



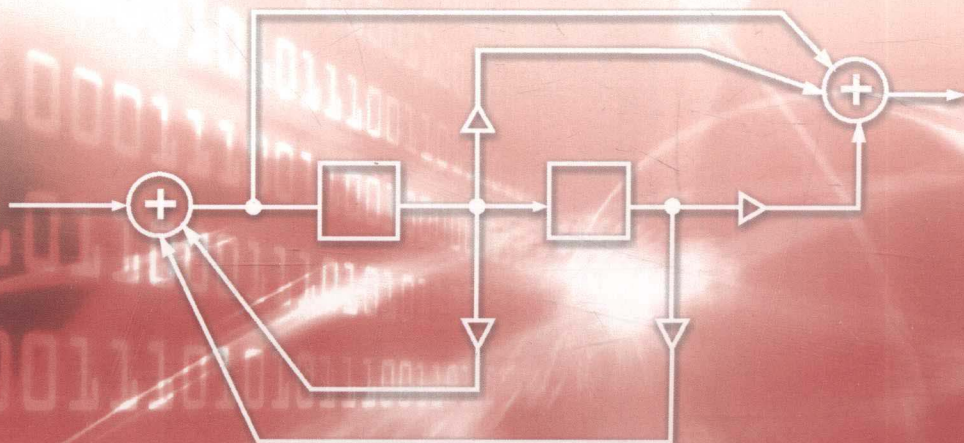
普通高等教育电子信息类专业“十三五”规划教材



西安交通大学 规划教材
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

数字信号处理简明教程

郑南宁 编



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



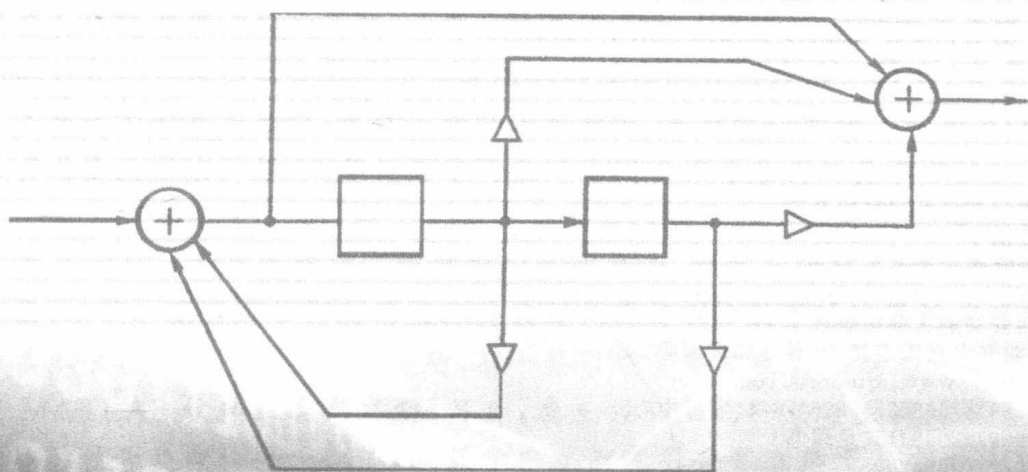
普通高等教育电子信息类专业“十三五”规划教材



西安交通大学 规划教材
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

数字信号处理简明教程

郑南宁 编



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书以变换分析为主线,对采样信号表示、频谱分析、离散傅里叶变换和数字滤波器的基本理论与设计方法展开讨论,并介绍了数字信号处理中实时滤波的基本方法。即使对数字信号处理内容基本熟悉的读者,学习本教材后,对建立离散时间信号与系统的基本概念和分析研究的基本方法及处理技巧也会有“温故而知新”的感觉。第1~5章分别讨论了信号的傅里叶分析与采样信号、离散时间序列与系统的基本分析方法、 z 变换、离散傅里叶变换和快速傅里叶变换算法,这部分内容的重点是数字信号的产生及其在时域和频域表示方法以及离散时间系统的基本性质和分析方法。第6~9章主要讨论数字滤波器的基本原理、设计方法和实时滤波,其中专门介绍了利用ROM查表法的实时滤波方法。第10章讨论了离散时间随机信号分析的基本方法。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理简明教程/郑南宁编. —西安:西安交通大学出版社,2014.8
ISBN 978-7-5605-6555-2

I. ①数… II. ①郑… III. ①数字信号处理-高等学校-教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第177179号

书 名 数字信号处理简明教程
编 者 郑南宁
责任编辑 李慧娜 季苏平

出版发行 西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路10号 邮政编码710049)
网 址 <http://www.xjtupress.com>
电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)
(029)82668315(总编办)
传 真 (029)82668280
印 刷 北京京华虎彩印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 21.25 字数 513千字
版次印次 2015年9月第1版 2015年9月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5605-6555-2/TN·147
定 价 39.80元

读者购书、书店添货,如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。
订购热线:(029)82665248 (029)82665249
投稿热线:(029)82669097 QQ:8377981
读者信箱:lg_book@163.com

