，为了实现方便，数字电路中的工作信号是用数字符号“0”和“1”表示的。“0”和“1”所对应的电信号就是电压的“低”和“高”两种状态。

数字电路中的三极管有单发射极和多发射极两种，稳定时多工作于饱和导通或截止状态。

数字电路中，主要研究输入信号（单个“0”或“1”或多个“0”和“1”的不同组合）和输出信号（单个“0”或“1”或多个“0”和“1”的不同组合）之间的逻辑关系。

数字电路中使用的的方法是：1.对已存在的电路采用逻辑分析。2.对要求设计的新线路采用逻辑设计。逻辑分析和逻辑设计中采用的主要手段是逻辑代数。

数字电路可以对数字信号进行逻辑运算。所谓逻辑运算，就是按照人们预先制定的规则进行推理和判断的过程。如计算机中的算术运算就是利用逻辑运算来实现的。

## § 1.2 数字技术的应用

科学技术发展到今天，数字技术的应用已相当广泛。大到卫星-地面通讯、洲际导弹的控制、大型计算机系统；小到日常用到的计算器、电子表，无一不是数字技术的应用成果。下面我们几个例子来说明数字技术的应用及其组成。

### 一、计时线路

电子表线路的主要部分是计时线路，其方框图如图 1.1 所示。

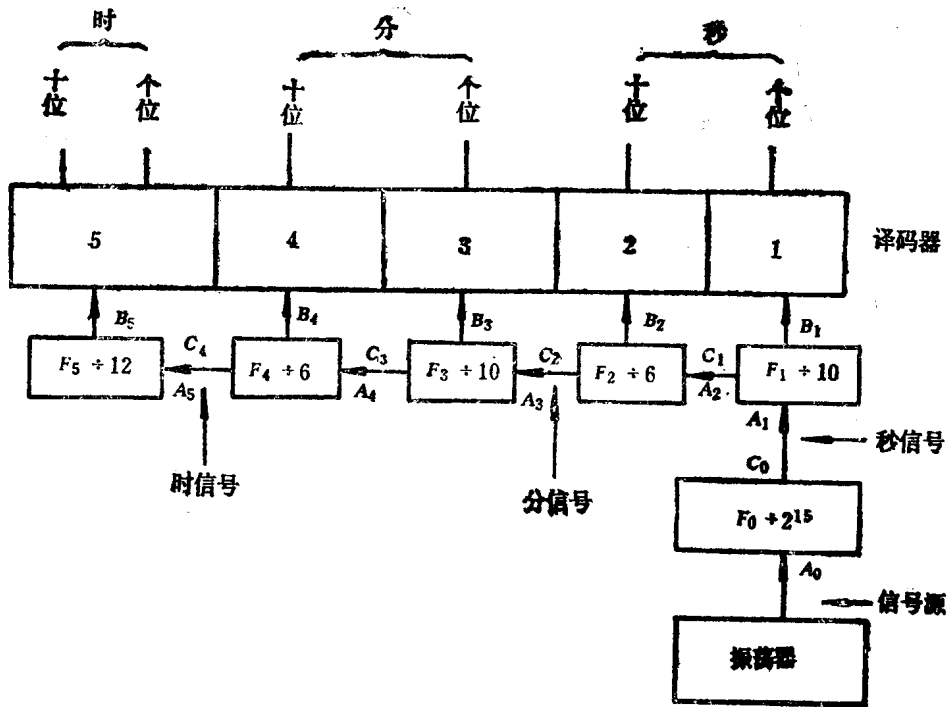


图 1.1 计时线路方框图

该线路由振荡器、分频器、译码器等部分组成。振荡器为一石英晶体振荡器，由它产生频率为 32k (或 4.2M、1M 等) 的方波信号  $A_0$ ，而  $A_0$  作为后续部分分频器  $F_0$  的信号源。分频器是使信号频率下降的器件 (它也有计输入信号脉冲个数的功能)。分频器  $F_0$  把输入信号的频率从 32k 降为  $32k \div 2^{15} = 1$  赫的秒脉冲信号  $C_0$ ， $C_0$  又输给下级分频器  $F_1$ 。分频器  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  分别进行除 10、除 6、除 12 等分频。各分频器均有一个输入端  $A_i$ ，接前级的输出信号  $C_{i-1}$ 。还有两个输出端  $B_i, C_i$ 。 $C_i$  为本级分频后的信号，作为下一级分频器的输入信号。 $B_i$  是反映本级所计输入脉冲个数的输出端，其数以二进制表示，并分别在



