

[英] W. T. 威尔福特 著

对称光学系统 的象差

科学出版社

对称光学系统的象差

〔英〕W. T. 威尔福特 著

陈晃明 梁丽轩 译

科学出版社

1982

内 容 简 介

本书系统地阐述了对称光学系统的象差理论以及象差的容差等问题，提供了光学系统设计所必需的理论基础和最新设计方法。

前三章叙述几何光学的基本定理、原理以及有关公式，从而提供光学系统外形尺寸设计和计算的具体方法。第四章研究适用于电子计算机的光线追迹法的公式系列，用这些公式可以进行球面和非球面光学系统的设计。第五章讨论各种光学不变量及其应用。第六章至第十章叙述了近代象差理论、象差分类原理以及计算方法和公式系列。第十一章探讨了光学容差和象质评价问题。

本书可供高等院校光学专业师生及研究生阅读，也可作为有关专业科研人员和设计、制造等工程技术人员的参考书。

W. T. Welford

ABERRATIONS OF THE SYMMETRICAL OPTICAL SYSTEM

Academic Press, 1974

对称光学系统的象差

〔英〕W. T. 威尔福特 著

陈晃明 梁丽轩 译

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年7月第一版 开本：787×1092 1/32

1982年7月第一次印刷 印张：9

印数：0001—4,600 字数：202,000

统一书号：15031·407

本社书号：2587·15—4

定价： 1.40 元

绪 言

光学设计和象差理论在帝国学院对具有研究生程度的人员讲授了多年，而且还在继续研究中。近二十年来由于高速电子计算机的出现，用于光学设计的计算方法发生了根本的变化。本书是在皇家学会会员、帝国学院光学设计教授温（C. G. Wynne）的建议下写成的。关于象差理论我将写成象我们实际讲授和应用的那样。因此本书包括一年制理科硕士授课用的应用光学的象差理论部分，此外还搜集了所需的其他材料。

本书为光学设计人员和其他对光学系统如何工作感兴趣的人员提供象差理论的系统发展以及光学容差理论的概要。所需的数理基础相当于英国一般大学毕业程度。经过选择，我们去掉了许多过去感兴趣的问题，这是因为有些是在设计中被淘汰了的计算方法，如文献中叙述的许多对数光线追迹；有些方法我认为还有问题，在实际设计中不适合，如各种幕级数的高级象差理论；还删掉了光线追迹的矩阵方程，我认为，矩阵法不能清楚地说明光学成象的原理，反而使之更加模糊，虽然这种矩阵方程在某些特殊应用方面，如对激光腔的设计，是适用的。

另一方面，我特别强调了一种叫作有限象差的方法，这种方法是用精确的光线追迹作为计算各种象差的基础，并且还可以得到没有任何数学近似的象差条件。依我看，这种方法是比较好的，一秒钟能给出约两千条空间光线的追迹结果（在本书写作时）。本书第八章专门收集了这方面的最新材

料。

本书与其作为一本专题论文，倒不如作为一本教科书更合适，因此没有包括所有有关的参考文献。在阅读参考文献时，我的意见是，如果可能的话，最好是参考原作者的著作，而不是参考后来的发展。在该领域里，1925年以前的大多数文献可以通过查波斯基 (Czapski) 和艾波斯坦 (Eppenstein) 的文献目录查到。从 1925 年到现在的文献可在《光学进展》(Progress in Optics, E. Wolf 编) 的各卷评论文章的文献目录里查到。我希望，本书提供的所有参考资料都是可以信赖的，而又不因参考资料使本书负担过重。

还必须提及关于符号规则这一麻烦问题。为了避免争论，所以只采用都能接受的几何坐标规则，并与矢量和方向余弦一起作为统一的系统。这种作法与在物理学的其他一些分支的作法是一致的。但在很小的一点上与帝国学院所讲授的有分歧，即傍轴光会聚角 α 的符号一直是按康拉第 (Conrady) 规则。但与学院同事讨论之后，我决定使 α 反向，以便与方向余弦的规则一致。我们感到这种不一致性，可能不再有继续存在的理由了。