版权所有 侵权必究

前 言

数字信号处理在各个领域的应用是如此频繁和广泛,把它作为工科相关本科专业的必修课程是很有必要的。本书是在编者原编写的《数字信号处理》教材的基础上,结合近年来从事数字信号处理课程教学及科研工作的实践,重新编写而成。

本书在内容上力图简明,突出信号分析和数字信号处理的基本概念,强调与实际物理系统的区别和应用中的问题,有利于初学者理解和掌握数字信号处理的基本知识与方法。本书以变换分析为主线,对采样信号表示、频谱分析、离散傅里叶变换和数字滤波器的基本理论与设计方法展开讨论,并介绍了数字信号处理中实时滤波的基本方法。即使对数字信号处理内容有一定基础的读者,学习本教材后,对建立离散时间信号与系统的基本概念和分析研究的基本方法及处理技巧也会有“温故而知新”的感觉。全书由10章组成。第1~5章分别讨论了信号的傅里叶分析与采样信号、离散时间序列与系统的基本分析方法、 z 变换、离散傅里叶变换和快速傅里叶变换算法,这部分内容的重点是数字信号的产生及其在时域和频域表示方法以及离散时间系统的基本性质和分析方法。第6~9章主要讨论数字滤波器的基本原理、设计方法和实时滤波,其中专门介绍了利用ROM查表法的实时滤波方法。第10章讨论了离散时间随机信号分析的基本方法。

为了理解数字信号处理中数据截尾及舍入效应和有限字长的量化误差分析,附录A介绍了数字系统中二进制数的表示方法,附录B介绍了三种基本的模拟滤波器,以便加深理解如何利用模拟滤波器来设计IIR数字滤波器的方法。

本书各章都有较丰富的习题,有一些习题需要学生自己编写计算机程序或利用MATLAB软件工具来求解;另外,在互联网上的一些专业网站也有可资利用的各种信号处理软件。但是,在教学中要注意引导学生建立自己的代码,避免过多地使用工具箱中的函数和成熟的软件。因此,教师在使用本教材时,需要上好习题课,结合实验和研讨式教学,使学生在更深刻地掌握基本概念和方法,深入钻研,彻底弄懂弄通。

由于编者水平有限,书中难免存在不妥之处,殷切期望广大读者批评指正。

编 者

2015年6月

目 录

绪论	(1)
第 1 章 傅里叶分析与采样信号	(6)
1.1 连续时间周期信号的傅里叶级数表示	(6)
1.1.1 三角型函数傅里叶级数	(6)
1.1.2 指数型傅里叶级数	(7)
1.1.3 傅里叶频谱的波形分解	(8)
1.2 非周期信号的连续时间傅里叶变换表示	(10)
1.3 连续时间傅里叶变换的性质	(14)
1.4 卷积与相关	(21)
1.4.1 卷积积分	(22)
1.4.2 卷积定理	(23)
1.4.3 频域卷积定理	(24)
1.4.4 函数的相关	(25)
1.4.5 相关定理	(27)
1.5 连续时间信号的采样	(28)
1.5.1 采样过程	(29)
1.5.2 采样函数	(29)
1.5.3 采样信号的频域表示——离散时间傅里叶变换	(31)
1.6 用信号样本表示连续时间信号:采样定理	(32)
1.7 利用内插由样本重建信号	(34)
1.8 A/D 转换的量化误差分析	(37)
习题	(40)
第 2 章 离散时间序列与系统	(48)
2.1 离散时间序列	(48)
2.1.1 序列的分类	(48)
2.1.2 基本序列	(49)
2.1.3 序列的稳定性与因果性	(53)
2.1.4 序列的基本运算	(53)
2.2 序列的离散时间傅里叶变换表示	(55)
2.3 离散时间傅里叶变换的性质	(57)
2.3.1 离散时间傅里叶变换的周期性与对称性	(57)
2.3.2 离散时间傅里叶变换的其他基本性质	(58)

2.4	离散时间系统	(60)
2.4.1	线性系统	(61)
2.4.2	离散线性时不变系统	(61)
2.4.3	离散线性时不变系统的因果性	(63)
2.4.4	离散线性时不变系统的稳定性	(64)
2.4.5	采用差分方程表示离散线性时不变系统	(66)
2.5	离散时间系统的频域响应	(67)
2.5.1	对复指数序列的响应	(67)
2.5.2	对任意序列的响应	(68)
2.5.3	由差分方程求频率响应函数	(70)
	习题	(72)
第3章	z 变换	(79)
3.1	z 变换的定义及收敛域	(79)
3.1.1	z 变换的定义	(79)
3.1.2	z 变换与离散时间傅里叶变换的关系	(79)
3.1.3	z 变换的收敛域	(80)
3.2	z 反变换	(85)
3.3	z 变换的性质	(90)
3.4	z 变换域中离散时间系统的描述	(96)
3.4.1	由线性常系数差分方程导出系统函数	(96)
3.4.2	系统函数的频域分析	(97)
3.5	单边 z 变换	(102)
3.6	用单边 z 变换求解线性差分方程	(103)
	习题	(105)
第4章	离散傅里叶变换	(115)
4.1	离散傅里叶级数	(115)
4.1.1	周期序列的傅里叶表示:离散傅里叶级数	(115)
4.1.2	离散傅里叶级数的性质	(118)
4.1.3	离散傅里叶级数与 z 变换的关系	(121)
4.1.4	离散傅里叶级数与离散时间傅里叶变换的关系	(121)
4.2	离散傅里叶变换	(124)
4.2.1	有限长序列的傅里叶表示:离散傅里叶变换	(124)
4.2.2	离散傅里叶变换的性质	(126)
4.2.3	利用循环卷积计算线性卷积	(133)
4.2.4	z 域频率采样	(138)
4.3	离散傅里叶变换应用中的问题与参数选择	(142)
4.3.1	频谱混叠	(142)
4.3.2	频谱泄漏	(142)

