普通高等学校工科类 · 经管类数学深化训练与考研辅导丛书

高等数学深化训练与大学生数学竞赛教程

刘强 陶桂平 梅超群 编著

一书在手 考试不愁

知识要点梳理，方便温习知识
典型例题分析，掌握解题技巧
深化训练讲解，做到融会贯通
后附竞赛真题，模拟考试不慌

中国工信出版集团 電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

普通高等学校工科类·经管类数学深化训练与考研辅导丛书

高等数学深化训练与大学生数学竞赛教程

（工科类·经管类）

刘　强　陶桂平　梅超群　编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是作者多年来在大学生数学竞赛辅导和考研辅导经验的基础上编写而成的．全书共分为 13 章，每章包括 4 个模块，即知识要点、典型例题分析、深化训练以及深化训练详解．本书编写的目的主要有两个：一是帮助工科类、经管类本科生备考全国大学生数学竞赛，使学生能够在短时间内迅速掌握各种解题方法和技巧，提升学生综合分析问题、解决问题的能力；二是为了满足工科类、经管类本科生考研的需要．在例题和习题选编方面，精选了部分有代表性的数学竞赛真题和考研真题，同时注重例题、习题的创新，按题型分类进行合理编排，使学生能够尽快地适应考研题型，从容应对考试．

本书既可以作为普通高等院校工科类、经管类本科生参加全国大学生数学竞赛的辅导用书，也可以作为工科类、经管类本科生考研深化训练用书．

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学深化训练与大学生数学竞赛教程 / 刘强，陶桂平，梅超群编著. —北京：电子工业出版社，2017.4
ISBN 978-7-121-31128-4

I. ①高… II. ①刘… ②陶… ③梅… III. ①高等数学－高等学校－教学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 057640 号

策划编辑：王二华
责任编辑：王二华
印　　刷：涿州市京南印刷厂
装　　订：涿州市京南印刷厂
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　　邮编　100036
开　　本：787×1 092　1/16　印张：24　　字数：620 千字
版　　次：2017 年 4 月第 1 版
印　　次：2017 年 4 月第 1 次印刷
定　　价：56.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254532。

前　言

为了让学生更好、更快地掌握所学知识，同时结合工科类、经管类本科生参加数学竞赛和报考研究生的需要，应电子工业出版社的邀请，我们编写了高等院校工科类、经管类数学深化训练与考研辅导丛书. 该丛书包括《高等数学深化训练与大学生数学竞赛教程》、《高等数学复习指导与深化训练》、《微积分复习指导与深化训练》、《线性代数复习指导与深化训练》和《概率论与数理统计复习指导与深化训练》等辅导教材，由首都经济贸易大学的刘强教授担任丛书主编.

本书为《高等数学深化训练与大学生数学竞赛教程》分册. 自 1988 年第一届北京市大学生数学竞赛举办以来，到现在北京市数学竞赛已经成功举办了 27 届，每年的数学竞赛都吸引了北京各大高校众多优秀学生积极参与. 北京市数学竞赛也由最初单一的非理科数学竞赛演化到现在包括数学专业、非数学专业、经济管理类，以及高职高专类多层次、多类别的大型赛事. 值得一提的是，自 2010 年首届全国大学生数学竞赛举办以来，到现在已经成功举办了 7 届，全国数学竞赛的推出进一步加快了我国大学生数学竞赛的发展，极大地激发了大学生的数学学习热情，一方面数学竞赛提高了学生的数学学习质量，另一方面也为学生以后参加考研打下了坚实的数学基础.

本书编写的主要目有两个：一是为了满足工科类、经管类本科生参加数学竞赛的需要；二是为了满足工科类、经管类学生考研深化训练的需要.在例题和习题选编方面，作者结合多年来数学竞赛辅导和考研辅导经验，精选了部分有代表性的数学竞赛真题和考研真题，同时注重例题习题的创新，并进行合理编排，使学生能够尽快地适应数学竞赛与考研，从容面对考试. 关于教材的定位，从数学竞赛的角度来看，本教材主要是针对工科类（非数学专业）和经管类大学生数学竞赛而编写的；从考研的角度来看，本教材能够满足数学一和数学三高等数学备考的需要.

