

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

新世纪高等学校研究生适用教材

# 岩土塑性力学基础

(第2版)

## Fundamentals of Geotechnics Plasticity

张学言 闫澍旺 编著

岩土塑性力学基础

 天津大学出版社  
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

TU4

35-2

2006

教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书  
新世纪高等学校研究生适用教材

# 岩土塑性力学基础

Fundamentals of Geotechnics Plasticity

(第2版)

张学言 闫澍旺 编著



天津大学出版社

TIANJIN UNIVERSITY PRESS

## 内容提要

本书主要介绍岩土弹塑性本构关系理论与模型及塑性极限荷载分析理论。内容包括应力与应变理论、岩土类材料的屈服与强度理论、弹塑性本构关系理论与计算模型及岩土类材料极限荷载分析的滑移线场理论和上限及下限分析理论。同时还简要介绍了近年来发展和完善起来的广义塑性力学、双剪应力系列屈服与破坏理论。本书主要适用于岩土工程专业及土木、水利、公路、铁路、港口及海洋工程等相关专业的硕士研究生教学,亦可供上述相关工程的岩土工程科技人员和教学人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

岩土塑性力学基础 / 张学言, 闫澍旺编著. —天津:  
天津大学出版社, 2004.9(2006.9重印)

新世纪高等学校研究生适用教材

ISBN 7-5618-2021-6

I. 岩… II. ①张… ②闫… III. 岩土力学: 塑性  
力学 - 研究生 - 教材 IV. TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 086156 号

出版发行 天津大学出版社  
出版人 杨欢  
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)  
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742  
网 址 www.tjup.com  
短信网址 发送“天大”至 916088  
印 刷 廊坊市长虹印刷有限公司  
经 销 全国各地新华书店  
开 本 185mm × 260mm  
印 张 15.75  
字 数 394 千  
版 次 2004 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月第 2 版  
印 次 2006 年 9 月第 2 次  
印 数 3 001 - 5 000  
定 价 22.00 元

## 再版前言

本书为与岩土工程有关的土木、水利类相关专业研究生教学需要而编写。内容主要包括岩土类材料本构关系理论和极限荷载分析理论两大部分。2004年由天津大学出版社以“新世纪高等学校研究生适用教材”丛书之一而出版。2005年经教育部学位与研究生教育发展研究中心组织专家通讯评议,经国务院学位委员会学科评议组召集人会议审定教育部2004—2005年度推荐研究生教学用书,要求2006年再版。考虑到作为教育部研究生推荐教材,应用面更广,且各有关高教课程设置不同,学时不同;这次再版时增加了两章关于岩土类材料极限荷载分析的内容,使原教材更为系统全面,适用面更加广泛。各校在教学中可适当增减选用。本书初稿由张学言编著,2004年版和这次再版,由张学言和闫澍旺共同主编。其中第一、七、八、九章由张学言改编,第二、三章由陆培毅改编,第四、五、六章由闫澍旺改编。

岩土塑性力学是从20世纪五六十年代开始形成并于20世纪七八十年代迅速发展起来的一门新兴学科。它是将经典金属塑性理论和相关数学理论应用于岩土类材料,结合岩土类材料的本构关系特点和屈服与极限荷载特性而形成的一门新兴边缘学科。它继承、发展与拓宽了经典塑性理论,进而形成了适用于金属和岩土类材料的广义塑性力学。本书取材反映了直至21世纪初本学科的主要研究成果与水平;同时本书融入了第一作者对岩土本构关系理论和极限荷载分析理论的研究和教学成果,是作者对岩土塑性力学学习的体会,研究成果的汇总和教学经验的总结。本书在编著过程中,参考了大量的国内外书籍和研究文献,特别是美国普渡大学陈惠发(W. F. Chen)教授的著作和研究成果。引用了郑颖人院士的广义塑性理论和应变空间理论,余茂密宏教授的广义双剪应力屈服与强度理论,沈珠江院士关于本构关系理论的相关理论和研究成果,在此一并感谢!

岩土塑性力学不仅需要熟知岩土力学的相关专业知识,而且需要较深的数学和固体力学基础知识。因此本书在此编著过程中力求:

(1)概念清楚,条理分明。岩土塑性力学概念、原理、准则、模型较多,且多抽象;这对初学者来说就增加了困难。本书并不着重于抽象概念的讲述和冗长的数学推导,而是着重讲解各种概念、原理、准则、模型的力学意义和几何意义,并注意各种相似及相反概念、准则、模型的联系与区别,再辅以必要的数学说明与推导。实践证明效果较好。

(2)由浅入深,循序渐进。岩土塑性力学与弹性力学、经典塑性力学以及岩土力学、有限元法等先修课程有着密切的联系。本书在编写过程中,既注意利用上述先修课程的概念与内容,又注意它们与岩土塑性力学的区别与联系,从而使初学者由浅入深、由易到难和循序渐进地掌握本课程的内容与学习方法。

(3)紧密结合岩土力学和岩土工程的实际。岩土塑性力学是传统岩土力学以弹性理论为基础全面发展到以塑性力学为基础的必然结果。虽然现在的岩土工程师们还不太熟悉岩土塑性力学,目前的岩土工程设计和施工仍然是以岩土力学和弹性理论为基础。作者早年从事岩土力学教学和岩土工程工作,后转为专门研究岩土塑性力学及其教学工作,理应将岩土力学与岩土塑性力学紧密地联系在一起,以岩土塑性力学的理论和方法处理岩土力学问