4.3.3	栅栏效应	(143)
4.3.4	离散傅里叶变换的参数选择(频率分辨率与计算长度)	(144)
	习题	(147)
第5章	快速傅里叶变换	(155)
5.1	FFT算法的基本原理	(155)
5.2	按时间抽取的FFT算法	(157)
5.3	按频率抽取的FFT算法	(161)
5.4	任意基数的FFT算法	(164)
5.5	IDFT的快速运算方法	(165)
5.6	实数序列的FFT运算方法	(166)
5.6.1	同时运算两个实序列的FFT	(166)
5.6.2	用 N 点变换计算 $2N$ 点实序列的FFT	(167)
5.7	FFT的软件实现	(168)
5.8	Chirp- z 变换	(169)
5.8.1	Chirp- z 变换的定义	(169)
5.8.2	Chirp- z 变换的算法实现	(170)
5.9	FFT算法中有限寄存器长度量化效应分析	(173)
5.9.1	直接法计算DFT的舍入量化误差	(173)
5.9.2	定点FFT运算的量化误差	(174)
5.9.3	浮点FFT运算的量化误差	(176)
5.9.4	FFT运算的系数量化误差	(177)
	习题	(177)
第6章	数字滤波器的基本原理与特性	(182)
6.1	数字滤波器的基本原理	(182)
6.1.1	滤波器的类型与基本指标	(182)
6.1.2	数字滤波器的基本方程与分类	(184)
6.2	数字滤波器的基本特性	(186)
6.2.1	FIR滤波器的基本特性与类型	(186)
6.2.2	IIR滤波器的基本特性	(197)
6.2.3	FIR滤波器与IIR滤波器的比较	(199)
	习题	(199)
第7章	FIR数字滤波器设计	(206)
7.1	傅里叶级数展开法	(206)
7.2	窗函数设计法	(210)
7.3	FIR滤波器的计算机辅助设计	(217)
7.3.1	频率采样法	(217)
7.3.2	切比雪夫逼近设计	(220)
7.3.3	线性相位FIR滤波器频率响应的极值频率数目的约束	(225)

7.3.4	雷米兹(Remez)算法	(226)
7.4	FIR 滤波器的实现结构	(229)
7.4.1	直接型	(229)
7.4.2	级联型	(229)
7.4.3	FFT 变换型	(230)
7.4.4	频率采样型	(231)
7.5	非递归型 FIR 滤波器量化误差分析	(232)
7.5.1	系数量化误差	(232)
7.5.2	运算量化误差	(233)
	习题	(235)
第 8 章	IIR 数字滤波器设计	(242)
8.1	$s-z$ 变换设计法	(242)
8.1.1	冲激响应不变法	(242)
8.1.2	双线性变换法	(245)
8.1.3	匹配 z 变换	(251)
8.2	频率变换设计法	(251)
8.3	IIR 数字滤波器的计算机辅助设计	(253)
8.3.1	最小平方逆滤波设计法	(254)
8.3.2	频域最小方差设计法	(255)
8.4	IIR 数字滤波器的实现结构	(258)
8.4.1	直接型	(258)
8.4.2	级联型	(260)
8.4.3	并联型	(262)
8.4.4	梯型结构	(262)
8.5	递归型 IIR 滤波器量化误差分析	(263)
8.5.1	系数量化误差	(263)
8.5.2	定点运算量化误差	(266)
8.5.3	浮点运算量化误差	(269)
8.5.4	极限循环振荡	(271)
	习题	(273)
第 9 章	实时滤波	(282)
9.1	ROM 查表式乘法	(282)
9.2	滤波器的定点运算实现	(283)
9.3	IIR 滤波器的查表法实现	(287)
9.3.1	一阶 IIR 滤波器查表实现	(287)
9.3.2	二阶 IIR 滤波器查表实现	(289)
9.3.3	压缩比例因子的选择	(289)
9.4	噪声滤除	(291)

