航天飞行器动力学

T. R. 凯　恩

〔美〕P. W. 莱金斯 著

D. A. 李文森

黄克累　张安厚 译

科　学　出　版　社

1 9 8 8

内 容 简 介

本书是美国著名学者 T. R. 凯恩等人的一部航天飞行器动力学方面的专著，共分四章. 第一章，运动学. 主要探讨方向余弦、欧拉参数、罗德里格参数等，涉及到许多新的概念，并有许多用于求解航天飞行器的例子. 第二章，万有引力. 主要探讨质点与质点、质点与物体、物体与物体之间的力函数分析等，内容比较详尽，是空间飞行器动力学方面的重要课题. 第三章，简单航天飞行器. 主要探讨刚体在空间轨道上的运动，陀螺体的动力学方程及其在空间轨道上的运动. 第四章，复杂航天器. 主要介绍作者创建的动力学方法.

本书适用于从事航天器动力学以及理论力学、一般力学的教学、科研人员，也适用于本专业的高年级学生和研究生.

T.R. Kane, P.W.Likins, D.A.Levinson
SPACECRAFT DYNAMICS
McGraw-Hill Book Company

航天飞行器动力学

T. R. 凯 恩
〔美〕P. W. 莱金斯 著
D. A. 李文森

黄克累 张安厚 译

责任编辑 朴玉芬 夏墨英

科学出版社出版
北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988 年 7 月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1988 年 7 月第一次印刷 印张：17 1/2
印数：0001—900 字数：397,000

ISBN 7-03-000459-0/O·124

定价： 6.20 元

序　　言

本书是作者在斯坦福大学和加利福尼亚大学洛杉矶分校所开设的课程及作者在航天器动力学领域中所从事的学术活动的自然产物. 作者打算使本书既可作为研究生水平的教科书，又可供在这一领域从事研究、设计和研制工作的工程师参考.

书中各课题的选择及安排是根据如下的考虑而确定的.

一个航天器动力学问题的求解过程通常必须构造一个数学模型，必须用力学原理建立数学模型中出现的各量所遵循的方程，再从这些方程中取得有用的数据. 但是，构造航天器数学模型的技巧最好是通过经验来得到，单靠彼此传授，特别是借助于印刷品的传授，是不太容易见效的. 因此，这个问题在本书中不予专门论述. 然而，读者通过书中的例子可接触到相当数量的航天器数学模型，而在工作中参阅本书，则可取得许多所需的这类经验. 相反，建立运动方程则是一个可以专门介绍的课题，而且必须予以正确而有效地论述，因为试图从不正确的运动方程中取得数据是毫无意义的. 现在每一个航天器动力学分析必须用到各种运动学关系，其中有一些关系在太空时代以前的技术发展中只起很小的作用，以致在一般的力学文献中即使讲到也很简略. 因此，本书首先对研究航天器动力学问题最有用的运动学概念作出统一的现代化的表述.

为使读者对本书所论述的课题有一个正确的认识，我们求助于熟知的关系式 $F = ma$. 这里我们把此式看作一个概

念性准则，而不是物理定律的描述．这样来看时，式中 a 代表全部的运动学各量，F 代表全部起作用的力，m 代表全部的惯性特性，而等号则是确立运动学的量、力和惯性特性之间的相互关系．这样就很清楚，读者在着手研究如何列出运动方程的技术之前，必须先讨论运动学、力、惯性特性等课题．

惯性特性这一课题，就是去求质心、惯性矩和惯性积、惯性主轴等等，这在现有的教材中已得到广泛的论述；就航天器来说，在这方面没有更新的内容．因此，我们假定读者熟知有关这方面的内容．然而对于影响航天器运动状态的力的详细资料却不那么容易得到，所以我们在第二章中提出了这一课题，并把注意力集中于在航天器动力学中起显著作用的万有引力．这样，我们便能够着手讨论第三章和第四章中的专题．这两章在一个重要方面互不相同：在涉及比较简单航天器的第三章中，我们始终只用角动量原理来列出运动的动力学方程，而在论述复杂航天器的第四章中，我们首先提出一种更为有效的方法，然后用这一方法来列出运动方程，这种方法特别适用于多自由度航天器．

本书多数章节作如下安排：首先是详细地陈述了理论，这些陈述或者构成一些定义，或者使用演绎法证明陈述是正确的．在后一种情况下，论证是在“推导”这一标题下进行的．另外，在每一节的理论之后，有一个应用本节理论的例子．因此，教师在课堂上可以根据需要把注意力集中在某些方面，也就是说，既可以集中于理论的描述，也可以致力于严格的论证，或者着重举例，而把课上讲得不够深透的内容留给学生课外去钻研．

除了正文中的例子以外，书中还有四组习题，每一组与相应的章密切结合．学生必须求解每组习题中的每一个题，以便掌握书中的内容，这是因为每一个题所含的内容都不相同．

书中尽可能给出习题的答案，以便读者判断其解是否正确.