题,如岩土塑性本构关系理论和塑性极限荷载分析理论在岩土力学和工作中的应用。同时,有责任向广大岩土工程师结合岩土工程实际介绍岩土塑性力学。本书的编写正体现了这一特点。

本书在编写过程中得到天津大学研究生院培养处支持和资助,同时得到天津大学出版社的大力支持与帮助。研究生侯晋芳承担了大部分书稿的打印、校对和插图的绘制工作;研究生陈文帅等参加了本书第八、九章的打印和插图绘制工作,严弛老师参加了出稿最后的审校工作,在此一并表示感谢!

张学言 闫澍旺  
2006年7月于津大园

## 前 言

岩土塑性力学是一门新兴的边缘学科。20世纪80年代初,我国各工科院校普遍为岩土工程及相关专业的硕士生开设岩土塑性力学课程。当时国内还没有相应的教材。为解决燃眉之急,张学言于1985年编写了一本油印讲义。后来,经过较大的补充与修改,他撰就《岩土塑性力学》,由交通出版社于1993年正式出版。根据近20年来的教学实践,编者认为,1993年版本的教材内容系统全面,但对初学者来说内容较多、较深,而1985年的油印本内容简明扼要,概念清楚,适于初学者。尽管迄今经过了近20年时间,但岩土塑性力学的基本内容和模型仍然适用。为此,此次编写仍以1985年版本为蓝本,进行修改、补充重编。全书由张学言、闫澍旺主编。第一章由张学言改编,第二、三章由陆培毅改编,第四、五、六章由闫澍旺改编,新增第七章由张学言编写(本章可不讲,为开阔学生的眼界而编)。

全书内容主要介绍岩土弹塑性本构关系理论与计算模型。内容引用了国内外50多年来的主要研究成果,编入了编者多年来对岩土塑性力学学习与研究的心得与成果,例如对各种弹塑性模量的几何与物理解释,对双剪应力与Coulomb-Mohr强度理论的比较与研究,对Cambridge模型的研究等。书中还引用了郑颖人对广义塑性力学和应变空间理论的研究、俞茂宏对双剪应力屈服与破坏准则的研究以及沈珠江对本构关系理论的研究成果。

本书在编写过程中得到天津大学研究生院培养处和天津大学出版社的大力支持与帮助。硕士研究生侯晋芳承担了大部分书稿的打印、校对和部分插图的绘制工作,严驰老师参加了书稿最后的审校工作。

在新书即将出版之际,编者谨向为本书提供资料和帮助的同仁表示感谢。

张学言 闫澍旺  
2003年12月于津大园

# 主要符号与说明

## 一、应力、应变及其不变量

符号	意义	符号	意义
$ \sigma $	应力向量	$ \varepsilon $	应变向量
$\sigma_{ij}$	应力张量	$\varepsilon_{ij}$	应变张量
$s_{ij}$	偏应力张量	$e_{ij}$	偏应变张量
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主应力	$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	主应变
$s_1, s_2, s_3$	偏主应力	$e_1, e_2, e_3$	偏主应变
$\tau_1, \tau_2, \tau_3$	主剪应力	$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	主剪应变
或 $\tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}$		或 $\gamma_{23}, \gamma_{13}, \gamma_{12}$	
$\sigma(\sigma_n), \tau$	正应力与剪应力	$\varepsilon(\varepsilon_n), \gamma$	正应变与剪应变
$\sigma_8, \tau_8$	八面体正应力及剪应力	$\varepsilon_8, \gamma_8$	八面体正应变及剪应变
$q_m$	平均正应力	$\varepsilon_m$	平均正应变
$\tau_m, \tau_s$	平均剪应力及纯剪应力	$\gamma_m, \gamma_s$	平均剪应变及纯剪应变
$p$	静水应力	$\varepsilon_v$	体应变
$q$	广义剪应力	$\bar{\gamma}, d\bar{\gamma}$	广义剪应变及其增量
$\sigma_e (= q)$	等效应力或应力强度	$\gamma_e (= \bar{\gamma})$	等效应变或应变强度
$\sigma_o, \tau_o$	应力偏平面上的正应力及剪应力	$\varepsilon_e, \gamma_e$	应变偏平面上的正应变与剪应变
$\rho_o$	应力偏平面距原点距离	$\rho_e$	应变偏平面距原点距离
$r_o$	应力偏平面上的应力矢	$\nu_e$	应变偏平面上的应变矢
$I_1, I_2, I_3$	应力第一、二、三不变量	$I'_1, I'_2, I'_3$	应变第一、二、三不变量
$J_1, J_2, J_3$	偏应力第一、二、三不变量	$J'_1, J'_2, J'_3$	偏应变第一、二、三不变量
$\mu_o, \theta_o$	应力 Lode 参数及 Lode 角	$\mu_e, \theta_e$	应变 Lode 参数及 Lode 角
$\delta_{ij}$	Kronecker Delta	$u$	孔隙水应力
$p_c$	固结应力		