9.4.1 加性噪声滤除	(292)
9.4.2 乘性噪声滤除与同态系统	(293)
习题	(295)
第 10 章 离散时间随机信号统计分析基础	(297)
10.1 随机过程的定义	(297)
10.2 离散随机过程的时域统计描述	(298)
10.2.1 概率分布函数和密度函数	(298)
10.2.2 平稳随机过程	(301)
10.2.3 概率分布特性的特征量	(301)
10.2.4 相关序列与协方差序列的性质	(303)
10.2.5 各态历经性与时间平均	(304)
10.3 离散随机过程的频域统计描述	(306)
10.4 离散线性系统对随机信号的响应	(307)
10.4.1 系统的稳态响应	(307)
10.4.2 互功率谱和系统的频率响应	(309)
习题	(311)
附录	(316)
附录 A 二进制数的表示及其对量化的影响	(316)
A.1 二进制数的定点与浮点表示	(316)
A.2 原码、补码和反码	(317)
A.3 截尾与舍入效应	(318)
附录 B 模拟滤波器	(322)
B.1 巴特沃斯(Butterworth)低通滤波器	(322)
B.2 切比雪夫(Chebyshev)低通滤波器	(324)
B.3 椭圆(ellipse)滤波器	(326)
参考文献	(328)

绪 论

信号是各种自然或人工系统所携带或产生的各类信息表现的一种基本形式。我们人类被各种各样的信号所包围,它们来自于不同的环境或物理系统。如语音或语言,这是人类沟通与交流的基本形式;还有与人们日常生活密切相关的电话、电视信号,股票市场每日的收盘价等;这些信号都是自变量为时间的函数。然而,有些信号也并非如此,如静止的图像信号、某个物体上的电荷分布,这些信号是空间而不是时间的函数。本书对信号处理和系统分析的讨论,都把它们看作是时间的函数,这种讨论也完全适用于其他的自变量。虽然在各个领域中所出现的信号的物理性质不一样,但它们作为一个或几个独立变量的函数包含了有关某些现象性质的信息。如利用脑电信号(electroencephalogram, EEG)研究大脑神经的活动及认知过程;或探测来自外空间的未被人类所知的信号,探索宇宙的奥秘;或利用信号探测周围的环境,如寻找在地下或海底中蕴藏的能源;还有利用以文本、图像或视频形式表现的信号,从互联网中搜索和发现有用信息;或利用信号分析的方法研究股票市场的变化规律;还可利用信号去揭示那些不易观察的物质微观状态或结构;也可利用某种物理形式的信号建立起人与机器之间的联系。

在不同的场合,一些信号是有用的,而另一些信号是不需要的。因此,从一个复杂的环境或物理系统中,提取有用信号是信号处理的最基本的目的。一般来说,信号处理是为提取、增强、存储和传输有用信息而设计的运算。虽然信号处理与应用场合密切相关,但所有信号处理的系统都有一个基本的共同点:即对给定信号作出响应,产生某些所需要的特性或输出另外的信号。

下面介绍有关信号与系统的几个基本术语和数字信号处理的一般原理,为理解本书的内容打下一个基础。

1. 信号与系统的基本术语

模拟信号(analog signal)——在时间和幅度上都是连续变化的信号,它一般表示为时间域连续函数,如正弦信号波形、语音信号等。实际中所遇到的信号往往是模拟信号,通常是用电压或电流表示模拟信号的物理变量。对模拟信号的直接处理一般是利用由电阻、电容、电感等无源电路元件和运算放大器等有源器件组成的模拟电路来完成。

连续时间信号(continuous-time signal)——它也是定义在时间域连续函数,但其信号的幅度可以是连续变化的值,也可以是有限的可能值。模拟信号可看作是连续时间信号的特例。在实际应用中,往往对两者不加区别。本书在讨论“数字”处理相关内容时,将使用具有物理含义的“模拟”来表示明确的处理对象。

量化(quantization)——用一组不同的有限值表示变量的过程,通常认为被量化的变量的幅度是有限值。

离散时间信号(discrete-time signal)——信号只在离散时间点上取值,它是定义在离散时间域的函数,也就是说,作为函数的独立变量——时间被离散量化。如果一个离散时间信号的幅度为连续值,则该函数称为采样信号(sampled signal)。显然,对模拟信号进行时间轴上的

离散采样所形成的信号就是采样信号。

数字信号(digital signal)——信号在时间和幅度上都被离散量化的函数。数字信号是用一组数值序列(又可称样本序列)表示,数值序列的幅度由一组有限位数的二进制编码表示。例如,用8位二进制数表示一个数值序列,所能表示的数值范围为 $0\sim 255$ 。或者说,若要表示的最大数值为 m ,则所需要的二进制位数的整数要大于或等于 $\log_2 m$ 。

在实际应用中,往往不去严格区分“离散时间”和“数字”。许多有关离散时间信号的分析方法和理论都可以直接用于数字信号。在理论推导或建立数学模型时,使用“离散时间”术语,而在描述信号处理的硬件或软件实现时,往往使用“数字”术语,这样更为直观。

根据信号处理所应用的硬件或软件类型,以及信号的表现形式,可以用上述任何一个术语来描述信号处理系统。如模拟系统、连续系统、连续时间系统、离散时间系统和数字系统,等等。