要在研究生课程规定的时间内掌握书中全部内容是比较困难的. 然而，这些内容适合开出两门课程，分别以1.1节至1.20节、2.1节至2.8节、3.1节至3.11节，以及1.21节、2.9节至2.18节、4.1节至4.11节为教学内容. 第一门课程包括运动学基础、万有引力及其矩的矢量论述和简单的航天器，这些内容为使学生能有效地处理航天器动力学问题和在这一领域中进一步深造作好准备. 第二门课程集中论述新的运动学概念、引力势理论、一种列出运动方程的新方法以及复杂航天器等课题. 读者如能成功地修完这门课程就可以胜任航天器动力学最前沿的工作.

在航天器动力学问题的求解过程中，使用计算机如此普遍，以致在这一领域工作的人员一定要熟悉编制程序的概念. 这意味着编写和运用计算机程序与本书的课程很有关系，但也不是绝对必须的. 这就是说，对于书中提出的大多数问题，即使没有计算机的帮助，读者也能得到相当大的收益.

由于我们的意图是写一部内容自成系统的书，所以省略了有关航天器动力学方面所有参考书目. 在此我们要向那些对我们编写此书有影响的作者表示深深的感谢. 同时，我们感谢那些在著书过程中提出评论和建议的学生，还要感谢斯坦福大学和加利福尼亚大学洛杉矶分校对这一工作的支持，它们慷慨地为我们提供时间和计算手段.

T. R. 凯 恩
P. W. 莱金斯
D. A. 李文森

致　读　者

本书共有四章，每一章都分为许多节．每一节用两个数中间夹一个小数点来标记，第一个数表示本节所在的章，第二个数表明本节在章中的顺序．因此，节号 2.13 指的是第二章第十三节．

方程式在各节中按顺序编号．例如，在 2.12 节和 2.13 节中的各个方程式的编号分别是 (1) 至 (46) 和 (1) 至 (31)．引用一个方程式时，这一方程式既可属于本节，也可属于另一节．前者，方程式可用一个单独的数来引用，后者则用包括节号的三个数来表示． 于是，在 2.12 节中引用本节的方程式 (1) 时，就用方程式 (1) 来表示；而在 2.13 节中引用同一方程式时，则用方程式 (2.12.1) 来表示．

各章的图也予以编号，以便识别该图所在的节．例如，在 3.9 节中的两张图用图 3.9.1 和图 3.9.2 来标记． 为避免这些图和习题中的图发生混淆，习题中的图号前冠以字母 P，其后的两个数指明该图所在的习题编号．例如，习题 3.8的图记为图 P3.8．类似地，表 1.15.2 表示该表在 1.15 节中，而习题 1.21 的表格记为表 P1.21．

T. R. 凯　恩

P. W. 莱金斯

D. A. 李文森

中 文 版 前 言

这本书的原版是英文版，而在我们长期的研究工作中，经常同母语是汉语的学生和工程师进行交流，这无疑造成一定的障碍。在北京航空学院黄克累教授的好意帮助下，已经把这本书译成中文。我们欢迎中文版的诞生，并向广大读者致意。

T. R. 凯　恩
P. W. 莱金斯
D. A. 李文森

目　　录

第一章　运　动　学

每一个航天器动力学问题都要涉及如何考虑运动学的问题．事实上，大多数这些问题的求解过程都以列出运动学关系式为起点．因此，对这一课题需要特别加以重视．

本章前九节论述刚体在参考系中方位的改变，而不考虑真实物体改变方位过程中必然经历的时间．在其余各节讨论中才引入时间，其中角速度的概念起着核心的作用．最后一节包含了一些参量的定义，在第四章列出复杂航天器运动的动力学方程时，引入这些参量极其有益．如果读者所关心的主要是第三章所论述的简单航天器，则可以省略这一节以及习题 1.27 至 1.31．