## 二、材料常数

符号	意义	符号	意义
$E, \mu$	Young 氏弹性模量及 Poisson 比	$K, G$	弹性体积模量及剪切弹性模量
$\lambda, G$	弹性 Lamé 常数	$M$	弹性侧限压缩模量或 $p-q$ 平面内破坏线的斜率
$k$	屈服参数	$k_m, k_T$	Mises 及 Tresca 屈服常数
$\varphi, c$	Coulomb-Mohr 屈服参数, 摩擦角及粘聚力	$\varphi', c'$	有效摩擦角及有效粘聚力
$\sigma_s, \tau_s$	拉、压及纯剪切屈服应力	$\sigma_c, \sigma_t$	单向压缩及抗拉强度
$q_u$	无侧限抗压强度	$a$	压缩系数
$c_c, c_e$	$v-\lg p$ 曲线的斜率, 体积压缩及膨胀指数	$\lambda, \kappa$	$v-\ln p$ 曲线的斜率, 体积压缩及膨胀指数
$e_0, v_0$	初始孔隙比及比容	$e_{cr}, v_{cr}$	临界孔隙比及比容

## 三、几何量、物理量及函数

符号	意义	符号	意义
$l, m, n$	方向余弦	$W^p, dW^p$	塑性功及其增量
$n$	法线矢量	$\Omega(\sigma_{ij})$	弹性能量函数

续表

符号	意义	符号	意义
$\alpha$	$\alpha$ 族滑移线名及其与 $y$ 轴夹角, 或角度	$Rr$	应力圆或曲率半径
$\theta$	$\sigma_1$ 与 $y$ 轴夹角或对数螺线展开角	$\Phi(\sigma_{ij}, H_a)$	加载函数
$\beta$	$\beta$ 族滑移线名及其与 $y$ 轴夹角或坡角	$Q(\sigma_{ij})$	塑性势函数
$\epsilon$	边界面或不连续面与 $y$ 轴夹角	$A$	硬化模量或面积
$\mu$	相关联流动时 $\alpha$ 或 $\beta$ 族滑移线与 $\sigma_1$ 方向间 夹角	$D_{ij}, D$	刚度张量及矩阵
$\gamma$	坡度角或材料重度	$d\lambda$	塑性标量因子
$d\lambda, \dot{\lambda}$	塑性标量因子	$C_{ij}, C$	柔度张量及矩阵
$u, v$	位移, 速度	$H_a, dH_a$	硬化参数及其增量
$p_a$	大气压力	$W(\epsilon_{ij})$	应变能函数
$p_u$	极限荷载或承载力	$e, v$	孔隙比及比容
$P, V$	垂直力	$f_f$	破坏函数
$N_r, N_q, N_c$	极限荷载系数	$f(\sigma_{ij})$	应力屈服函数
$T, H$	水平力	$F(\sigma_{ij})$	应变屈服函数

#### 四、上标与下标符号

上标	意义	下标	意义
e	弹性	c, t	压缩及拉伸
ep	弹塑性	cr	临界状态量
p	塑性	f	破坏
o	静力许可应力场有关量	m	平均
*	机动许可位移场有关量	n, t	法向与切向
+	极限荷载上限符号	$\sigma, \epsilon$	应力空间及应变空间
-	极限荷载下限符号	p, q	静水压力及广义剪应力



## 外国作者中译名

外文名	中译名	外文名	中译名
Arygris	阿瑞基瑞斯	Lamé G.	拉 梅
Bauschinger	包辛格	Laplace	拉普拉斯
Bazant Z P.	巴赞特	Leve	列 维
Bridgman P W.	勃里奇曼	Lode W.	劳 德
Cauchy	柯 西	Meyerhof M M.	梅耶霍夫
Chen W F.	陈惠发	Mises V.	米塞斯
Coulomb C A.	库 仑	Mohr O.	莫 尔
Соколовский В В.	索柯洛夫斯基	Mroz Z.	姆罗兹
Dafalias Y F.	达法略斯	Newton	牛 顿
Drucker D C.	德鲁克	Pande G N.	潘 德
Desai C S.	德 赛	Poission S D.	泊 松
Duncan J M.	邓 肯	Prandtl L.	普朗特
Euler	欧 拉	Prevost V H.	普雷沃斯特
Green G A.	格 林	Prager W.	普拉格
Gudehus G.	古德豪斯	Rankine W J M.	朗 肯
HanSen J B.	汉森	Reuss A.	路埃斯
Hill R.	希 尔	Roscoe K H.	罗斯科
Hoek	霍 克	Rowe P W.	罗 威
Hooke R.	胡 克	Terzaghi K.	太沙基
Hvorslev M J.	伏斯列夫	Tresca H.	特瑞斯卡
Janbu N.	詹 布	Valanis K C.	瓦拉尼斯
Kondner R L.	康 纳	Visec	魏西克
Kronecker	克朗内克尔	Zeigler. H	其格勒
Lade P V.	拉 德	Zienkiewicz O C.	辛克维兹
Lagrange	拉格朗日	Ильющин А А.	伊留辛