全书共分为 13 章，每章包括 4 个模块，即知识要点、典型例题分析、深化训练、深化训练详解. 具体模块内容为：

1．知识要点 本模块对基本概念、基本理论、基本公式等内容进行系统梳理，方便读者查阅相关内容.

2．典型例题分析 本模块创新性地构思了大量有代表性的例题，并选编了部分国内外优秀教材、辅导资料的经典题目，汇集了一些有代表性的数学竞赛真题，按照知识结构、解题思路、解题方法等脉络对典型例题进行了系统归类，通过专题讲解，详细阐述了相关问题的解题方法与技巧.

3．深化训练 本模块精心选编了部分具有代表性的习题以及历年的数学竞赛、考研真题，帮助读者巩固强化所学知识，提升读者学习效果，做到融会贯通和举一反三.

4．深化训练详解 本模块对深化训练部分给出了详细的解答过程，部分习题给出多种解法，以开拓读者的解题思路，培养读者的分析能力和发散思维.

本书的第 1～4 章由刘强编写，第 5～7 章由姜玉英编写，第 8～10 章由陶桂平编写，第 11～13 章由梅超群编写，最后由刘强负责统一定稿.

本书在编写过程中，得到了北京工业大学程李高荣教授，北京工商大学曹显兵教授，北方工业大学刘喜波教授，首都经济贸易大学张宝学教授、马立平教授、任韬副教授，昆明理工大学吴刘仓教授，北京化工大学李志强副教授，中央财经大学贾尚晖教授，以及首都经济贸易大学聂力副教授、范林元博士等同事的大力支持，电子工业出版社高教分社的谭海平社长也为丛书的出版付出了很多的努力，在此表示诚挚的感谢.

本书可以作为工科类（非数学专业）、经管类数学竞赛的教材，也可以作为高等数学考研的参考用书，同时也可以作为本科生高等数学后继提高课程的教学用书.

为了便于读者学习，工科类要求而经管类不要求的内容用“*”标出；难度较大的题目用“**”标出，初学者可以先略过该内容.

由于作者水平有限，书中仍可能存在不妥甚至错误之处，恳请读者和同行不吝指正. 意见请发至邮箱：cuebliuqiang@163.com.

作　者

2017 年 3 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第1章 函 数

1.1 知 识 要 点

本章内容主要包括实数的分类，实数的绝对值，函数的概念，分段函数与隐函数，函数的四种基本特性，即奇偶性、单调性、周期性和有界性，反函数与复合函数及6大类基本初等函数等.

1.1.1 函数

（1）函数有三要素，即定义域、对应法则和值域．当定义域和对应法则确定以后，值域随之确定.

（2）函数的表示方法主要有公式法、图示法以及表格法等，其中公式法是函数关系表示的一种主要形式.

（3）分段函数是一种特殊的函数，在定义域的不同子集上具有不同表达式.

（4）函数的基本特性主要有四种，即奇偶性、单调性、周期性和有界性.

（5）常函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数以及反三角函数共6大类函数统称为**基本初等函数**．由基本初等函数经有限次四则运算和(或)复合运算而得到的函数称为初等函数.

几个常见的结论：

（1）$\arcsin x+\arccos x=\dfrac{\pi}{2}\ (|x|\leqslant 1)$；

（2）$\arctan x+\operatorname{arc\,cot} x=\dfrac{\pi}{2}$；

（3）$\arctan x+\arctan\dfrac{1}{x}=\dfrac{\pi}{2}(x\neq 0)$.