1.1　简单转动

刚体或参考系 B 相对刚体或参考系 A 运动时，如有一直线 L 在运动过程中相对 A 和 B 的方位都保持不变，则称这一运动为**简单转动**，L 称为**转轴**．这种运动很重要，因为正如将在 1.3 节中指出的那样，A 和 B 相对方位的每一个变化都可以利用 B 在 A 中的一个简单转动来实现．

设 $\boldsymbol{a}$ 是固定于 A 的任一矢量(图 1.1.1)，$\boldsymbol{b}$ 是固定于 B 的矢量，且在 B 相对 A 转动以前 $\boldsymbol{b}$ 等于 $\boldsymbol{a}$．于是，当 B 在 A 中作一个简单转动时，$\boldsymbol{b}$ 可以用矢量 $\boldsymbol{a}$、平行于 L 的单位矢量 $\boldsymbol{\lambda}$ 和以弧度计量的 θ 角来表示． 这里 θ 为二直线 L_A 和 L_B 之间的夹角，L_A 和 L_B 分别固定于 A 和 B，都垂直于 L，且在运动开始时互相平行．当 L_B 相对 L_A 作 $\boldsymbol{\lambda}$ 转动时，所形成的

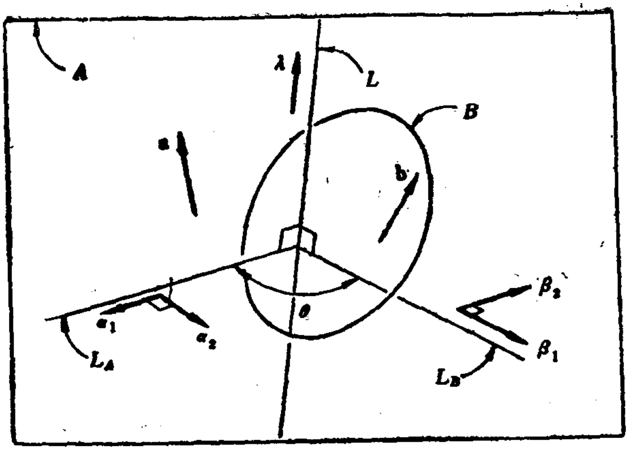

图 1.1.1

L_A 和 L_B 之间的夹角 θ 定为正. 所谓 L_B 相对 L_A 的 $\boldsymbol{\lambda}$ 转动就是一个固定于 B、轴线平行于 $\boldsymbol{\lambda}$ 的右手螺旋在 B 相对于 A 转动中沿 $\boldsymbol{\lambda}$ 的指向前进. 如果这样约定,则有

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\cos\theta - \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{\lambda}\sin\theta + \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}(1-\cos\theta). \quad (1)$$

同样地,如将并矢 $\boldsymbol{C}$ 定义为

$$\boldsymbol{C} \triangleq \boldsymbol{U}\cos\theta - \boldsymbol{U}\times\boldsymbol{\lambda}\sin\theta + \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}(1-\cos\theta), \quad (2)$$

式中 $\boldsymbol{U}$ 是单位(或恒等)并矢,则上式可等价地写成

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{C}. \quad (3)$$

推导 设 $\boldsymbol{\alpha}_1$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_2$ 是固定于 A 的单位矢量, 且 $\boldsymbol{\alpha}_1$ 平行于 L_A, $\boldsymbol{\alpha}_2 = \boldsymbol{\lambda}\times\boldsymbol{\alpha}_1$; 又设 $\boldsymbol{\beta}_1$ 和 $\boldsymbol{\beta}_2$ 是固定于 B 的单位矢量, 且 $\boldsymbol{\beta}_1$ 平行于 L_B, $\boldsymbol{\beta}_2 = \boldsymbol{\lambda}\times\boldsymbol{\beta}_1$, 如图 1.1.1 所示. 于是, 如把 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 分别分解为平行于 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\lambda}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \boldsymbol{\lambda}$ 的分量,则二者的对应系数相等. 这是因为当 $\theta = 0$ 时, $\boldsymbol{\alpha}_1 = \boldsymbol{\beta}_1$, $\boldsymbol{\alpha}_2 = \boldsymbol{\beta}_2$, 且 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$. 换句话说, $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 可表示为

$$\boldsymbol{a} = p\boldsymbol{\alpha}_1 + q\boldsymbol{\alpha}_2 + r\boldsymbol{\lambda} \quad (4)$$

和

$$\boldsymbol{b} = p\boldsymbol{\beta}_1 + q\boldsymbol{\beta}_2 + r\boldsymbol{\lambda}, \tag{5}$$

式中 p, q 和 r 是常数.