0~9、0~5、0~11之间，分别满10、6时向下一级输出脉冲信号，即 $C_1$ 信号。如分频器 $F_1$ 、输入信号 $A_1$ 为秒信号，输出 $B_1$ 为所计秒脉冲信号的个数值，此数在0~9之间，反映了秒的个位数值，满10向下一级产生进行信号，即分频器 $F_1$ 的第二个输出信号 $C_1$ 。 $C_1$ 输出的信号频率正好是输入信号 $A_1$ 的频率的十分之一，所以 $C_1$ 反映了秒的十位数值。同理，其它分频器的 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $A_5$ 分别反映了秒的十位脉冲信号、分的个位脉冲信号、分的十位脉冲信号、时的脉冲信号。 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 、 $B_5$ 反映所计的秒的十位数值、分的个位数值、分的十位数值、时的数值。

上面所讲的由分频反映的秒、分、时的数值均以二进制数表示。为了方便起见，需要把二进制数转换为十进制数，转变进制的任务由译码器完成。经译码器译出的十进制数通过显示器显示出来，人们就可以直观地看出计时线路所计的时、分、秒的数值了。电子表的线路要比这里的计时线路复杂一些，但其核心还是计时线路。

## 二、数片机线路

数片机是用来计、数药片数量的设备。按预先要求的每包数量，数片机每工作一次，数字电路循环工作一次，药片包一包，然后再进行同样的循环，包第二包……。数片机线路的框图如图1.2所示。

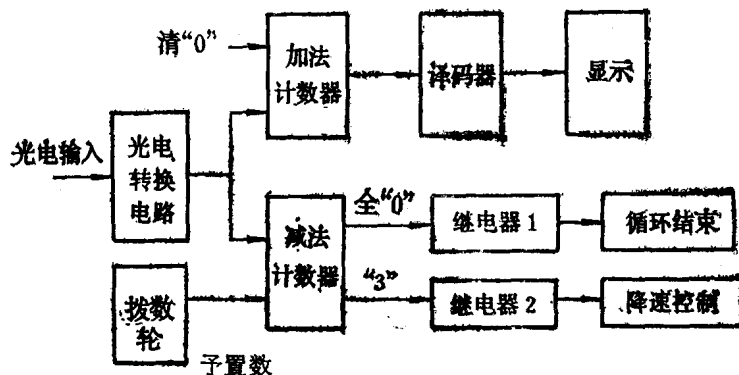


图 1.2 数片机线路框图

具体工作过程是这样的：首先将分装每包的药片数 $n$ 通过拨数轮置入减法计数器，同时加法计数器清“0”，即减法计数器初始状态为 $n$ （即计作 $n$ ），加法器初始状态为“0”（即计作）0。开始工作后，每数一片产生一个光输入信号，此信号通过光电转换电路变为电信号并进行放大及整形变为脉冲信号。该脉冲信号同时进入加法计数器和减法计数器分别进行加、减计数。当减法计数器减到余数为3时，减法计数器产生一个控制信号通过继电器2使减速控制电路工作，控制送进药片的转动电机转速减小，药片送给速度减慢。当药片数到 $n$ 片时，减法计数器减到0，发出“全0”控制信号，通过继电器1控制送进药片电机停转，循环结束。由其它装置完成药片的包装，然后通过机械动作产生一个清“0”和预置数脉冲，使加法计数器清“0”，减法计数器重新预置 $n$ ，开始一个新的循环，数、包下一包药片。在数药片的过程中，加法计数器所计的数从0到 $n$ 变化。该数通过译码器和显示器把计

数器中的二-十进制数翻译为十进制数，并且显示出来，使操作人员随时可以看到药片数、包的进程。

### 三、简易数控机床

以数字技术进行控制的手段称为数字控制，简称数控。数控机床是指把各种机床(例如车床、铣床、线切割机)所要加工的零件尺寸和加工程序以数字信号(简称指令)进行控制加工的机床。