我要感谢我的同事们皇家学会会员温教授和 M. J. 盖特 (Kidger) 博士。他们给了我很大帮助，阅读了我的初稿，并与我一起对很多问题进行了深入的讨论。这里我对他们表示感谢。

W. T. 威尔福特

1974 年 7 月

目 录

绪言.....	v
第一章 理想光学成像.....	1
1-1 初始条件的假定	1
1-2 理想象的形成	2
1-3 理想光学系统的特性	4
第二章 几何光学.....	11
2-1 光线和几何波前	11
2-2 斯涅耳折射定律	13
2-3 费马原理	15
2-4 几何光学定律	18
第三章 高斯光学.....	21
3-1 高斯光学的范围	21
3-2 定义；两焦距间的关系	24
3-3 拉格朗日不变量和横向放大率	27
3-4 无焦点系统和星空	30
3-5 孔径光栏和主光线	32
3-6 视场光栏	35
3-7 单面的高斯特性	36
3-8 两个系统的高斯特性	38
3-9 厚透镜和薄透镜组合	43
3-10 傍轴光线追迹.....	49
第四章 有限光线追迹.....	55
4-1 有限光线	55
4-2 空间光线的斯涅耳定律	56
4-3 球面之间的转换计算	57

4·4	通过球面时的折射	59
4·5	光线追迹的开始和结束	60
4·6	非球面	63
4·7	通过二次迴转面的光线追迹	65
4·8	普遍型式的非球面	67
4·9	用三角法计算子午光线	70
第五章	光学不变量.....	72
5·1	导论	72
5·2	拉格朗日不变量的各种形式	72
5·3	赛得差公式	74
5·4	空间不变量	77
5·5	空间光线不变量的一些应用	79
5·6	广义拉格朗日不变量	81
第六章	单色象差.....	86
6·1	导论：象差的定义	86
6·2	波象差，横向光线象差和特征函数	87
6·3	参考球面球心移动对象差的影响	93
6·4	波象差的物理意义	94
6·5	计算波象差的其他方法	96
6·6	象差分类理论	101
6·7	赛得象差	104
6·8	综合象差和高级象差	125
第七章	赛得象差计算.....	127
7·1	象差贡献之和	127
7·2	赛得象差公式的推导	128
7·3	赛得和式的有效范围	139
7·4	从赛得和导出光线象差表达式	142
7·5	赛得和的计算；光栏移动的影响	147
7·6	非球面	152
7·7	共轭量变化对初级象差的影响	154

7-8	等明面和其他无象差的情况	160
第八章	有限象差公式.....	164
8-1	导论	164
8-2	奥尔迪斯横向光线象差定理	165
8-3	总光程象差的表达式	168
8-4	等明性和等晕性	174
8-5	线性彗差和违反正弦条件	175
8-6	非对称系统的等晕性	179
8-7	第 8-6 节广义等晕性定理的应用	185
8-8	围绕有限主光线的光学问题	190
8-9	二次迴转面的象散	195
第九章	色差.....	198
9-1	导论：历史状况	198
9-2	纵向色差和消色差双片透镜	199
9-3	光学材料的色散	201
9-4	有限光线的色差；康拉第公式	207
9-5	初级色差表达式	209
9-6	光栏移动的影响	213
9-7	C_1 和 C_{11} 的光线象差表达式	214
9-8	举例	214
第十章	薄透镜象差.....	218
10-1	薄透镜变量	218
10-2	光瞳位于透镜上的薄透镜的初级象差	220
10-3	光栏远离的薄透镜的初级象差	224
10-4	平行平板的象差	227
10-5	举例	229
第十一章	光学容差.....	234
11-1	设计象差和制造误差	234
11-2	一些容差系统	235
11-3	衍射极限系统的容差	235

11-4 分辨率和分辨极限	241
11-5 非衍射极限系统的容差;光学传递函数的定义	243
11-6 光学传递函数的公式	248
11-7 按几何光学近似计算光学传递函数	254
11-8 非相干照明的线条和刀口作为受检物体的情形	255
11-9 光学容差和象质评价	256
附录 A 主要公式汇总.....	258
A.1 高斯光学	258
A.2 有限光线追迹	260
A.3 初级单色象差	261
A.4 总象差	265
A.5 色差	266
附录 B 符号汇总.....	268
人名索引.....	271
主题索引.....	273