单位矢量 $\boldsymbol{\beta}_1$ 和 $\boldsymbol{\beta}_2$ 通过 $\boldsymbol{a}_1$ 和 $\boldsymbol{a}_2$ 来表示,

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \cos\theta\boldsymbol{a}_1 + \sin\theta\boldsymbol{a}_2, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\beta}_2 = -\sin\theta\boldsymbol{a}_1 + \cos\theta\boldsymbol{a}_2. \tag{7}$$

将其代入 (5) 式,求得

$$\boldsymbol{b} = (p\cos\theta - q\sin\theta)\boldsymbol{a}_1 + (p\sin\theta + q\cos\theta)\boldsymbol{a}_2 + r\boldsymbol{\lambda}. \tag{8}$$

利用关系式 $\boldsymbol{\lambda}\times\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{a}_2$、$\boldsymbol{\lambda}\times\boldsymbol{a}_2 = -\boldsymbol{a}_1$ 和式(4),对式(1)右端进行运算就得到与式(8)右端相同的结果.因此,式(1)成立,而式(3)直接可从式(1)和式(2)得出.

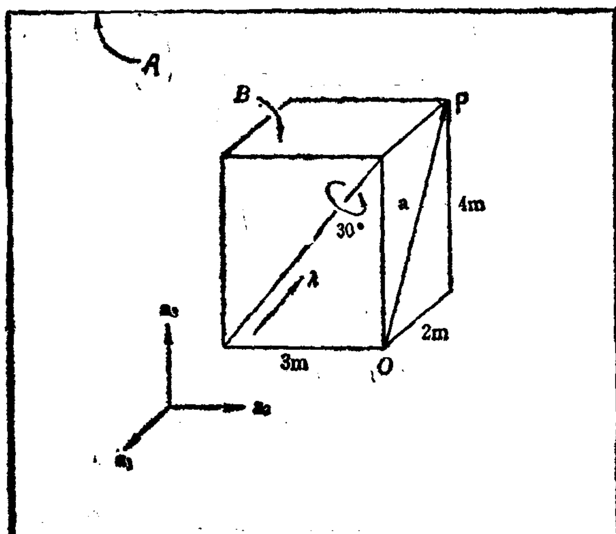

图 1.1.2

例 尺寸如图 1.1.2 所示的长方形块 B 是安装在飞船 A 上的天线结构的一部分. 块 B 绕其一面的对角线相对 A 作一简单转动,转动的方向和大小示于图上. 求 OP 线的起始位

置和终止位置之间的夹角 ϕ.

设 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ 是固定于 A 的单位矢量，并且在 B 转动之前平行于 B 的棱边，则图示指向的单位矢量 $\boldsymbol{\lambda}$ 可以表示成

$$\boldsymbol{\lambda}=\frac{3\boldsymbol{a}_2+4\boldsymbol{a}_3}{5}. \tag{9}$$

又设 $\boldsymbol{a}$ 表示 B 转动之前 P 相对 O 的位置矢量，则

$$\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{a}_1+4\boldsymbol{a}_3, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{\lambda}=\frac{-12\boldsymbol{a}_1+8\boldsymbol{a}_2-6\boldsymbol{a}_3}{5}, \tag{11}$$

以及

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}=\frac{48\boldsymbol{a}_2+64\boldsymbol{a}_3}{25}. \tag{12}$$

如果 $\boldsymbol{b}$ 是 B 转动之后 P 相对 O 的位置矢量[1]，则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{b}\underset{(1)}{=}&(-2\boldsymbol{a}_1+4\boldsymbol{a}_3)\cos\frac{\pi}{6}+\frac{12\boldsymbol{a}_1-8\boldsymbol{a}_2+6\boldsymbol{a}_3}{5}\sin\frac{\pi}{6}\\&+\frac{48\boldsymbol{a}_2+64\boldsymbol{a}_3}{25}\left(1-\cos\frac{\pi}{6}\right)\\=&-0.532\boldsymbol{a}_1-0.543\boldsymbol{a}_2+4.407\boldsymbol{a}_3.\end{aligned} \tag{13}$$

由于 ϕ 是矢量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 之间的夹角，

$$\cos\phi=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|}, \tag{14}$$

式中 $|\boldsymbol{a}|$ 和 $|\boldsymbol{b}|$ 表示 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的大小(相等). 因而

$$\cos\phi=\frac{(-2)(-0.532)+4(4.407)}{(4+16)^{1/2}(4+16)^{1/2}}=0.935, \tag{15}$$

且 $\phi=20.77°$.