<b>第一章 绪论</b> .....	( 1 )
第一节 岩土塑性力学与变形固体力学 .....	( 1 )
第二节 岩土类材料的应力 - 应变 - 强度特性 .....	( 4 )
第三节 弹塑性力学及工程岩土力学的基本特征与局限性 .....	( 8 )
第四节 岩土弹塑性本构关系与模型 .....	( 10 )
第五节 岩土塑性力学的建立和发展 .....	( 12 )
习题与思考题 .....	( 13 )
<b>第二章 应力与应变</b> .....	( 14 )
第一节 张量及其下标记法简介 .....	( 14 )
第二节 应力张量及其分解 .....	( 19 )
第三节 八面体剪应力与广义剪应力 .....	( 25 )
第四节 主应力空间与平面 .....	( 26 )
第五节 应力分析小结 .....	( 31 )
第六节 应变张量及其分解 .....	( 34 )
第七节 应变率张量及应变分量的增量 .....	( 38 )
第八节 应力路径与应变路径 .....	( 40 )
习题与思考题 .....	( 43 )
<b>第三章 弹性本构关系</b> .....	( 46 )
第一节 线弹性本构关系的不同表达式 .....	( 46 )
第二节 弹性常数的物理意义与测定 .....	( 50 )
第三节 弹性体变与形变定律 .....	( 52 )
第四节 八面体及广义应力 - 应变关系 .....	( 54 )
第五节 主应力及主应变和偏主应力及偏主应变的表达式 .....	( 55 )
第六节 弹性应变能与弹性势函数 .....	( 56 )
第七节 非线性弹性本构关系概述 .....	( 57 )
第八节 非线性弹性本构关系——双曲线(邓肯 - 张)模型简介 .....	( 60 )
习题与思考题 .....	( 65 )
<b>第四章 屈服与破坏准则</b> .....	( 68 )
第一节 概述 .....	( 68 )
第二节 Coulomb-Mohr 屈服与破坏准则 .....	( 72 )
第三节 Tresca 准则与 Zienkiewicz-Pande 准则 .....	( 74 )
第四节 Mises 准则与 Drucker-Prager 准则 .....	( 78 )
第五节 Lade-Duncan 准则及 Lade 准则 .....	( 83 )
习题与思考题 .....	( 88 )

<b>第五章 塑性增量本构关系</b> .....	(90)
第一节 全量理论与增量理论 .....	(90)
第二节 加载条件与加卸载准则 .....	(91)
第三节 Drucker 公设和 Ильюшин 公设 .....	(95)
第四节 流动法则——塑性位势流动理论 .....	(99)
第五节 硬化模型与硬化定律 .....	(105)
第六节 普遍的弹塑性本构关系及其矩阵 .....	(110)
习题与思考题 .....	(117)
<b>第六章 岩土塑性本构模型</b> .....	(119)
第一节 理想塑性模型 .....	(119)
第二节 Cambridge 等向硬化模型 .....	(122)
第三节 Lade-Duncan 模型与 Lade 模型 .....	(133)
习题与思考题 .....	(140)
<b>第七章 岩土塑性力学若干进展及模型</b> .....	(142)
第一节 广义塑性力学简介 .....	(142)
第二节 应变空间表述的本构空间 .....	(148)
第三节 双剪应力系列屈服与破坏准则 .....	(152)
第四节 其他岩土塑性模型简介 .....	(160)
习题与思考题 .....	(166)
<b>第八章 平面应变问题极限荷载的滑移线场解</b> .....	(168)
第一节 极限荷载与极限分析理论 .....	(168)
第二节 平面应变问题应力场的滑移线解 .....	(171)
第三节 应力滑移线的性质及几种简单应力场 .....	(176)
第四节 速度滑移线及其性质 .....	(182)
第五节 应力间断与速度间断 .....	(186)
第六节 平顶钝角楔体极限荷载的滑移线场解 .....	(190)
第七节 锐角楔体极限荷载的滑移线场解 .....	(196)
第八节 自重及倾斜荷载作用下的极限荷载 .....	(199)
习题与思考题 .....	(206)
<b>第九章 极限荷载的上、下限分析理论及其在岩土工程中的应用</b> .....	(208)
第一节 概述 .....	(208)
第二节 塑性最大功率原理与虚功率原理 .....	(209)
第三节 上限与下限定理 .....	(211)
第四节 摩擦定理及不相关联流动时的上、下限定理 .....	(214)
第五节 塑性耗散能计算与静力场构造技术 .....	(216)
第六节 上、下限定理在岩土工程中的应用(一) .....	(221)
第七节 上、下限定理在岩土工程中的应用(二) .....	(228)
习题与思考题 .....	(234)
<b>部分习题参考答案</b> .....	(235)
<b>参考文献</b> .....	(240)

# 第一章 绪 论

## 第一节 岩土塑性力学与变形固体力学

岩土塑性力学是变形固体力学的一个分支。要了解什么是岩土塑性力学,首先必须了解岩土塑性力学的性质与内容以及岩土塑性力学与变形固体力学中其他力学分支的区别与联系。

### 一、岩土塑性力学的性质与内容

岩土塑性力学是近 50 年来发展起来的一门新兴边缘学科。它将变形固体力学理论与工程岩土力学更加紧密地联系起来。岩土塑性力学是在经典或传统的金属塑性力学理论的基础上,进而研究岩土类材料的塑性力学特性而发展起来的。这里所谓的岩土类材料,除岩石和土类之外,还包括水泥、混凝土和钢筋混凝土等。因为从塑性力学的观点来看,它们具有许多相同和相似的性质,故统称为岩土类材料。