第一章 理想光学成象

1-1 初始条件的假定

通常理解的光学系统是以其迴转轴为轴对称的。理想光学系统具有一些理想的光学特性，可被概括为能够形成理想象的能力。本书所涉及的范围是阐明理想象的形成过程；说明实际光学系统如何达不到理想成象，以及在成象中产生的象差；阐明如何计算象差以及指出什么是所允许的小象差范围。

我们将主要讨论几何光学领域内的问题，有时也涉及与象差容差有关的物理光学概念。几何光学内的基本概念是光的光线概念；在本章我们将把它作为直观概念提出，而更明确的定义推迟在第二章叙述。很明显，只要使用光线的概念和光学系统为迴转对称，并作合理的假设，认为一条光线射入光学系统，与之对应的仅有一条出射光线射出，就有可能建立理想成象的方程式。现阶段，我们并未引用折射定律和反射定律，也没有说明关于从物空间到象空间的转换是如何实现的。例如，光学系统的折射面或反射面可能是非球面，并且光学系统介质的折射率可能是连续变化的。但是尽管有这些不同的情况，假定入射和出射光线为直线线段是很方便的，或就物理意义而言，假定清楚地存在一个物空间和象空间，它们的折射率是个常数。在此基础上，我们可以获得由校正后接近完善的光学系统的理想成象的很多特性。

通过折射面或反射面系统形成理想象的最早想法是由默比（A. F. Möbius）在 1855 年提出 (*Leipziger Berichte* 1,

8--32), 晚几年克来科·麦克斯韦 (J. Clerk Maxwell) 在没有引入任何实际成象结构的情况下提出了理想系统的概念 [*Phil. Mag.* (4) **12** (1856), 402—403; *Q. J. Pure Appl. Maths.* **2**, 233—246 (1858)]; 我们在本章要叙述的在本质上就是麦克斯韦的概念.

1-2 理想象的形成

设右手直角坐标系中的 z 轴是迴转对称光学系统的光轴 (图 1.1); y 轴是在图面上; 原点 O 是沿光轴任选的一点. 如

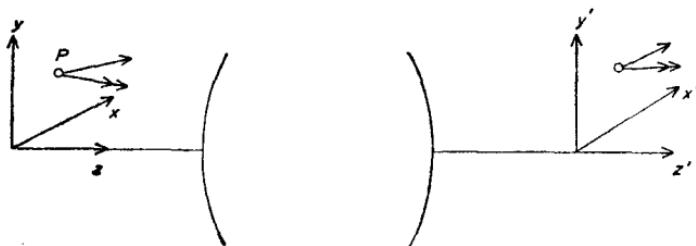


图 1.1 对称光学系统的坐标系

果象通常那样, 我们假设光线在图面上是从左向右传播, 那么该坐标系是处在系统的物空间. 在象空间另取一坐标系 Ox' , y' , z' , z' 轴也位于光轴上, 并取 Oy' 平行于 Oy . 物空间的所有点和光线以 Ox , y , z 坐标系为基准, 而象空间的所有点和光线以 Ox' , y' , z' 坐标系为基准. 严格地说光线是以直线段表示的, 但是直接把线段的概念推广为无限长的直线更为方便; 因而物空间的范围是向右扩展通过光学系统和包括象空间的. 同样, 象空间也是沿 z 轴向两边无限扩展的. 这一推广使我们处理虚物和虚象的问题, 正象处理实物和实象一样建立在相同的基础上; 这对于处理光学系统中间象的形成细节是很必要的. 在光学系统中, 一个折射面的象是下一个折射

面的物，因此这个重合的物-象几乎总是虚的。

再者，我们假设，对于 $x-y$ 平面上的物体形成理想象，其在 $x'-y'$ 平面上成象的情形如下：通过 $x-y$ 平面上 P 点的所有光线均通过 $x'-y'$ 平面上相应的 P' 点，并且 $O'P'$ 与 OP 成比例，此比例常数取决于光学系统的特性和两个平面的位置。这可被概括为： $x-y$ 平面上的图形，与该图形在 $x'-y'$ 平面上形成的理想象是几何相似形。可以证明，如果有两对这样的共轭面，那么物空间的任一平面都可以理想成象于象空间的另一平面。