线性系统(linear system)——系统参数不随系统的输入幅度或特性变化,且满足叠加原理的系统。线性系统可以用线性微分方程或差分方程描述。

线性时不变系统(linear time invariant system)——系统参数固定且不随时间变化的线性系统。数字滤波器就是一类十分重要的离散线性时不变系统。

数字信号处理就是基于离散时间信号与系统,对采样值序列进行处理,即信号的波形用样本序列表示,并用数字电路或计算机去处理这些序列。样本序列处理方法的起源可以追溯到16世纪发展起来的经典数值分析技术,到了20世纪40年代,采样数据控制技术以及信号谱估计和预测理论的研究和发展,使这些经典方法得到进一步发展。但是,数字信号处理作为一门新的学科而真正出现却是在1965年Cooley和Tukey提出快速傅里叶变换(fast fourier transform,FFT)方法之后。

2. 数字信号处理的一般原理

简言之,数字信号处理系统是用二进制数值或符号序列表示信号波形,并通过对序列进行不同形式的运算来实现对信号的处理。因此,数字信号处理的内涵就是用数字计算方法来处理信号,它既涉及到时间的量化,也涉及到信号幅度的量化。然而,为了方便理论分析,几乎所有的数字信号处理的教科书在讨论数学分析和处理方法时仅考虑信号的离散时间特性,即时间的量化,而对幅度的量化只在分析有限字长效应或在实际应用数字处理时需要考虑。

在数字信号处理系统中,信号可以看作是一个任意时基的序列,可以对信号数据进行重排和存储,实现时间的扩张或压缩以及信号处理的最佳化。此外,由于数字信号处理具有很高的重现性、稳定性和可靠性,只要对信号幅度的量化有足够的字长,就能实现高精度和大动态范围的信号处理,这是模拟系统所不能比拟的,而且数字系统还具有便于大规模集成、多维数据处理等优点。

数字信号处理的实际系统是多种多样的,但其基本结构如图0.1所示,采样保持与A/D(analog/digital)变换把输入信号变换成时间和幅度都是离散的数值信号(又称之为数字序列),采样与数字转换过程如图0.2所示。通常在采样前需要有一个低通滤波器来滤除模拟信号输入中不必要的高频成分。经过数字信号处理器运算处理后输出的数字信号再通过D/A变换和低通滤波器,就可恢复成连续的模拟信号。有时需要处理的信号本身就是离散序列信号,经处理后仍然需要保持离散的序列形式,这样图0.1的系统中就不需要A/D和D/A(digital/analog)变换,以及相应的低通滤波器。

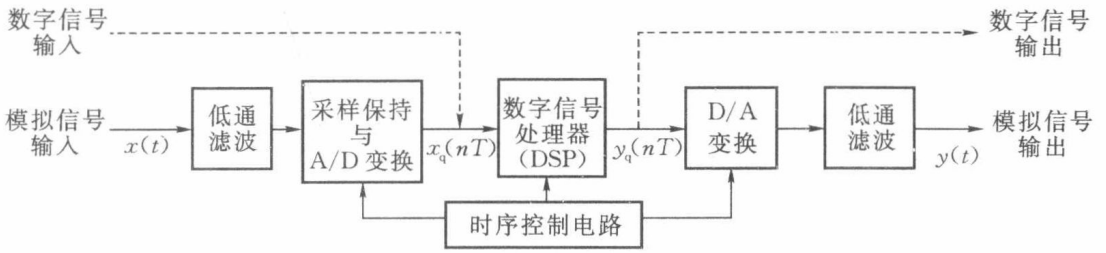
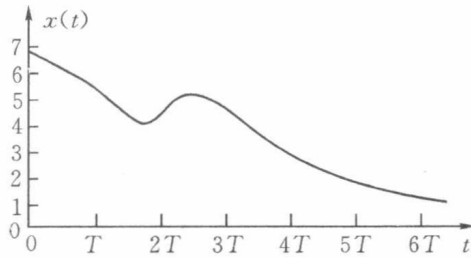
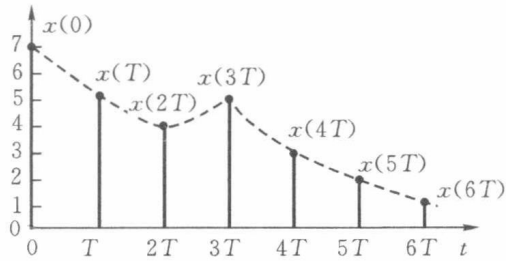
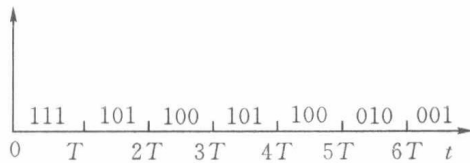


图 0.1 数字信号处理系统的基本结构

(a) 模拟信号 $x(t)$ (b) 对 $x(t)$ 进行离散采样得到的时间序列 $x(nT)$ (c) 对时间序列 $x(nT)$ 进行幅度量化的二进制编码序列 $x_q(nT)$ 图 0.2 采样与数字序列转换过程(T 是采样时间)