简易数控机床框图如图 1.3 所示。机床工作台的移动是由步进电机驱动丝杆达到的，每输给步进电机一个脉冲，电机就旋转一个角度，工作台移动一定距离。例如，要使工作台移动相当于步进电机输入 1000 个脉冲的位移，我们先把拨数轮拨上 1000，当指令译码器发出加工指令到门 1 的输入端时，脉冲源就通过门 1 输出脉冲。脉冲一方面加到步进电机，使电机转动，丝杆带动工作台，按输给步进电机脉冲的多少成比例地移动；另一方面，加到计数器进行加法计数运算，每输入一个脉冲，计数器就从原来的数上加 1。随着脉冲的不断输入，计数器所计的数不断增加，一直计到 1000 时，比较器两输入信号——计数器所计数值信号和拨码盘所存数值信号完全相同时，比较器就输出一信号将门 1 封闭，步进电机立即停止转动。这时步进电机总共旋转了 1000 个脉冲所对应的角度，工作台移动了所要求的距离。于是这个加工工序就结束了。

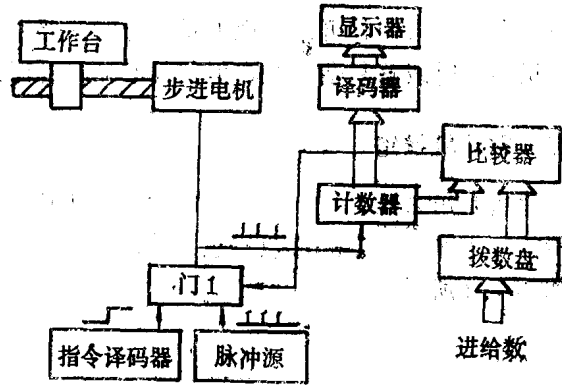


图 1.3 简易数控机床

应注意的是计数器在工作前一定要清“0”。

从上面所举的几个例子可以看到，它们的电路虽然由许多部分组成，但不外乎由振荡器、分频器、译码器、计数器、比较器等逻辑部件组成。进一步分析，可以看出这些电路又是由基本单元线路——门电路和记忆信息的触发器等组成。可见由单元线路可以构成逻辑部件，由逻辑部件可以构成数字系统。但构成逻辑部件和数字系统的过程不是任意的，而是按数字技术本身的规律进行的。这些规律是分析现成电路、设计新电路时必须掌握的工具。

## § 1.3 本课程的性质和内容

本课程是非电类专业学生在学过基础课后，为进一步学好后面需要用到“数字技术基础”知识的课程如：计算机原理、数控机床、测试技术等课程作准备、打基础的课程。本课程前需要有电工学的基础。所以本课程是一门专业基础课。

本课程首先研究数字信号处理、传递和变换的规律。这些规律有它自己的特点，有些和普通代数的规律相同，而大部分规律和普通代数的规律是不同的。如在普通代数中  $A + A = 2A$ ，而在数字技术中的逻辑运算时  $A + A = A$ ，只有在用数字器件实现算术运算时才有  $A +$