岩土塑性力学的基本内容包括:

- (1) 岩土类材料的弹塑性本构关系理论和模型;
- (2) 岩土类材料的极限分析理论;
- (3) 它们在岩土工程设计和施工中的应用。

这里提出了“本构关系”一词。本构关系是英文 Constitutive Relation 的意译。在力学中,本构关系泛指普遍的应力-应变关系。因为在变形固体力学中,应力不只是与应变有关,而且还与物体的加载历时、应力历史、加载方式(或应力路径)以及温度和时间有关。因此材料的本构关系或普遍的应力-应变关系可以表示为

$$\sigma_{ij} = f(\epsilon_{ij}, t, T, \text{应力路径等}) \quad (1-1-1)$$

式中  $t$ ——加载历时;

$T$ ——温度。

例如,弹性力学中的广义胡克定律就是最简单的材料本构关系,它不计时间、温度和应力路径及加载历时的影响,因此应力和应变之间存在着唯一对应的关系。当材料应力超出弹性范围而进入塑性阶段时,应力和应变之间就没有唯一的对应关系,而是要受应力历史和应力路径的影响。这时,材料的应力-应变关系就称为塑性本构关系。塑性本构关系要比弹性本构关系复杂得多。如果再考虑材料应力-应变关系随温度和时间变化,本构关系将更加复杂。本书所要讲的岩土本构关系主要是指与时间和温度无关的塑性本构关系。

岩土的极限分析理论是利用塑性力学中的滑移线理论和极限分析理论来解决挡土墙土压力、边坡及洞体的稳定以及地基承载力等岩土体强度与稳定性问题。不过,岩土体的滑移线场理论与极限分析方法要比主要适用于金属的经典塑性理论复杂得多。

本书主要介绍岩土弹塑性本构关系理论、有代表性的计算模型和塑性极限荷载分析理论。

### 二、变形固体材料本构关系的分类与特点

作为建筑材料(如土、石坝的土石料)或建筑物地基以及地下洞体介质的岩土材料,宏观上可以视为连续介质或固体材料。因此,为了研究岩土的塑性本构关系,首先应当了解变形固体力学本构关系的分类和各种本构关系的特点与差别。变形固体力学一般假设材料是均匀的和连续的,并且有无限的韧性或无限变形能力而不出现裂隙或断裂。在此基础上,按照材料的不同受力阶段和应力-应变关系特性,连续固体材料(包括金属、岩土和混凝土等)的本构关系分为以下几种类型和亚类,见表 1-1-1。

表 1-1-1 连续固体材料本构关系分类

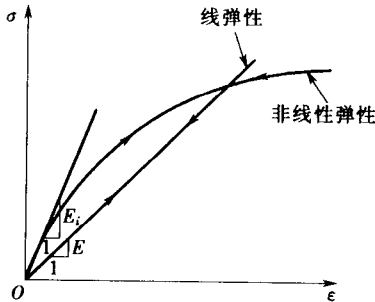
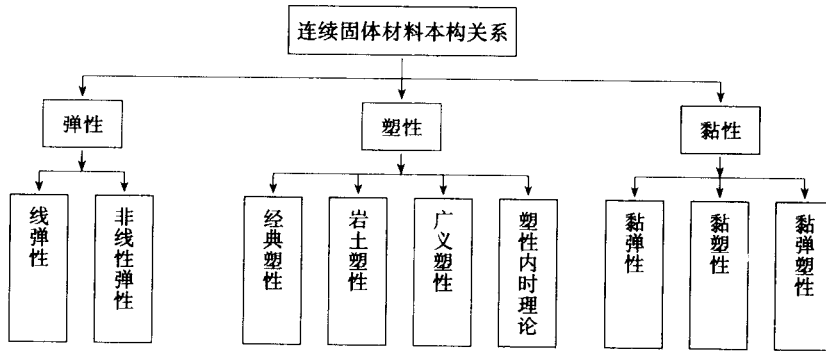


图 1-1-1 弹性本构关系曲线

#### 1. 弹性本构关系

弹性本构关系又分线弹性本构关系和非线性弹性本构关系,如表 1-1-1 所示。线弹性本构关系即一般的弹性力学研究的范畴,其应力-应变关系服从广义胡克定律;非线性弹性本构关系的应力-应变曲线是非线性的,但是加卸载仍然沿着同一曲线进行,如图 1-1-1 所示。

#### 2. 塑性本构关系

塑性本构关系可以进一步分为四个亚类,如表 1-1-1 所示。为了进一步说明塑性本构关系的分类,我们先分析图 1-1-2 中混凝土的典型拉压

应力-应变曲线,并结合此曲线介绍有关塑性力学的基本名词与概念。可以看到,混凝土的抗拉强度远小于抗压强度,属于脆性破坏,不在我们研究范围之列。至于混凝土的受压破坏过程,就要复杂得多,以下逐段说明。

(1)弹性阶段 OA。此段基本上呈直线,应力-应变符合线弹性本构关系,属弹性力学范畴。

(2)硬化阶段 AC。A 点称为屈服极限,是弹性应力的上限,也是塑性变形阶段的开始。这是因为,在 A 点以后,如果卸载,就可以产生永久变形  $\epsilon^p$  和弹性变形  $\epsilon^e$ 。永久变形就是不可恢复的塑性变形。由于自 A 点开始,随着应变的增加,屈服应力也不断增加,因此称为