1.1.2 常用不等式

（1）$|a+b|\leqslant|a|+|b|$；

（2）$\big||a|-|b|\big|\leqslant|a|+|b|$；

（3）$\dfrac{|a+b|}{1+|a+b|}\leqslant\dfrac{|a|}{1+|a|}+\dfrac{|b|}{1+|b|}$；

（4）$\left|\sum\limits_{i=1}^{n}a_ib_i\right|\leqslant\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}a_i^2}\cdot\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}b_i^2}$ ；

（5）当$|x|<\dfrac{\pi}{2}$时，$|\sin x|\leqslant|x|\leqslant|\tan x|$.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

1.1.3 反函数

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D_f，值域为 Z_f．如果对于 Z_f 中的每一个 y 值，都存在唯一地满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D_f$ 与之对应，这样确定的以 y 为自变量、以 x 为因变量的函数称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**，并记为 $x=f^{-1}(y)$．通常习惯上用 x 表示自变量，y 表示因变量，因此一般将 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 记为 $y=f^{-1}(x)$．

显然，反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的定义域为 Z_f，值域为 D_f，且对任意的 $y\in Z_f$，有

$$f[f^{-1}(y)]=y,$$

对任意的 $x\in D_f$，有

$$f^{-1}[f(x)]=x.$$

单调函数一定存在反函数，且函数与反函数具有相同的单调性.

在同一坐标系下，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图像是重合的，$y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

1.1.4 复合函数

设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\phi(x)$ 的值域为 Z_ϕ，若 $D_f\cap Z_\phi\neq\varnothing$，则称 $y=f[\phi(x)]$ 为 $y=f(u)$ 和 $u=\phi(x)$ 的**复合函数**，其中 x 为自变量，y 为因变量，u 为中间变量.

1.1.5 关于函数表达式的求解

本章一个重要的题型就是函数表达式的求解，数学竞赛中常用的函数表达式的求解方法主要包括：

（1）利用初等函数变换进行求解；
（2）利用函数的连续性进行求解；
（3）利用导数的定义进行求解；
（4）利用不定积分进行求解；
（5）利用定积分的性质进行求解；
（6）利用微分方程进行求解.

1.1.6 一些常用的三角公式

（1）两角和、两角差公式

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$；

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$；

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}.$$

（2）和差化积公式

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$$

（3）积化和差公式

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)];$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)];$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)].$$

（4）倍角公式

$$\sin(2\alpha)=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha};$$

$$\cos(2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha};$$

$$\tan(2\alpha)=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}.$$

（5）半角公式

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2};\quad \cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}.$$

1.1.7 一些常用的代数公式

（1）级数的部分和公式

$$1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1);$$

$$1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1);$$

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

（2）乘法与因式分解公式

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3;$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3;$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$，其中$n$为正整数；

$(a+b)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^{n-1}ab^{n-1}+C_n^nb^n$，

其中$C_n^0=1, C_n^k=\dfrac{P_n^k}{P_k^k}=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

（3）斯特林公式

$n!=\sqrt{2n\pi}\left(\dfrac{n}{\mathrm{e}}\right)^n\mathrm{e}^{\frac{\theta}{12n}}$，其中$0<\theta<1$；

$n!\approx\sqrt{2n\pi}\left(\dfrac{n}{\mathrm{e}}\right)^n$，当$n$充分大时；

$\sqrt{2n\pi}\left(\dfrac{n}{\mathrm{e}}\right)^n<n!<\sqrt{2n\pi}\left(\dfrac{n}{\mathrm{e}}\right)^n\left(1+\dfrac{1}{12n-1}\right)$.

1.2 典型例题分析

1.2.1 题型一、函数表达式的求解与证明

例 1.2.1 设$f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=1-x$, 且$x\neq 0$，试求$f(x)$，并求积分$\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

解 令$\dfrac{1}{x}=t$，则有

$$f\left(\frac{1}{t}\right)+2f(t)=1-\frac{1}{t},$$

联立方程组

$$\begin{cases} f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=1-x \\ f\left(\dfrac{1}{x}\right)+2f(x)=1-\dfrac{1}{x} \end{cases},$$

从而有

$$f(x)=\frac{1}{3}-\frac{2}{3x}+\frac{x}{3}.$$

因此

$$\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3x}+\frac{x}{3}\right)\mathrm{d}x=\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\ln 2.$$

注 本题是通过函数的初等变换求解函数的表达式.