在很多应用场合,还可以利用时分多路的方式,通过一套数字信号处理系统同时处理多路输入信号,如图 0.3 所示。因为相邻的采样信号之间存在着一定的间隔,可以插入其他路信号的采样并送入同一系统,在同步器的控制下,系统对各路信号分别进行处理,最后通过分路器把处理的结果分别输出。这种系统的运算速度越高,能够同时处理的通道也越多。采用单一系统处理多路信号的能力是数字系统的特点之一。

用于语音、视频编码、通信、雷达、声纳、生物医电信号和各种传感器的信号处理的数字系统,往往要求它们能实时(real time)工作。所谓“实时”是指数字信号处理系统应该在当前时刻(或当前一组)采样序列信号的出现至下一个(或下一组)采样序列信号到来之前,能完成对

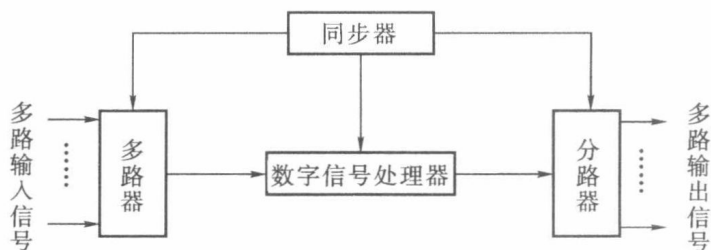


图 0.3 时分多路数字信号处理系统

以前的相关采样序列信号(含当前采样序列)所要进行的全部运算,并给出相应的结果。这就要求数字信号处理系统能以 A/D 转换对连续时间信号采样的同一速率(或采样序列分组的速率)给出运算的结果。

3. 数学信号处理的“变换”分析方法

在实际中有一类重要的信号处理问题,其处理目的不是简单地输出信号,而是对信号通过变换或估计,以输出信号的某种特征来解释原信号,或对输入信号进行分类。这类信号处理问题称为信号辨识或信号的模式识别,如利用傅里叶变换将时域信号变换到频域,我们就可以在频域中依据信号的频谱特性作出对信号的解释,或根据频谱特性对信号进行分类。

无论是对模拟信号的采样变换、离散系统分析的 z 变换和傅里叶变换,还是数字滤波器的设计,实质上都是建立在“变换”分析的基本概念之上。“变换”构成了数字信号处理最基本的分析方法。一般来说,变换分析使得问题描述更为清楚,使问题的复杂程度得到简化,以便容易得到问题的分析与求解。傅里叶变换就充分体现了一种变换分析的技巧,它是许多科研工作的重要的分析工具,最熟知的应用就是用来分析线性时不变系统。傅里叶变换实质上是一个求解问题的普遍方法。这种“普遍性”(ubiquitous)使人们很容易地把一种领域所发展的傅里叶分析方法推广至其他领域,因为从物理现象来看,许多彼此互不相关的研究问题,都可以利用傅里叶变换有效地处理。因此,通过本课程的学习,要知晓数字信号处理过程各种基本变换的涵义及其数学实质,掌握好傅里叶变换分析的基本原理和步骤,充分理解信号与变换分析的一般关系。

4. 离散随机信号的数字处理

另外,在现实物理世界中,我们遇到的往往是大量的非确定性信号,即随机信号,如语音、视频序列、机械振动、脑电信号、雷达回波、数字系统的量化误差,以及信号在传输过程中的混叠等各种因素造成的噪声和干扰等,还有股票市场波动等经济现象,都是不可预知的随机信号。对这类信号的数字处理,可以将其描述为一种离散随机过程,利用一些基本的统计特征,如均值、方差、自相关函数或功率谱,可以适当地表示离散随机过程。

5. 数字信号处理的硬件与软件工具的发展

值得指出的是,嵌入式可编程数字信号处理器(digital signal processor, DSP)的出现是数字信号处理及其应用领域中一个飞跃性转折,它使一些复杂的信号处理算法能通过专用 DSP 硬件来实时处理,不再局限于计算机或小规模数字电路组成的处理系统,其应用成本下降,体积减少,灵活性显著提高,而且 DSP 芯片的生产厂家都提供 DSP 应用开发的 C 编译、模拟器

或仿真器,用于 DSP 的高效率编程。C 语言是一种很有用的编程工具。C 语言具有结构化、数组和函数调用等高级语言的功能,同时也具备可以位操作、直接硬件输入输出控制和宏块等汇编语言的功能,用 C 语言编写的程序也很容易移植到其他的 DSP 处理器上。有些厂家的 DSP 也利用汇编语言来优化器件的性能,以满足一些对时间有苛刻要求的应用。另外, MATLAB 软件已成为数字信号处理与分析的重要工具,利用它所提供的各类函数可以方便地描述、处理或分析数据和系统。因此,要熟练掌握现代数字信号处理技术,不仅要学好有关基础知识,还要掌握好 C 语言,学会应用 DSP 和 MATLAB 软件工具。

本书作为数字信号处理的基础性教材,只讨论了一维数字信号处理的内容。在许多数字信号处理应用场合需要二维或多维信号处理技术。尽管一维数字信号处理与多维数字信号处理在理论上存在一些基本的区别,但一维数字信号处理的基本概念和方法都可以推广至多维数字信号处理。