我们对研究麦克斯韦理想象的形成之所以很感兴趣，是因为如同在本书第三章将看到的那样，在任何实际的对称光学系统中，在非常接近光轴的窄小区域内，都能接近理想成象。因此我们将更详细地研究这个理想象的形成过程。

设 Oxy 和 $O_1x_1y_1$ 为物空间的两个平面， $O'x'y'$ 和 $O'_1x'_1y'_1$ 为象空间与其对应的两个平面。假定在这些成对平面间成象是理想的；因而，在图 1.2 中如果 a 和 a_1 分别是平面 Oxy 和平面 $O_1x_1y_1$ 上从原点到 P 和 P_1 点的二维矢量，则在象平面上对应的矢量将由下式表示

$$\left. \begin{array}{l} a' = m a \\ a'_1 = m_1 a_1 \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

式中， m 和 m_1 是该两对平面间适当的放大率系数。这个方程

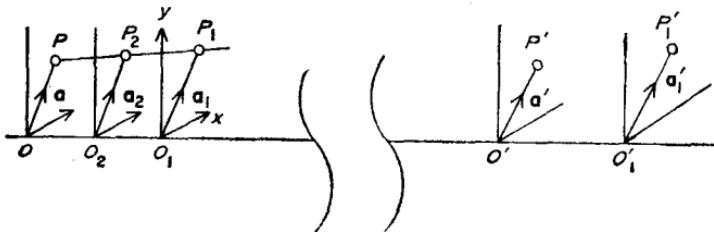


图 1.2 理想象的形成

表示,通过 P 点的所有光线均通过 P' 点;同样,通过 P_1 点的所有光线也都通过 P'_1 点,所以这个方程表达了在两个平面间理想成象的假设。

现在我们考虑在第三个平面 $O_2x_2y_2$ 上的 P_2 点;研究一下通过 P_2 点的所有光线是否也通过象空间的 P'_2 点,而如果是这样的话,是否 P'_2 点始终位于垂直于光轴的一个平面上,并且对 P_2 点存在着相似于方程式(1.1)的关系。我们写作

$$\alpha_2 = (z_2/z_1)(\alpha_1 - \alpha) + \alpha \quad (1.2)$$

式中 z_1 和 z_2 是 O_1 和 O_2 相对于 O 点的坐标。此公式对于通过 P_2 点的光线上的所有 P 点和 P_1 点都是正确的。如果 P'_2 点也具有上述特性,那么我们也一定有

$$\alpha'_2 = (z'_2/z'_1)(\alpha'_1 - \alpha') + \alpha' \quad (1.3)$$

并且

$$\alpha'_2 = m_2 \alpha_2 \quad (1.4)$$

将(1.3)式和(1.4)式重新整理后为

$$\alpha'_2 = (m_1 z'_2/z'_1) \alpha_1 + m(1 - z'_2/z'_1) \alpha \quad (1.3')$$

$$\alpha_2 = (z_2/z_1) \alpha_1 + (1 - z_2/z_1) \alpha \quad (1.2')$$

这两个等式和(1.4)式是一致的,如果我们能够求出 z'_2 和 m_2 以满足

$$m_1 z'_2/z'_1 = m_2 z_2/z_1 \quad \text{和}$$

$$m(1 - z'_2/z'_1) = m_2(1 - z_2/z_1) \quad (1.5)$$

很清楚,这是可以解出的,因为有两个方程式和两个未知数。并且求出的解对所有的 P_2 点都是适用的。这样我们就证明了,对两对共轭面的理想成象就意味着对所有其他对共轭面的理想成象。

1-3 理想光学系统的特性

现在我们可以推出用于傍轴近似区的理想光学系统的很

多特性。为此，我们将光学系统图示如图 1.3，但是必须理解为沿光轴方向是可以作相当长距离的延长的。而且作图解释可以在实际光学系统的内部进行，即使用光线的虚线部分。