例 1.2.2 已知$f(x)=2x+4\sin x\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}f(x)$，则$f(x)=$ ________.

解 因为极限值等于某个常数，因此不妨设$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}f(x)=A$，原题等式两边同时求极限，得

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} 2x+\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} 4A\sin x,$$

即有 $A=\pi+4A$，所以 $A=-\frac{\pi}{3}$，从而

$$f(x)=2x-\frac{4\pi}{3}\sin x.$$

例 1.2.3　【2005 年北京市竞赛题】已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=3x-\sqrt{1-x^2}\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$，求 $f(x)$ 的表达式.

解　令 $A=\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$，则 $f(x)=3x-A\sqrt{1-x^2}$，从而

$$f^2(x)=9x^2-6Ax\sqrt{1-x^2}+A^2(1-x^2),$$

等式两边同时取定积分，则有

$$\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 9x^2\mathrm{d}x-6A\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x+A^2\int_0^1(1-x^2)\mathrm{d}x,$$

因此 $A=3-6A\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}A^2$，求解一元二次方程得 $A=3$ 或 $A=\frac{3}{2}$. 故有

$$f(x)=3x-3\sqrt{1-x^2} \text{ 或 } f(x)=3x-\frac{3}{2}\sqrt{1-x^2}.$$

例 1.2.4　设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，对于 $\forall x\in(-\infty,+\infty)$，有 $f(x^3)=f(x)$，且 $f(0)=1$，求函数 $f(x)$ 的表达式.

解　对于 $\forall x\in(-\infty,+\infty)$，有

$$f(x)=f\left(x^{\frac{1}{3}}\right)=f\left(x^{\frac{1}{9}}\right)=\cdots=f\left(x^{\frac{1}{3^n}}\right),$$

当 $x\neq 0$ 时，因为 $f(x)$ 连续，所以 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty} f(x)=\lim\limits_{n\to\infty} f\left(x^{\frac{1}{3^n}}\right)=f(1)$. 又因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，所以 $f(1)=f(0)=1$. 从而 $f(x)$ 恒为常数，且 $f(x)=1$.

注　本题是利用函数的连续性求解函数的表达式.

例 1.2.5　【1991 年北京市竞赛题】 设函数 $f(x)$ 可导，且 $f'(0)=1$，对于任意的 x 和 y 满足

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy,$$

试求函数 $f(x)$ 的表达式.

解　取 $y=0$，则有 $f(x+0)=f(x)+f(0)$，所以 $f(0)=0$. 又因为

$$f(x+y)-f(x)=f(y)+2xy,$$

从而有

$$\lim_{y\to 0}\frac{f(x+y)-f(x)}{y}=\lim_{y\to 0}\frac{f(y)}{y}+\lim_{y\to 0}\frac{2xy}{y},$$

根据导数的定义，$f'(x)=f'(0)+2x=1+2x$，所以$f(x)=x+x^2+C$，因为$f(0)=0$，故$f(x)=x+x^2$.

注　本题是利用导数的定义求解函数的表达式.

例 1.2.6　设对于任意的正整数n和任意的实数x,y，函数f满足不等式

$$\left|\sum_{k=1}^{n}4^k[f(x+ky)-f(x-ky)]\right|\leqslant 1,$$

试证明函数f为常值函数.

证　由于

$$4^n[f(x+ny)-f(x-ny)]=\sum_{k=1}^{n}4^k[f(x+ky)-f(x-ky)]-\sum_{k=1}^{n-1}4^k[f(x+ky)-f(x-ky)],$$

且对任意的n有$\left|\sum_{k=1}^{n}4^k[f(x+ky)-f(x-ky)]\right|\leqslant 1$，因此

$$|4^n[f(x+ny)-f(x-ny)]|\leqslant 2,$$

故

$$|f(x+ny)-f(x-ny)|\leqslant \frac{2}{4^n},$$

对于任意的实数s和t以及正整数n，取$x=\frac{1}{2}(s+t)$和$y=\frac{1}{2n}(s-t)$，则上述不等式化为

$$|f(s)-f(t)|\leqslant \frac{2}{4^n},$$

当$n\to\infty$时，由于$\frac{2}{4^n}\to 0$，从而有$f(s)=f(t)$，由s和t的任意性可知，函数f为常值函数.

