



高等院校电气工程及其自动化专业系列教材
Electrical Engineering

电磁能量

谢宝昌 编著



附赠电子教案

[http:// www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



21 世纪高等院校工科专业系列教材

电磁能量

谢宝昌 编著



机械工业出版社

本书介绍了电磁能量的基本知识,包括静电能量与电容器、恒定电流电场与导体焦耳损耗、静磁能量与磁路、时变电磁能量与坡印亭定理、准静态场与电路理论、涡流及其损耗、自旋电子学基础、均匀平面电磁波的传播特性与极化方式、传输线理论和超导电磁能量;较为系统地介绍了各种电磁能量问题的求解方法,内容重在基础知识和方法,并紧紧围绕新技术发展趋势进行讲解。同时在各章中给出了丰富的例题,便于读者掌握基本概念和理论,并且每章都附有思考题与习题,可供读者选择。

本书适合作为高等院校电类专业的本科生教材,也可供从事电磁理论和应用等领域工作的专业人员参考阅读。

本书配套授课电子课件,需要的教师可登录 www.cmpedu.com 免费注册,审核通过后下载,或联系编辑索取(QQ: 308596956, 电话: 010 - 88379753)。

图书在版编目(CIP)数据

电磁能量/谢宝昌编著. —北京:机械工业出版社, 2016. 1

21 世纪高等院校电气工程及其自动化专业系列教材

ISBN 978-7-111-52365-9

I. ①电… II. ①谢… III. ①电磁场 - 高等学校 - 教材

IV. ①O441. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 300801 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:汤 枫 责任编辑:汤 枫

责任校对:张 征 责任印制:乔 宇

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

2016 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 20. 25 印张 · 501 千字

0 001—3 000 册

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 52365 - 9

定价:49.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010 - 88379833

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010 - 88379649

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网:www.golden-book.com

前 言

电磁能量是一门以电磁场为核心的基础课程,主要包括电磁能量的微观和宏观表征、数学基础——场论、静电场、恒定电流电场、静磁场、时变电磁场、均匀平面电磁波、传输线和超导电磁能量等。电磁能量教材内容不仅强调基础理论的阐述、各种电磁场问题的描述和求解方法,特别是静电场边值问题的各种解析法求解、静电比拟和电磁类比,还强调与工程应用紧密结合的电磁能量存储元件、传输系统 and 应用。

电磁能量课程按照 64 学时设计,包括理论和实验两大部分。本书编写的内容是电磁能量的理论部分。本课程实验部分内容将独立撰写实验指导书,包括硬件系统实验和软件模拟计算和演示。

本书共 9 章。各章内容简述如下:

第 1 章概述电磁能量的基本特点、符号与量纲、分析和学习方法,让学生了解本课程的主要内容。

第 2 章介绍分析电磁能量的数学基础——场论,包括常用正交坐标系统,矢量分析基础包括基本代数运算,梯度、旋度和散度等偏微分运算,不同维数空间积分的斯托克斯定理和高斯散度定理,矢量场的性质、分类和唯一性定理,对每一类矢量场通过引入合适的位函数将矢量场方程转换为位函数满足的泊松或拉普拉斯方程,并介绍利用格林定理求解无界空间中泊松方程的方法。

第 3 章从库仑定律出发分析静电场的概念和性质,以及静电场满足的微分和积分方程,分析电介质和导体在静电场中的行为,不同介质交界面电场强度、电位移矢量和电位满足的衔接条件,静电场边值问题的描述,给出场源积分法、镜像法、格林函数法、复变换法和分离变量法等静电场问题的求解方法,推导出静电场能量的表达式,利用虚位移原理推导出电场力的静电场能量法计算方法,最后介绍电能存储元件——电容器与电容的概念和简单设计结构尺寸的方法。

第 4 章是电场和磁场过渡的内容,介绍恒定电流电场的概念、性质和电功率损耗,不同交界面上的衔接条件,利用静电比拟方法通过静电场计算恒定电流电场,介绍工程接地器及其接地电阻和跨步电压的概念和计算方法。

第 5 章从洛伦兹力和安培定律出发分析静磁场的概念和性质、静磁场满足的微积分方程,分析磁介质的磁化行为和磁化介质产生的磁场,从安培观点引入磁化电流概念,而从库仑的观点引入磁荷概念。由此,分别引入矢量磁位和标量磁位,推导出不同磁介质交界面上磁场强度、磁感应强度、矢量磁位和标量磁位满足的衔接条件。通过电流管回路磁通量、分数匝数和磁链的概念,建立起简单介质中导体线圈之间单位电流磁链与电感的关系,从而进一步推导出静磁场能量表达式,利用能量守恒原理与虚位移概念获得磁场力的能量法计算方法,最后利用安培环路定律分析磁路的概念和典型磁路的工程计算方法。