$A = 2A$ 。另外，数字技术中的逻辑运算只有逻辑乘、逻辑加及逻辑非运算，没有减法和除法等运算。

其次，本课程要研究数字系统的基本单元线路——门电路和触发器电路的构成及功能。从使用的角度出发，着重讨论单元线路的外特性，即输入与输出的逻辑关系。

最后，本课程还要研究由单元线路实现构成一定逻辑功能的逻辑部件（如前面例子中的计数器、译码器、比较器等）的方法，及由逻辑部件构成数字统系的方法。

## § 1.4 计 数 法

人们为了计数，可以采用不同的方法。起初，人们常用符号“1”做为数值“1”计数。如要计“5”时需画5个“1”，即“11111”。要计“50”时，则需画50个“1”，即“11111...11”。人们感到这样计数很不方便，逐步产生了“十”进制计数法。即用十个数字符号（简称数符）0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9表示十个数，计数满十时向前面一位（即高一位）进“1”，高位就加个“1”，而每个数符所处的位置不同（即所处的位不同）所表示的具体数亦不同。如数值“707”，同样一个数符“7”，右边的“7”只表示 $7 \times 1 = 7$ ，而左边的“7”却表示 $7 \times 100 = 700$ 。这里的“1”及“100”是随数符所处的位置不同而不同的，称为“位值”。每一位都有一个“位值”亦称“权数”。若一数 $N$ 整数部分从低位向高位数，其位数“ $i$ ”分别为0, 1, 2, 3, ...,  $n-1$ 共 $n$ 位。小数部分从小数点后一位起向低位数位数“ $i$ ”分别为 $-1, -2, -3, \dots, -(m-1), -m$ ，共 $m$ 位，则各位的“权数”整数部分为 $10^i$ ，分别为 $10^0, 10^1, 10^2, \dots, 10^{n-1}$ ，小数部分分别为 $10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, \dots, 10^{-(m-1)}, 10^{-m}$ 。这种由位置不同的数符串起来表示数的方法，称为位置表示法。

一个十进制数  $N_{+} = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0a_{-1}a_{-2}\dots a_{-(m-1)}a_{-m}$  的展开式为：

$$\begin{aligned} N_{+} &= a_{n-1}(10)^{n-1} + a_{n-2}(10)^{n-2} + \dots + a_1(10)^1 + a_0(10)^0 \\ &\quad + a_{-1}(10)^{-1} + a_{-2}(10)^{-2} + \dots + a_{-(m-1)} \cdot (10)^{-(m-1)} \\ &\quad + a_{-m} \cdot (10)^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i(10)^i \end{aligned} \quad (1.1)$$

式中  $a_i$  为相应位的数符，“10”为十进制“基数”， $n$  为整数位的位数和， $m$  为小数位的位数和。“ $N_{+}$ ”的下角“+”表示“ $N_{+}$ ”为十进制数。

这种以多项式表示数的方法称为多项式表示法。

十进制是我们习惯采用的计数制，也是我们最熟悉的计数制。由于科学技术的发展和需要，还产生了其它的进位计数制，如二进制、八进制、十六进制等。它们的一般表达式为：

$$N_{R'} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i \quad (1.2)$$

式中  $R$  表示相应计数制的“基数”，如二进制时为“2”，十六进制时为“16”...。“ $N_{R'}$ ”的下角  $R'$  是汉字“二”或“十”或“十六”等。“ $N_{R'}$ ”表示为  $R'$  进制数。

二进制数符只有“0”和“1”，八进制数符为“0”，“1”，“2”，“3”，“4”，

“5”，“6”，“7”，十六进制数符除用了十进制的十个数符外，还用了A(或 $\bar{0}$ )、B(或 $\bar{1}$ )、C(或 $\bar{2}$ )、D(或 $\bar{3}$ )、E(或 $\bar{4}$ )、F(或 $\bar{5}$ )分别表示十进制数的10, 11, 12, 13, 14, 15。十、二、八、十六进制之间的关系及表示方法如表1.1所示。

表 1.1 十、二、八、十六进制数的关系及表示方法

十 进 制	二 进 制	八 进 制	十 六 进 制
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A 或 $\bar{0}$
11	1011	13	B 或 $\bar{1}$
12	1100	14	C 或 $\bar{2}$
13	1101	15	D 或 $\bar{3}$
14	1110	16	E 或 $\bar{4}$
15	1111	17	F 或 $\bar{5}$
16	10000	20	10

由于二进制数只有两个数符“0”和“1”，具有用数字元件的两个状态表示易于实现的特点。所以在数字技术中多采用二进制。为了表示方便，以二进制为基础产生的八进制和十六进制，在数字技术中也被广泛采用。

## § 1.5 常用几种计数制之间的转换

不同计数制之间的转换，是指在所表示的数值不变的前提下表示形式之间的转换。转换方法是依据：“若两个有理数相等，则两个数的整数部分和小数部分分别相等”的原理。由此产生了相应的方法。