1.2.2　题型二、复合函数问题

例 1.2.7　设$f(x)=1-\frac{1}{x}$，求$f[f(x)]$，$f\{f[f(x)]\}$.

解　$f[f(x)]=1-\dfrac{1}{f(x)}=1-\dfrac{1}{1-\frac{1}{x}}=-\dfrac{1}{x-1}$，

$$f\{f[f(x)]\}=1-\frac{1}{f[f(x)]}=1-\frac{1}{-\frac{1}{x-1}}=x.$$

例 1.2.8　已知$f(x)=\begin{cases}x^2 & x\leqslant 1\\ 2x+1 & x>1\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x+3 & x<0\\ x-2 & x\geqslant 0\end{cases}$，求$f[g(x)]$.

解　根据复合函数的定义，得到

$$f[g(x)]=\begin{cases}g^2(x) & g(x)\leqslant 1\\ 2g(x)+1 & g(x)>1\end{cases},$$

（1）当 $g(x)\leqslant 1$ 时，则

$$\begin{cases} g(x)=x+3\leqslant 1 \\ x<0 \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} g(x)=x-2\leqslant 1 \\ x\geqslant 0 \end{cases},$$

从而有 $x\leqslant -2$ 或 $0\leqslant x\leqslant 3$.

（2）当 $g(x)>1$ 时，则

$$\begin{cases} g(x)=x+3>1 \\ x<0 \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} g(x)=x-2>1 \\ x\geqslant 0 \end{cases},$$

从而有 $-2<x<0$ 或 $x>3$. 综上所述，复合函数为

$$f[g(x)]=\begin{cases} (x+3)^2 & x\leqslant -2 \\ 2x+7 & -2<x<0 \\ (x-2)^2 & 0\leqslant x\leqslant 3 \\ 2x-3 & x>3 \end{cases}.$$

1.2.3 题型三、函数的四种几何特性

例 1.2.9 设 $f(x)=\begin{cases} x+5 & x<1 \\ 2-3x & x>1 \end{cases}$，试讨论函数 $g(x)=\dfrac{1}{2}[f(x)-f(-x)]$ 的奇偶性.

解 由题意，函数 $g(x)$ 的定义域为 $\{x\mid x\in R, x\neq 1, x\neq -1\}$，定义域关于 $x=0$ 对称，又因为

$$g(-x)=\frac{1}{2}[f(-x)-f(x)]=-g(x),$$

因此函数 $g(x)$ 为奇函数.

注 类似方法可以证明函数 $\dfrac{1}{2}[f(x)+f(-x)]$ 为偶函数，且奇偶性与函数 $f(x)$ 的具体表达式没有关系.

例 1.2.10 设 $f(x)=|x\sin x|\cdot e^{\cos x}$，$x\in(-\infty,+\infty)$ 是（ ）.

（A）有界函数； （B）单调函数； （C）奇函数； （D）偶函数.

解 假设 $f(x)$ 为有界函数，则存在 $M>0$，使得对 $\forall x\in(-\infty,+\infty)$，有

$$|f(x)|<M,$$

若取 $x=2n\pi+\dfrac{\pi}{2}$，n 为正整数，则有

$$|f(x)|=2n\pi+\frac{\pi}{2}<M,$$

显然当 n 足够大时，上式不成立，因此假设不成立，故 $f(x)$ 为无界函数，选项（A）错误；

由于 $f(0)=0$，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$，$f(\pi)=0$，即有 $f(0)<f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)>f(\pi)$，因此 $f(x)$ 不具有单调性，故选项（B）错误；

由于 $f(-x)=|x\sin x|\cdot e^{\cos x}=f(x)$，因此 $f(x)$ 为偶函数，故选项（D）正确.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com