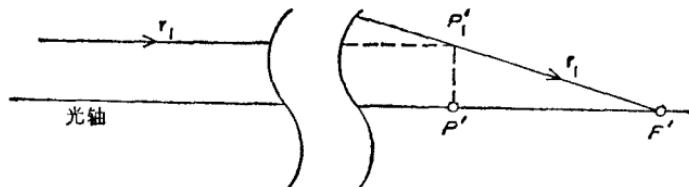


图 1.3 主焦点和主点

在图 1.3 中，设 r_1 是从物空间光轴上无限远物点发出的光线，也就是平行于光轴的光线。在象空间它与光轴交于 F' 点。由于有两条光线（即光线 r_1 和沿光轴的光线）通过这两个点，并且我们是假定理想成象的*，故 F' 点必然是物空间无限远轴上点的象。 F' 点叫作第二主焦点或象方主焦点。

设从物空间发出的 r_1 光线的线段与在象空间的对应线段交于 P'_1 点，而过 P'_1 点垂直于光轴的平面与光轴交于 P' 点，此即第二主点或象方主点，这个平面就是第二主平面或象方主平面。

同样地通过作图和定义可导出物方主焦点和物方主点。可以在同一张图上用平行于光轴并且取与光轴等距的光线 r_1 和 r_2 构成，如图 1.4 所示，表示出全部四个点 F, F', P, P' 。 r_1 的两条光线交于 P'_1 点， r_2 的两条光线交于 P_1 点。鉴于两条光线 r_1 和 r_2 都通过 P_1 点和 P'_1 点，这样，这些点必然互为物和象。进一步说，利用理想成象的性质，通过 P_1 点和 P'_1 点垂直于光轴的两个平面一定是共轭的，且由 $PP_1 = P'P'_1$ 可知，这两个平面间的放大率必然等于 1。因此， P 和 P' 有时叫单位主

* 光线 r_1 平行于光轴出射的特殊情况，参见 3-4 节。

点.

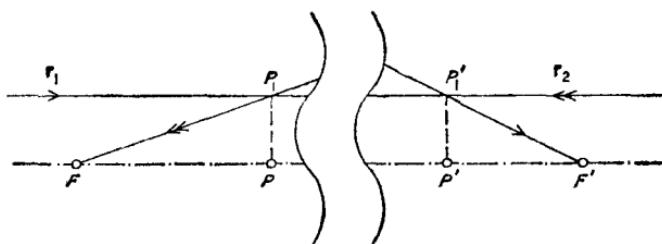


图 1.4 主点间的单位放大率

由这些定义可知, F 点和 P 点总是在物空间, F' 点和 P' 点总是在象空间. 但也可能发生以下情况, 例如, F' 和 P' 点虽然是在象空间, 但实际上可能位于系统的左方. 图 1.5 表示的是存在这种情况的两个元件组成的系统.

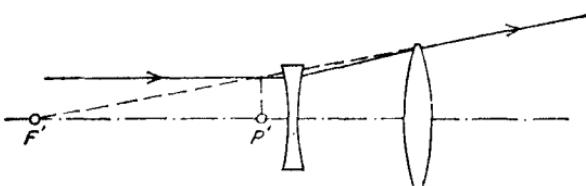


图 1.5 P' 和 F' 实际上是在系统左方的光学系统

距离 $P'F'$ 是第二焦距或象方焦距, 用 f' 表示, $PF = f$ 是物方焦距. 这些量的符号是按被定义的字母排列相对于 z 轴的正方向取的. 这样, 在图 1.4 中, f 是负, f' 是正.