第 6 章在总结静态场的基础上,从法拉第电磁感应定律出发,通过引入位移电流的

概念,建立起麦克斯韦方程组的微分和积分形式,以及介质在电磁场中的本构关系和不同介质交界面上的电磁场量的衔接条件,推导出电磁场的波动方程和电磁能量守恒的坡印亭定理的微分和积分形式。介绍了时谐场的复数分析法和准静态场的分析方法,并导出了电路基本理论中的三大基本定律:欧姆定律、基尔霍夫电流和电压定律,利用坡印亭定理导出了多端口电路系统输入电磁功率与端口电压和电流的关系,分析了涡流场及其损耗的计算方法,最后介绍了磁电子学的基本概念和微磁理论的 LLG 方程,以及电磁能量转换装置,如变压器、旋转电机和直线感应电机。

第 7 章简要介绍均匀平面电磁波的传播特性和极化方式,利用复平面轨迹法推导出任意传播方向均匀平面电磁波的极化方式判断方法,为电磁波在介质中的反射、折射和波导中的传播打下基础。

第 8 章介绍传输线的概念,建立了分布参数模型、电压和电流的波动方程,分析了正弦电源激励下波动方程的解,以及无损耗均匀传输线的传输特性,作为今后学习导行电磁波和电力系统理论分析的基础。

第 9 章介绍超导电性的概念、特性、电磁理论和应用。超导技术是未来应用的新技术,在电气、通信、计算机、医疗和电磁测量等领域都具有广泛的应用,该章主要介绍强电领域的应用,如超导磁极,超导磁悬浮,超导故障电流限制器,超导能量存储、输送和转换装置等。

本书由谢宝昌独立编写。在编写过程中得到上海交通大学教务处、电子信息与电气工程学院的支持。在此,对为本书的写作提供帮助的同事表示深切谢意。另外要感谢家人给予我充足的时间投入这项工作。

由于作者水平有限,书中内容难免存在缺陷和不足之处,欢迎广大读者和专家学者批评指正。

编 者

主要符号说明

符号	名称	量纲符号	量纲名称
A	矢量磁位	Wb/m	韦伯/米
B	磁感应强度矢量	T	特斯拉
	磁通密度矢量	Wb/m^2	韦伯/米 ²
C	电容	F	法拉
D	电位移矢量	C/m^2	库仑/米 ²
E	电场强度矢量	V/m	伏特/米
F	力矢量	N	牛顿
F	磁动势	At	安匝
G	电导	S/m	西门子/米
	格林函数	$1/m$	1/米
H	磁场强度矢量	A/m	安培/米
I	电流	A	安培
J	体电流密度矢量	A/m^2	安培/米 ²
J_s	面电流密度矢量	A/m	安培/米
L	自感	H	亨利
M	磁化强度矢量	A/m	安培/米
M	互感	H	亨利
P	极化强度矢量	C/m^2	库仑/米 ²
Q	电荷量	C	库仑
R	源点到场点的矢径	m	米
R	电阻	Ω	欧姆
R_m	磁阻	$1/H$	1/亨利
S	坡印亭矢量	W/m^2	瓦特/米 ²
S	面积	m^2	米 ²
T	转矩	$N \cdot m$	牛顿·米
T	周期	s	秒
U	电压	V	伏特
W	能量	J	焦耳
X	电抗	Ω	欧姆
Y	导纳	S	西门子
Z	阻抗	Ω	欧姆
Γ	环量		
Φ	磁通量	Wb	韦伯
Λ	磁导	H	亨利
Ψ	磁链	Wb	韦伯

Ω	空间区域	m^n	米 ⁿ ($n=1, 2, 3$)
	立体角	sr	球面度
a	单位矢量		
c	光速	m/s	米/秒
e	电子电荷量	C	库伦
	感应电动势	V	伏特
f	力密度	N/m ⁿ	牛顿/米 ⁿ ($n=2, 3$)
f	频率	Hz	赫兹
i	电流	A	安培
k	波矢量	rad/m	弧度/米
l	路径矢量	m	米
m	磁偶极矩	A · m ²	安培 · 米 ²
p	电偶极矩	C · m	库伦 · 米
q	电荷量	C	库伦
r	场点矢径	m	米
s	源点矢径	m	米
t	时间	s	秒
u	电压	V	伏特
v	波速	m/s	米/秒
w	能量密度	J/m ³	焦耳/米 ³
ϕ	标量电位	V	伏特
ϕ_m	标量磁位	A	安培
α	衰减常数	Np/m	奈培/米
β	相位常数	rad/m	弧度/米
γ	传播常数	rad/m	弧度/米
χ	极化率, 磁化率	l	无量纲
δ	趋肤深度	m	米
	狄拉克 Dirac 函数	m ⁻ⁿ	米 ⁻ⁿ ($n=1, 2, 3$)
ε	介电常数	F/m	法拉/米
ε_{ijk}	Levi Civita 符号		
μ	磁导率	H/m	亨利/米
ρ	体电荷密度	C/m ³	库伦/米 ³
ρ_s	面电荷密度	C/m ²	库伦/米 ²
ρ_l	线电荷密度	C/m	库伦/米
σ	电导率	S/m	西门子/米
ω	角频率	rad/s	弧度/秒
x, y, z	直角坐标	m	米
r, φ, z	圆柱坐标	m, rad, m	米, 弧度, 米
r, θ, φ	圆球坐标	m, rad, rad	米, 弧度, 弧度
u_1, u_2, u_3	一般正交坐标系坐标		
h_1, h_2, h_3	尺度因子		