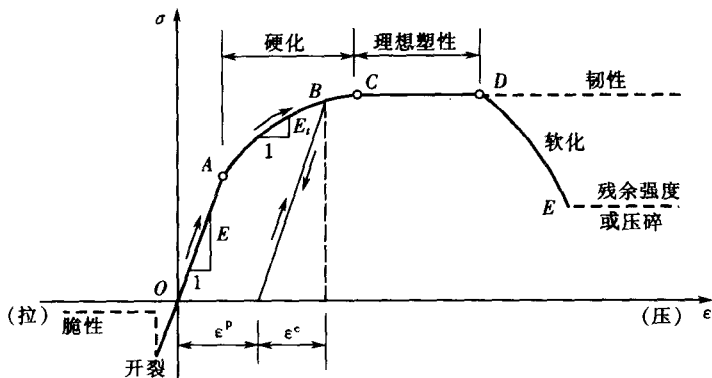


图 1-1-2 混凝土单向受力的应力-应变曲线

应变硬化或加工硬化阶段,简称硬化。

(3)理想塑性阶段( $CD$ 段)。此阶段的特点是应力不增加,应变却不断增加。这一段的应力-应变关系称为理想塑性本构关系。

(4)软化阶段( $DE$ 段)。此阶段的特点是应变逐渐增加而应力却在不断减小,直至材料压碎破坏或保持一定的残余强度。由于此段的屈服应力随应变的增加而减小,故称为应变软化阶段或简称为软化阶段。

现在我们再来看四个塑性本构关系亚类的区别与联系。

(1)经典塑性。理想塑性专指屈服应力不随应变增加而变化的塑性质。工程中常常将韧性金属材料视为理想塑性材料,据此而建立起来的塑性理论称为经典或理想塑性力学,也有称为金属塑性力学的。岩土类材料的理想塑性变形阶段不明显。但为了简化计算,常常将其应力-应变曲线简化为理想弹塑性的折线 $ABC$ ,如图 1-1-3 所示。

(2)岩土塑性。岩土类材料的本构关系具有硬化、软化以及剪胀性与压硬性(见第二章)等特性,与理想塑性材料有较大差别,一般理想塑性本构理论不再适用。因此,利用理想塑性理论的某些假设,如正交流动法则、硬化规律(见第五章)等基本假设,结合岩土类材料特殊的本构特征而建立起来的塑性理论称为岩土塑性力学。这正是本书研究与讲述的主要内容。

(3)广义塑性。广义塑性理论也主要是针对岩土类材料而提出的。与我们所讲的岩土塑性力学不同的是,广义塑性力学抛弃了理想塑性某些不合理的假设,如塑性势和正交流动法则(见第五章)等,是根据多屈服面理论而建立起来的广义塑性理论。特殊情况下,广义塑性可以简化为理想塑性,同样适用于金属材料。关于广义塑性力学的简介见本书第七章。

(4)塑性内时理论。塑性内时理论(Plastic Endochronic Theory)是近 30 多年来发展起来的一种没有屈服面概念,而引入反映材料累计塑性应变的材料内部时间(Intrinsic Time)的新型塑性理论。关于塑性内时理论的内容见本书第七章。

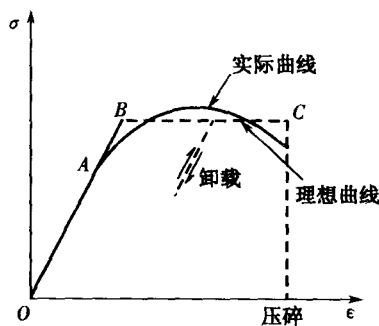


图 1-1-3 理想弹塑性材料

3. 黏性本构关系

上述弹性本构关系和塑性本构关系都假设材料的应力 - 应变关系与时间或应变速度无关。当材料的应力或应变随时间变化时,这种性质就称为黏滞性或简称黏性,相应的应力 - 应变关系就称为黏性本构方程。材料的黏滞性常常和弹性或塑性性质同时发生。因此,材料的黏性本构方程分为黏弹性、黏塑性和黏弹塑性三种类型。在工程中,我们常称材料的黏性性质为流变;称常应力下应变随时间的不断变化为材料的蠕变;称常应变下应力随时间的下降为应力松弛。黏性材料的应力 - 应变-时间关系如图 1-1-4(a)、(b)所示。图 1-1-4(a)为不同应变速率( $\dot{\epsilon}$ )下的应力 - 应变关系,图 1-1-4(b)表示材料的蠕变和应力松弛。黏性本构关系不属本书所讨论内容。