1.2 方向余弦

设 $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ 和 $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$, $\boldsymbol{b}_3$ 是两组右手正交单位矢量.

---

1) 等号下面的数字是用来提醒读者注意对应编号的方程.

九个量 $C_{ij}\,(i,j=1,2,3)$ 称为方向余弦，其定义*为

$$C_{ij} \triangleq \boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{b}_j \quad (i,j=1,2,3), \tag{1}$$

则两个行矩阵 $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]$ 和 $[\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2\ \boldsymbol{b}_3]$ 之间的关系如下：

$$[\boldsymbol{b}_1 \quad \boldsymbol{b}_2 \quad \boldsymbol{b}_3] = [\boldsymbol{a}_1 \quad \boldsymbol{a}_2 \quad \boldsymbol{a}_3]C, \tag{2}$$

式中 C 是一方阵，定义成

$$C \triangleq \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

如果右上角的 T 表示转置，就是说，如果 C^T 定义成

$$C^T \triangleq \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

则式 (2) 可用等价关系式

$$[\boldsymbol{a}_1 \quad \boldsymbol{a}_2 \quad \boldsymbol{a}_3] = [\boldsymbol{b}_1 \quad \boldsymbol{b}_2 \quad \boldsymbol{b}_3]C^T \tag{5}$$

来代替.

矩阵 C 称为方向余弦矩阵，可用来描述两参考系或两刚体 A 和 B 之间的相对方位. 在这个意义上，用更完善的符号 ${}^AC^B$ 来代替 C 是有益的. 由式 (2) 和式 (5) 可见，这时两上标的互换必须视为转置，即

$${}^BC^A = ({}^AC^B)^T. \tag{6}$$

在许多有用的关系式中，要用到方向余弦矩阵 C. 例如，设 $\boldsymbol{v}$ 是任一矢量，${}^Av_i$ 和 ${}^Bv_i\,(i=1,2,3)$ 定义成

$${}^Av_i \triangleq \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{a}_i \quad (i=1,2,3) \tag{7}$$

和

$${}^Bv_i \triangleq \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{b}_i \quad (i=1,2,3), \tag{8}$$

而 ${}^Av$ 和 ${}^Bv$ 分别表示具有元 ${}^Av_1$, ${}^Av_2$, ${}^Av_3$ 和 ${}^Bv_1$, ${}^Bv_2$, ${}^Bv_3$ 的

---

* 式中"$\triangleq$"号表示定义式——译者注

两行矩阵，则

$$^{B}v = {}^{A}vC. \tag{9}$$

类似地，设 $\boldsymbol{D}$ 是任一并矢，$^{A}D_{ij}$ 和 $^{B}D_{ij}$ $(i, j=1, 2, 3)$ 定义成

$$^{A}D_{ij} \triangleq \boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{a}_j \quad (i, j=1, 2, 3) \tag{10}$$

和

$$^{B}D_{ij} \triangleq \boldsymbol{b}_i \cdot \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{b}_j \quad (i, j=1, 2, 3), \tag{11}$$

而 ^{A}D 和 ^{B}D 表示两方阵，其第 i 行、第 j 列的元分别是 $^{A}D_{ij}$ 和 $^{B}D_{ij}$，则有

$$^{B}D = C^{T\,A}DC. \tag{12}$$

对有重叠下标的情况，使用求和约定*，常可使一些重要关系式相当简明. 例如，若 δ_{ij} 定义成

$$\delta_{ij} \triangleq 1 - \frac{1}{4}(i-j)^2[5-(i-j)^2] \quad (i, j=1, 2, 3), \tag{13}$$

则当两下标具有相同的值时，δ_{ij} 等于 1，而当两下标具有不同的值时，δ_{ij} 等于零. 然后，利用求和约定可把一组关于各方向余弦的六个关系式表示成

$$C_{ik}C_{jk} = \delta_{ij} \quad (i, j=1, 2, 3), \tag{14}$$

或表示成一组等价的关系式

$$C_{ki}C_{kj} = \delta_{ij} \quad (i, j=1, 2, 3). \tag{15}$$

另外，这些关系式可表示成矩阵形式

$$CC^T = U \tag{16}$$

和

$$C^TC = U, \tag{17}$$

---

* 所谓求和约定就是把求和符号"$\sum\limits_{i=1}^{n}$"省略掉. 例如，对式(14)就是省略了"$\sum\limits_{k=1}^{3}$". ——译者注