随着计算机和超大规模集成电路技术的发展,数字信号处理不仅在信息技术领域扮演着十分重要的角色,而且其基本原理和方法几乎应用在所有物理系统和社会计算中,成为一种重要的数值分析、处理与计算的工具。因此,理解和掌握好数字信号处理的基本概念、基本原理和方法,在遇到实际问题时,能激发我们去寻找新的理论与技术,也能使我们利用一种熟悉的工具进入到一个生疏的研究领域。

第 1 章 傅里叶分析与采样信号

在许多工程应用中,往往是通过频谱分析信号的特征,或通过分析系统对不同频率信号的响应来研究系统的问题。傅里叶分析是频谱分析的基本方法,它可以把信号表示为各不同频率的正弦分量或复指数信号的线性组合。本章在连续时间信号分析的基础上给出采样信号分析的讨论,首先介绍连续时间周期信号的傅里叶级数(fourie series, FS)表示和非周期信号的连续时间傅里叶变换(fourier transform, FT),然后将这些结果推广到采样信号的频谱分析,进而导出离散时间傅里叶变换(discrete-time fourier transform, DTFT)。采样信号可看作是一个连续时间信号被一组冲激脉冲所调制而得到的。采样信号是时间上离散、幅度上连续的模拟信号,对采样信号进行幅度上的量化,才能适应计算机的处理。通过对采样信号的傅里叶分析,可以建立起连续时间信号与离散时间信号或数字信号之间的关系,进而导出即著名的香农采样定理(Shano's sampling theorem),它确定了任何信号处理的采样系统必须满足的基本采样速率要求。

1.1 连续时间周期信号的傅里叶级数表示

1.1.1 三角型函数傅里叶级数

如果一个连续时间信号 $x(t)$ 是周期的,那么对于一切 t ,存在某个正值 T ,有

$$x(t) = x(t + T), \text{ 对全部 } t \quad (1.1)$$

使式(1.1)成立的最小正值 T 称为 $x(t)$ 的基本周期 T_0 。信号 $x(t)$ 以周期 T_0 每秒出现的周期数定义为该信号的基频 f_0 ($f_0 = \frac{1}{T_0}$, 单位是周期数/秒,称为赫兹(Hz));信号的角频率(也称为基波频率)定义为 $\Omega_0 = 2\pi f_0$ 或 $\frac{2\pi}{T_0}$ 。频率为 $n\Omega_0$ 的正弦信号是频率为 Ω_0 的正弦信号的第 n 次谐波。对于任一连续时间周期信号 $x(t)$ 在一定约束条件下都可以表示为具有与基波频率 Ω_0 成为谐波关系的无限个正弦和余弦信号之和,即三角型傅里叶级数

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\Omega_0 t) + b_n \sin(n\Omega_0 t)] \quad (1.2)$$

其中正弦函数的振幅(或称系数)用下列积分表示:

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cos(n\Omega_0 t) dt \\ b_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \sin(n\Omega_0 t) dt \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

式中 n 为谐波次数。

数学上已经证明,将任一具有周期 T_0 的连续时间周期信号 $x(t)$ 展开为式(1.2)三角函数表达的傅里叶级数形式,则该信号在任一区间 $[t, t + T_0]$ 必须满足以下狄利克雷(Dirichlet)条件:

(1)函数 $x(t)$ 在一个周期内是绝对可积的,即

$$\int_{-T_0/2}^{T_0/2} |x(t)| dt < \infty$$

(2)函数 $x(t)$ 在一个周期内只有有限个不连续点,不连续点的值是有限值;

(3)函数 $x(t)$ 在一个周期内只有有限个最大值和最小值。

通常,工程应用中所遇到的周期信号都满足以上三个条件。

1.1.2 指数型傅里叶级数

虽然三角型傅里叶级数表达式(1.2)和式(1.3)被广泛地用于信号分析的实际问题,但使用指数型傅里叶级数表示进一步发展了信号分析与处理的理论方法。三角函数与复指数函数有着密切的联系,根据欧拉公式有

$$\cos(n\Omega_0 t) = \frac{e^{jn\Omega_0 t} + e^{-jn\Omega_0 t}}{2}, \quad \sin(n\Omega_0 t) = \frac{e^{jn\Omega_0 t} - e^{-jn\Omega_0 t}}{2j}$$

将上述关系式代入式(1.2),可得

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\Omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\Omega_0 t} \quad (1.4)$$

令复函数

$$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}, \quad c_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2}$$

式中“*”表示复共轭。由式(1.3)可知,当 $x(t)$ 为实信号时,有 $a_{-n} = a_n, b_{-n} = -b_n$, 因此

$$c_n^* = \frac{a_{-n} - jb_{-n}}{2} = c_{-n} \quad \text{或} \quad c_{-n}^* = c_n$$

将 c_n 及 c_n^* 代入式(1.4) $x(t)$ 的级数表达式,得

$$\begin{aligned} x(t) &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\Omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* e^{-jn\Omega_0 t} \\ &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\Omega_0 t} + \sum_{n=-\infty}^{-1} c_n e^{jn\Omega_0 t} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\Omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\Omega_0) e^{jn\Omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.5)$$