沿光轴分布的四个点 F, F', P, P' 完全决定了理想光学系统的特性. 我们可利用这四个点作图以求出任何物体的象的位置和大小. 如图 1.6 中, 光学系统仅用这四个点和两个主平面表示. 设物体是 OO_1 , 设光线 r_1 通过 O_1 点, 平行于光轴并与第一主平面交于 P_1 点. 它必然通过与 P_1 点到光轴的距离相等的点 P'_1 点射出并通过 F' 点. 用同样的方法作光线 r_2 , 它是从 O_1 点发出通过 F 点, 延长后通过 P_2 和 P'_2 点. O'_1 点

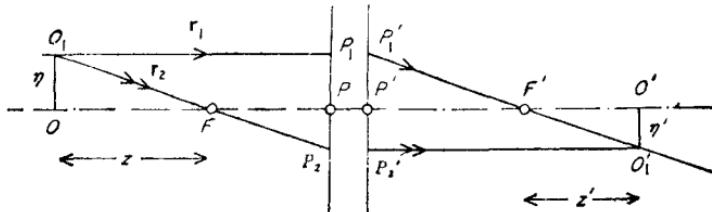


图 1.6 共轭量的几何作图

是 r_1 和 r_2 象方线段的交点，必然是 O_1 的象；因此 O' 点必然在从 O'_1 点向光轴所作的垂线上。这种作图法可以认为是薄透镜成象的基本作图法的简单概括。

由图 1.6 也可以得到关于物和象的位置和大小的简单公式。设 η 和 η' 分别是物高和象高。这些量的符号按图 1.1 所示坐标系的 y 轴来取。所以在图 1.6 中， η 为正， η' 为负。设 $FO = z$, $F'O' = z'$, 结果这两个值就确定了光轴上共轭点的位置。这些定向线段的符号，是按 z 轴的方向取的。所以在图 1.6 中， z 为负， z' 为正。从相似三角形 $\triangle FOO_1$ 和 $\triangle FPP_2$ ，我们有

$$\eta'/\eta = -f/z \quad (1.6)$$

同样，从三角形 $F'O'O'_1$ 和三角形 $F'P'P'_1$ 相似，有

$$\eta'/\eta = -z'/f \quad (1.7)$$

合并 (1.6) 式和 (1.7) 式，我们有

$$zz' = ff' \quad (1.8)$$

由于该方程表明了 z 和 z' 的关系，所以被称为共轭距方程；通常称作牛顿共轭距方程。艾萨克·牛顿 (Isaac Newton) 是对单一表面给出的 (见 “Opticks”, Book 1 Part 1, 公理之六, Dover 1952, 以 1730 年第四版为基础)。

同时，我们在式 (1.6) 和 (1.7) 得出了放大率的重要表达式： $m = \eta'/\eta$ 。它们一般写作

$$z = -f/m, \quad z' = -mf' \quad (1.9)$$

按照物和象到各自主平面的距离表示的共轭距方程也是有用的。设 $PO = l$, $P'O' = l'$ 。又由于 PO 是定向线段, 须有正负号, 这样, 在图 1.6 中, l 是负值, l' 是正值。我们有

$$l = z + f, \quad l' = z' + f' \quad (1.10)$$

如果将(1.9)式中的 z 和 z' 值代入, 并且消去 m , 我们得到

$$\frac{l'}{l'} + \frac{f}{l} = 1 \quad (1.11)$$

这就是所要求的共轭距方程。也可以用相似于式(1.9)的形式表示, 我们有

$$l = f\left(1 - \frac{1}{m}\right), \quad l' = f'(1 - m) \quad (1.12)$$

因而

$$m = -\frac{l'f}{lf'} \quad (1.13)$$

式(1.8)和(1.11)这两个共轭距方程在形式上有很大不同, 因为在(1.11)式中共轭量参照的原点, 即系统的两个主点, 本身是在物象空间内互成共轭的, 而在(1.8)式中原点是两个主焦点, 这两个主焦点不是共轭的。这在标记上会有些微的不一致。正规说来, 相同的一对字母用带撇和不带撇表示共轭量或其它一些量。例如表示入射角和折射角, 即通过光学系统或通过其中的一个面以前和以后的角度, 用带撇和不带撇加以区别。因为主焦点不符合这个规定, 因此有时标记为 F_1 和 F_2 , 但是通常大多数仍用 F 和 F' 表示。

第三对有用的轴上点可定义为节点 N 和 N' 。它们是这样的点即通过前节点 N 入射的光线从后节点 N' 平行于光线起始方向射出。通常如图 1.7 由 F, F', P, P' 定出系统的轮廓后, 可由它求出节点 N 和 N' 的位置。通过 F 点任作一光线