### 一、十进制数与二进制数之间的转换

#### 1. 十进制整数转换成二进制数

十进制数转换为二进制数(称为十-二转换)。为了方便，用具体数值转换说明转换方法。

根据式(1.2)，若将十进制数125转换为二进制数，其多项式表示为：

$$(125)_+ = a_{n-1}2^{n-1} + a_{n-2}2^{n-2} + \dots + a_12^1 + a_02^0 \dots \quad (1.3)$$

从式(1.3)可看出，只要求出数符 $a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}$ ，就可求出 $(125)_+$ 的二进制表示形

式。下面逐步求出  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ 。

对式 (1.3) 两边同时除以 2，则可得下式：

$$\underbrace{[62]}_{\text{整数}} + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{小数}} = \underbrace{a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + a_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + a_1 2^0}_{\text{整数}} + \underbrace{\frac{a_0}{2}}_{\text{小数}} \quad (1.4)$$

根据本节开始讲的“若两个有理数相等，则整数、小数分别相等”的原理可知

$$\frac{1}{2} = \frac{a_0}{2} \quad \text{则} \quad a_0 = 1$$

这种转换方法是把式 (1.3) 两边同时除 2 后，利用式 (1.4) 两边小数相等，求出  $a_0$ 。该方法称为“除 2 取余法”。

进一步还可继续利用除 2 取余法把式 (1.4) 的整数部分再一次两边同时除 2 得下式：

$$31 + \frac{0}{2} = a_{n-1} 2^{n-3} + a_{n-2} 2^{n-4} + \dots + \frac{a_1}{2} \quad (1.5)$$

得：
$$a_1 = 1$$

继续上面方法进行，可进一步求出：

$$a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 1, a_6 = 1$$

若用草式进行，如下面所示：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 125} \\ \underline{2 \quad 62} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_0 \quad \dots \text{最低位} \\ \underline{2 \quad 31} \quad \dots \text{余 } 0 \quad \dots a_1 \\ \underline{2 \quad 15} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_2 \\ \underline{2 \quad 7} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_3 \\ \underline{2 \quad 3} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_4 \\ \underline{2 \quad 1} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_5 \\ \underline{2 \quad 0} \quad \dots \text{余 } 1 \quad \dots a_6 \quad \dots \text{最高位} \end{array}$$

得： $(125)_+ = (1111101)_-$

## 2. 十进制纯小数转换成二进制数

若将小数  $(0.825)_+$  转换成二进制数，根据式 (1.2) 可开展为：

$$(0.825)_+ = a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + \dots + a_{-m} \cdot 2^{-m} \quad (1.6)$$

出只要求各位  $a_i$  值，转换就完成了。

对式 (1.6) 两边同时乘以 2，得

$$(1.65)_+ = a_{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot 2^{-m+1} \quad (1.7)$$

同样根据“若两个有理数相等，则整数部分和小数部分分别相等”的原理，可得：

$$\begin{aligned} a_{-1} &= 1 \\ (0.65)_+ &= a_{-2} \cdot 2^{-1} + a_{-3} \cdot 2^{-2} + \dots + a_{-m} \cdot 2^{-m+1} \end{aligned} \quad (1.8)$$

利用同样方法对式 (1.8) 两边同时乘以 2，可求得

$$a_{-2} = 1$$

同样可进一步求得

$$a_{-3} = 0, a_{-4} = 1 \dots$$

以上给等式两边小数乘以 2 后利用整数部分相等，逐步求得二进制小数部分的数符值的方法称为“乘二取整法”。

以上过程若用草式进行，如下面所示：

$$\begin{array}{r}
 0.825 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 1.650 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 \dots\dots a_{-1} \\
 0.65 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 1.30 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 \dots\dots a_{-2} \\
 0.30 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 0.60 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 0 \dots\dots a_{-3} \\
 0.6 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 1.2 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 \dots\dots a_{-4} \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots
 \end{array}$$

这样可以得出：

$$(0.825)_+ \doteq 0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4}\dots = (1.1101)_-$$