式中系数 c_n 记作 $X(n\Omega_0)$ 。式(1.5)称为指数型傅里叶级数表达式。它表明一个连续时间的周期信号可以由无限多个成谐波关系的复指数信号组成, Ω_0 是基波频率, n 是谐波次数。在式(1.5)中, $n=0$ 这一项是一个常数 c_0 , 称为直流分量, $n=\pm 1$ 这两项都有基波频率等于 Ω_0 , 两者合在一起称为基波分量或一次谐波分量。依此类推, $n=\pm N$ 的两个分量称为第 N 次谐波分量。它们的振幅和相位由 c_n 决定, 且有

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{a_n - jb_n}{2} = \frac{1}{2} \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) [\cos(n\Omega_0 t) - jsin(n\Omega_0 t)] dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jn\Omega_0 t} dt = X(n\Omega_0), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (1.6)$$

1.1.3 傅里叶频谱的波形分解

上述讨论表明,利用正弦型信号或复指数信号可以准确地描述一个连续时间周期信号。不同波形的周期信号其区别仅仅在于基频 Ω_0 或基本周期 T_0 ,以及各次谐波分量的幅度和相位的不同。由于式(1.6)定义的 $X(n\Omega_0)$ 是离散频率 $n\Omega_0$ 的复函数,因此 $X(n\Omega_0)$ 可用复数形式表示为

$$X(n\Omega_0) = |X(n\Omega_0)| e^{j\theta_n} \quad (1.7)$$

对于一给定周期信号,复数集合 $X(n\Omega_0)$ 称为该信号的频谱, $|X(n\Omega_0)|$ 为频谱的幅度,称为幅频特性; θ_n 为相位谱,它反映了不同频率分量的初相角随频率变化的特性,称为相频特性。一个信号 $x(t)$ 的频谱构成了对该信号的频域描述,与此对照的是 $x(t)$ 用时间函数表征的时域描述。

图 1.1 给出了傅里叶级数表示的一个直观的波形分解说明。如图所示,一个连续时间周期信号 $x(t)$ 的波形的傅里叶级数表示的实质是:把这个信号的波形分解成许多不同频率的正弦波之和,如果将这些正弦波相加能成为原来信号 $x(t)$ 的波形,那么,我们就确定了这个信号的傅里叶级数表示。

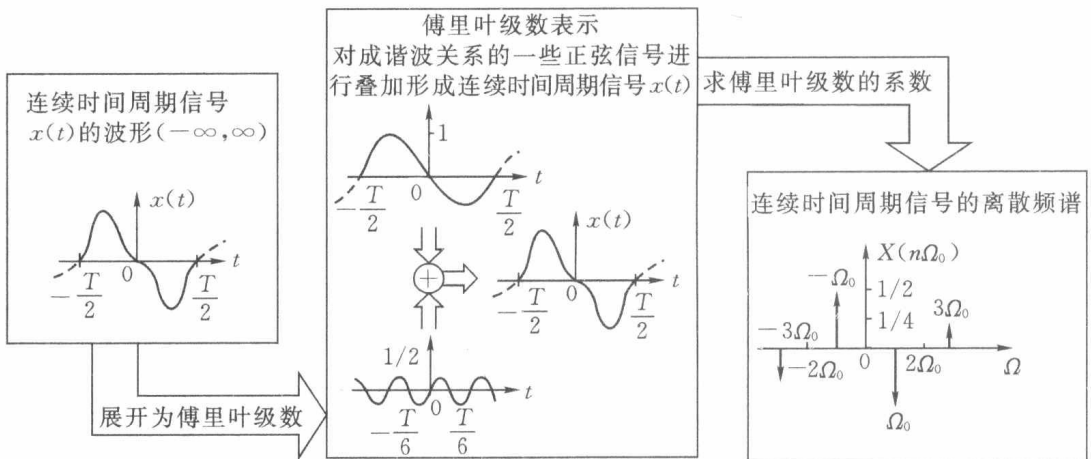


图 1.1 连续时间周期信号的傅里叶级数的波形分解表示

由以上讨论可以看到,式(1.6)的 c_n 是离散频率的函数,也就是说连续时间周期信号的频谱是由离散的谱线组成,它们由直流分量($\Omega=0$ 处的值)和 Ω_0 的 n 次谐波分量组成, n 是 $(-\infty, \infty)$ 区间内的整数。信号的频谱反映了信号时域波形变化的情况,变化越剧烈,频谱高频分量越多,即谱线越多。反之,波形变化缓慢,高频分量减少,谱线迅速衰减。

上述对两种不同形式的傅里叶级数的讨论表明,任意波形的周期信号都可以分解为两种基本连续时间信号,即正弦信号或复指数信号。由于它们都是以 Ω_0 为基频的周期信号,因而各组成分量之间都存在着谐波关系。对于不同形状的周期信号,只是各组成谐波分量的频率、幅度和初相位有所不同而已。