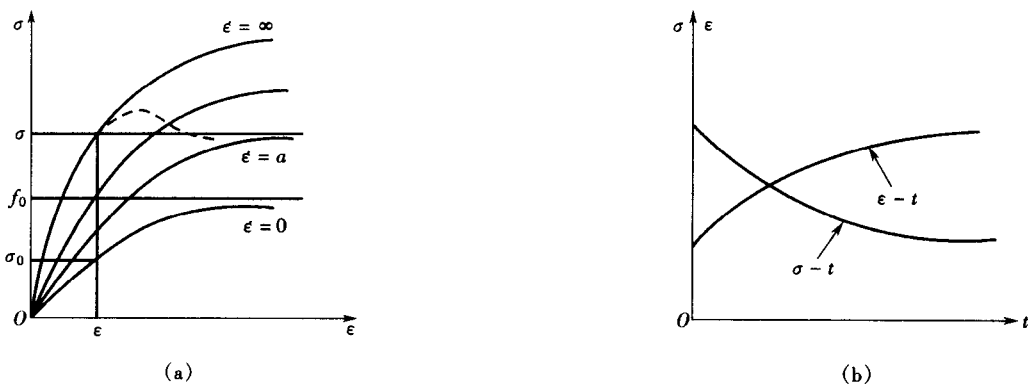


图 1-1-4 黏性本构关系

(a)应力 - 应变曲线;(b)应力松弛与蠕变曲线

第二节 岩土类材料的应力 - 应变 - 强度特性

通过岩土类材料的单轴压缩试验、直接剪切试验和常规三轴试验( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )、真三轴试验( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ )以及平面应变等各种试验方法,可以得出一系列的岩土类材料的应力 - 应变-强度试验曲线。以下我们结合这些试验曲线来说明岩土类材料的应力 - 应变 - 强度特性。

一、岩土类材料的重要应力 - 应变 - 强度特性

1. 非线性与静压屈服特性

图 1-2-1(a),(b)给出了正常固结黏土的单轴压缩-回弹-再压缩曲线和常规三轴剪切试验整理出来的破坏与屈服曲线;图 1-2-2(a),(b),(c)给出了土类、岩石和混凝土在常规三轴剪切条件下的  $\sigma$ - $\epsilon$  关系曲线。图 1-2-2(a)中上部两条曲线为应力 - 应变曲线,下部两条曲线为体应变  $\epsilon_v$  与轴应变  $\epsilon_1$  关系曲线。由图中可以得出如下结论:

(1)非线性。从图 1-2-1(a)及图 1-2-2(a),(b),(c)都可以看出:除在应力比较小的情况下,岩土类材料的  $\sigma$ - $\epsilon$  关系为直线,属于弹性范围外,在较高的应力水平和可利用的强度范围内,材料的  $\sigma$ - $\epsilon$  关系均表现出明显的非线性塑性性质。如图 1-2-1(a)在卸载时产生明显

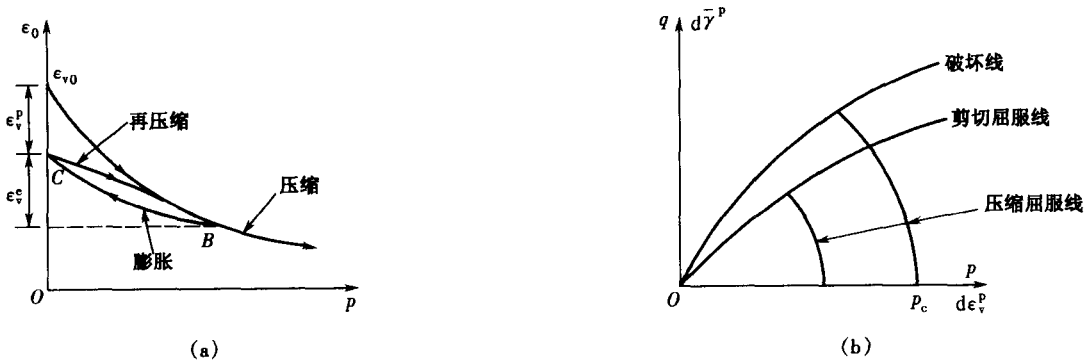
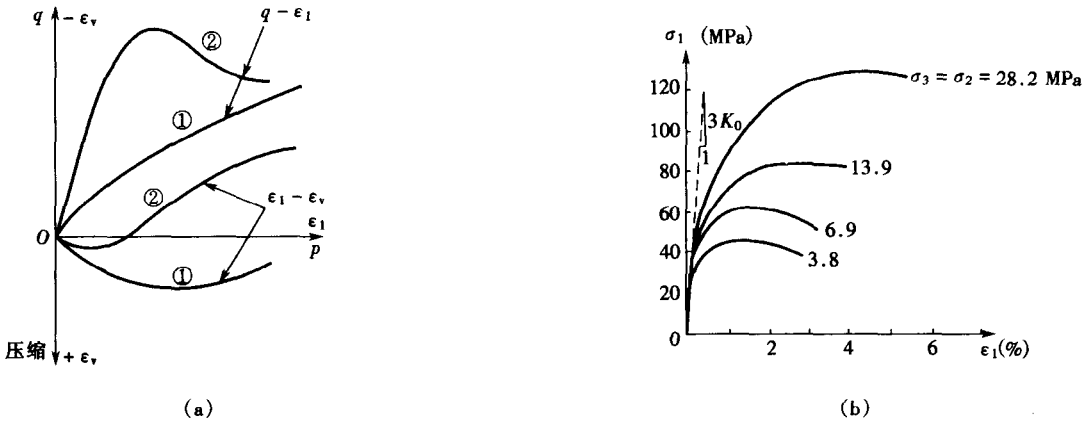