从上面可以看出，十进制小数不一定能转换成等值的二进制小数。如果转换精度要高一些，可以把二进制小数位数取多一些。

### 3. 十进制混合小数转换为二进制数

从以上把十进制整数及小数转换成二进制数的方法中，不难得出把十进制混合小数转换成二进制数的方法，即分别转换整数部分及小数部分，然后相加即可。如：

$$\begin{aligned}
 (125.825)_+ & \\
 &= (125)_+ + (0.825)_+ \\
 &= (1111101)_- + (0.1101\dots)_- \\
 &= (1111101.1101)_-
 \end{aligned}$$

### 4. 二进制数转换为十进制数（称为二-十转换）

根据  $N_+ = N_- = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$ ，可容易地将二进制数转换为十进制数。例如，将  $N = (11111.1101)_-$  转换为十进制数，如下式所示：

$$\begin{aligned}
 N_+ = N_- &= (1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-4})_+ \\
 &= (16 + 8 + 4 + 2 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0.0625)_+ \\
 &= (31.8125)_+
 \end{aligned}$$

## 二、二进制数与八进制数之间的转换（称为二-八换转）

### 1. 二进制数转换为八进制数

二-八转换可采用与十-二转换中用过的除二取余法、乘 2 取整法相似的“除八取余法，乘八取整法”进行。经过下面分析亦可采用更简便的方法进行。

由于三位二进制数有八种不同的组合，相应地表示 0~7 八个数，满 8 时向高一位进

位。所以三位二进制数正好相当一位八进制数，只是表示的数符不同而已。这样一来，若把二进制整数化为八进制数，只要从二进制数的最低开始依次按三位划为一组，然后将每一组的二进制数转换为八进制数，最后再以原顺序连起来，转换就完成了。

至于小数部分，则应从小数点后第一位开始，向后依次将三位二进制数划为一组，然后将各组以相应的八进制数符代入，并按原顺序排起来就完成了转换。

**【例 1.1】** 将  $(10100110.1101011)_2$  转换为八进制数。

解：

$$\begin{array}{ccccccc} (010 & 100 & 110. & 110 & 101 & 100)_2 \\ (\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow) \\ = (2 & 4 & 6. & 6 & 5 & 4)_8 \end{array}$$

应注意的是，小数部分最低位组可能不满三位，应在后面以“0”补足三位再以其值转换为八进制数符。

### 2. 八进制数转换为二进制数（称为八-二转换）

转换的方法是按顺序把八进制数各位转换为二进制数符，然后按原顺序连起来就可以了。

**【例 1.2】** 将  $(421.705)_8$  转换为二进制数。

解：

$$\begin{array}{ccccccc} (4 & 2 & 1. & 7 & 0 & 5)_8 \\ (\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow) \\ = (100 & 010 & 001. & 111 & 000 & 101)_2 \end{array}$$

## 三、二进制数与十六进制数之间的转换

### 1. 二进制转换为十六进制数（称为二-十六转换）

转换的方法与二-八转换相似，只不过是四位二进制数相当一位十六进制数。所以转换应把二进制数四位一组分开，把各组转换为十六进制数符，最后把这些数符按顺序排起来就可以了。

**【例 1.3】** 将  $(110101111.1101001)_2$  转换为十六进制数。

解：

$$\begin{array}{ccccccc} (0001 & 1010 & 1111. & 1101 & 0010)_2 \\ (\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow) \\ = (1 & A & F. & D & 2)_{16} \end{array}$$

### 2. 十六进制数转换为二进制数（称为十六-二转换）

转换方法是按顺序将十六进制数各位数转换为二进制数，然后按原顺序把二进制数符连起来就完成了转换。

**【例 1.4】** 将  $(ABC.0D)_{16}$  转换为二进制数。

解：

$$\begin{array}{ccccccc} (A & B & C. & 0 & D)_{16} \\ (\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow) \\ = (1010 & 1011 & 1100. & 0000 & 1101)_2 \end{array}$$

## § 1.6 二进制数的运算

二进制数的运算相对于十进制来说是较简单的。下面我们分别介绍二进制的四则运算。

## 一、二进制加法运算

两个一位的二进制数相加时，其和可以有四种情况，和满二时向高一位进一。其运算规则为：

$$0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, \\ 1+1=10。 “10” 中的 “1” 为进位。$$