图 1-2-1 正常固结土的压缩与剪切曲线

(a)压缩曲线;(b)三轴剪切曲线



- ①松砂和正常固结黏土
- ②密砂和超固结黏土

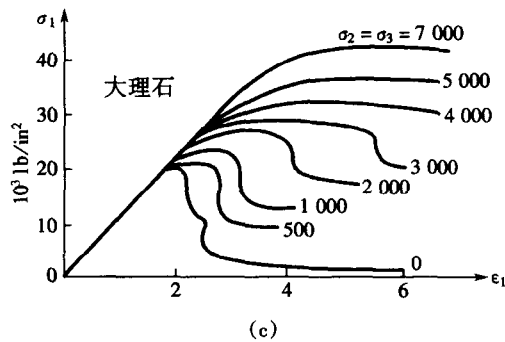


图 1-2-2 土、岩石和混凝土的  $\sigma-\epsilon$  关系曲线

(a)土的三轴试验曲线;(b)混凝土三轴受压试验;(c)岩石的三轴试验应力-应变曲线

注:lb/in<sup>2</sup> 为英制单位,1 lb/in<sup>2</sup> = 1 磅/平方英寸。





的塑性应变  $\epsilon^p$  和塑性体应变  $\epsilon_v^p$ 。

(2) 静压屈服特性。静压屈服特性指在纯静水压力  $p$  作用下,材料可以产生体积应变屈服的特性。我们知道金属材料在很高的压力(各向等压)作用下,其体积形变都是弹性的,因而静水压力不会产生和影响塑性剪切变形和塑性体积变形。而岩土类材料在纯静水压力  $p$  的作用下,可以产生塑性体应变,如图 1-2-1(a)中的  $B$  点和图 1-2-1(b)中的  $p_c$  点所示。这说明岩土类材料在纯静水压力作用下可以产生屈服。这就是岩土类材料的静压屈服特性。

### 2. 硬化与软化特性

图 1-1-2 已经说明了混凝土材料具有硬化与软化特性,图 1-2-2(a)、(b)、(c)再次印证岩土类材料普遍存在着应变硬化与软化特性(正常固结黏土和松砂无软化特性,如图 1-2-2(a)所示),同时还说明硬化过程随着围压  $\sigma_3$  的增加而增强,软化过程随着围压的增加而减弱。这也说明了静水压力( $\sigma_3$  的增加就意味着静水压力的增加)对材料屈服强度的影响。

### 3. 压硬性 与 剪胀性

我们知道,对于弹性本构关系( $\sigma = E\epsilon, \tau = G\gamma$ )而言,正应力  $\sigma$  只产生正应变  $\epsilon$ ,剪应力  $\tau$  只产生剪应变  $\gamma$ ;对于经典塑性本构关系而言,静水压力不产生屈服,剪应力只产生弹性和塑性剪应变。因而,二者的正应力与剪应变及剪应力与正应变之间不存在任何关系,或者说它们之间没有耦合作用。而对于岩土类材料而言,它们之间存在着相互影响或耦合作用。这种关系就称为岩土类材料的压硬性 与 剪胀性。

(1) 压硬性。压硬性指的是静水压力与剪应变之间的耦合作用。也就是说,对于岩土类材料,静水压力不仅产生弹性的和塑性的体应变,而且还会引起剪应变刚度的增大而使剪应变变化。图 1-2-1(b)和图 1-2-2(a)、(b)、(c)都说明了这种性质。图中明显可以看出,静水压力增大(在图 1-2-2(b)、(c)中表现为  $\sigma_3$  的增加),材料的强度提高,从而影响了材料的剪变形。

(2) 剪胀性。剪胀性指的是剪应力与体应变之间的耦合作用。也就是说,剪应力不仅产生弹性的和塑性的剪变形,而且会使材料的体积发生膨胀或收缩。当剪应力使材料体积膨胀时就称为剪胀性,当剪应力使材料体积收缩时就称为负的剪胀性或剪缩。图 1-2-2(a)中同时给出了  $\epsilon_v - \epsilon_1$  关系曲线。从图中可以看出,剪切开始时,各种土都产生压缩和剪缩现象,随后很快都会产生剪胀现象。超固结黏土和密砂的剪胀现象最为明显,  $\Delta\epsilon_v$  为负值即剪胀。即使对于正常固结黏土和松砂,虽然产生的都是体积压缩,但是这是产生剪胀之后的体缩,如果没有剪胀,体积压缩将会更大。

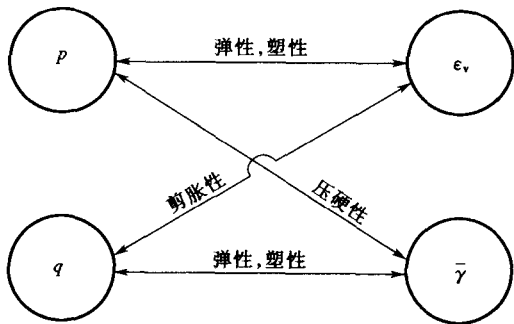


图 1-2-3 岩土材料的本构关系框图

在岩石力学中,剪胀性称为“扩容”,意指剪应力引起的体积(容积)扩大。岩土类材料的这种包括剪胀性与压硬性的本构关系,用框图来表示如图 1-2-3 所示。可见,与弹性和经典塑性本构关系相比,岩土类材料的本构关系就要复杂