两个多位的二进制数相加时，除用到两个一位二进制数相加的规则外，向高位的进位要参加高一位的运算。

### 【例 1.5】

$$\begin{array}{r} 1011 \cdots \cdots \cdots \text{被加数} \\ + 1101 \cdots \cdots \cdots \text{加 数} \\ \hline 11110 \cdots \cdots \cdots \text{进位数} \\ 11000 \cdots \cdots \cdots \text{和 数} \end{array}$$

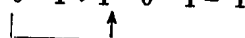
再用十进制计数法来验算上面的结果：

$$\begin{array}{l} \text{被加数} \quad (1011)_2 \\ \quad \quad \quad = (1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0)_2 \\ \quad \quad \quad = (8 + 2 + 1)_2 = (11)_2 \\ \text{加 数} \quad (1101)_2 \\ \quad \quad \quad = (1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0)_2 \\ \quad \quad \quad = (8 + 4 + 1)_2 = (13)_2 \\ \text{和 数} \quad (11000)_2 \\ \quad \quad \quad = (1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3)_2 \\ \quad \quad \quad = (16 + 8)_2 = (24)_2 \end{array}$$

比较两种方法，运算的结果是一致的，证明前面的运算是正确的。

## 二、二进制减法运算

两个一位二进制数相减时，同样有四种情况，被减数不够减时向高一位产生借位，借高一位的“一”当本位的“二”参加本位运算。其规则为：

$$0-0=0, 1-0=1, 1-1=0, \\ 0-1 \Rightarrow 1 \quad 0-1=1$$


式中  $0 \rightarrow 10$  就是指本位不够减向高一位借了“一”当本位的“二”参加本位运算的情况。

两个多位二进制数相减时，除有两个一位二进制数相减的规则外，当低位不够减、要向相邻高一位产生借位时，所借的“一”要参与高一位的运算。



**【例 1.6】**

$$\begin{array}{r}
 1101 \cdots \cdots \text{被减数} \\
 - 1011 \cdots \cdots \text{减数} \\
 \hline
 100 \cdots \cdots \text{借位数} \\
 0010 \cdots \cdots \text{差数}
 \end{array}$$

用十进制减法验算上面的结果:

$$\begin{array}{l}
 \text{被减数} \quad (1101)_2 \\
 \quad = (1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0)_+ \\
 \quad = (8 + 4 + 1)_+ = (13)_+ \\
 \\
 \text{减数} \quad (1011)_2 \\
 \quad = (1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0)_+ \\
 \quad = (8 + 2 + 1)_+ = (11)_+ \\
 \\
 \text{差数} \quad (0010)_2 \\
 \quad = (1 \cdot 2^1)_+ = (2)_+
 \end{array}$$

结果说明前面运算是正确的。

**三、二进制乘法运算**

一位乘法运算的规则为:

$$\begin{array}{l}
 0 \times 0 = 0; \quad 0 \times 1 = 0; \quad 1 \times 0 = 0, \\
 1 \times 1 = 1.
 \end{array}$$

多位乘法运算时除有上面规则外, 乘数某一位乘被乘数所得的积的各位“权数”为乘数位的“权数”和被乘位的“权数”之积; 乘数各位每次乘被乘数所得的积称为部分积; 最后相加求积时, “部分积”的“权数”相同的位对齐后按加法相加。

**【例 1.7】**

$$\begin{array}{r}
 1101 \cdots \cdots \text{被乘数} \\
 \times 101 \cdots \cdots \text{乘数} \\
 \hline
 1101 \\
 0000 \\
 + 1101 \\
 \hline
 1000001 \cdots \cdots \text{积数}
 \end{array}$$

验算:

$$\begin{array}{l}
 \text{被乘数} \quad (1101)_2 \\
 \quad = (2^3 + 2^2 + 2^0)_+ = (13)_+ \\
 \\
 \text{乘数} \quad (101)_2 \\
 \quad = (2^2 + 2^0)_+ = (5)_+ \\
 \\
 \text{积数} \quad (1000001)_2 \\
 \quad = (2^6 + 2^0)_+ = (65)_+
 \end{array}$$

从上例中可以看出, 乘数某一位为“一”时, 就将被乘数照写一遍, 且将它的最低位与