目 录

前言

主要符号说明

第1章 导论	1	3.11 镜像法	68
1.1 电磁能量概述	1	3.12 格林函数法	84
1.1.1 场与能	1	3.13 复变换法	91
1.1.2 电磁场量	2	3.14 分离变量法	96
1.1.3 电磁单位制	3	3.14.1 直角坐标系中的分离变量法	97
1.1.4 电磁能量	4	3.14.2 圆柱坐标系中的分离变量法	99
1.2 电磁能量的分析方法	6	3.14.3 圆球坐标系中的分离变量法	103
1.3 电磁能量的学习方法	7	3.15 静电能量	106
思考题与习题	8	3.15.1 静电系统能量	106
第2章 矢量分析	9	3.15.2 静电系统电场力	108
2.1 矢量及其代数运算	9	3.16 电容器及其储能	112
2.1.1 正交坐标系	9	思考题与习题	118
2.1.2 矢量代数运算	11	第4章 恒定电流电场	122
2.1.3 空间微元	13	4.1 电流及其密度	122
2.2 标量场的方向导数和梯度	14	4.2 恒定电流电场的特性	125
2.3 矢量场的环量和旋度	16	4.3 恒定电流电场的交界面衔接条件	127
2.4 矢量场的通量和散度	20	4.4 电阻器及其电阻	129
2.5 矢量场的重要性质	23	4.5 静电比拟	132
2.6 矢量场的分类	25	4.6 非均匀介质问题	136
2.7 矢量场的唯一性定理	26	思考题与习题	138
2.8 泊松方程的解	27	第5章 静磁学	140
思考题与习题	28	5.1 洛仑兹力	140
第3章 静电学	30	5.2 安培定律	142
3.1 场源	30	5.3 毕奥-萨伐尔定律与磁感应强度	143
3.2 库仑定律	32	5.4 磁场强度	146
3.3 电场强度	32	5.5 磁位	147
3.4 电位移矢量	38	5.5.1 矢量磁位	147
3.5 标量电位	39	5.5.2 标量磁位	151
3.6 标量电位方程	42	5.6 磁介质特性	152
3.7 电介质材料的极化	43	5.6.1 磁性材料	152
3.8 静电场中的导体	49	5.6.2 磁介质的磁化	153
3.9 静电场的交界面衔接条件	50	5.7 磁化介质产生的磁场	156
3.10 静电场问题求解	56	5.7.1 磁偶极子产生的远场	156
3.10.1 直接积分法	56	5.7.2 磁化介质产生的矢量 磁位与磁化电流	157
3.10.2 高斯定理法	63	5.7.3 磁化介质产生的标量磁位 与磁荷	158
3.10.3 一维泊松方程问题	64	5.8 静磁场交界面衔接条件与边值问题	159

5.8.1 静磁场交界面衔接条件	159	第7章 均匀平面电磁波	244
5.8.2 静磁场边值问题	161	7.1 理想介质中的平面电磁波	244
5.9 电抗器及其电感	166	7.1.1 平面电磁波的传播特性	245
5.10 静磁场能量	169	7.1.2 任意方向传播的平面电磁波	251
5.11 磁场力	173	7.2 有耗介质中的平面电磁波	253
5.12 磁路	175	7.3 平面电磁波的极化	257
5.12.1 铁心磁路	175	7.3.1 沿 z 轴正方向传播的 平面电磁波极化	258
5.12.2 环形螺线管磁路	177	7.3.2 不沿坐标轴方向传播的 平面电磁波极化	261
5.12.3 永磁体磁路	178	思考题与习题	267
5.12.4 复杂磁路	180	第8章 传输线	269
5.13 静磁屏蔽	181	8.1 概述	269
思考题与习题	184	8.2 传输线分布参数模型	270
第6章 时变电磁场	188	8.3 传输线方程	272
6.1 麦克斯韦方程组	188	8.4 无损耗均匀传输线	276
6.1.1 法拉第电磁感应定律	188	思考题与习题	282
6.1.2 高斯定理	194	第9章 超导电磁能量	284
6.1.3 全电流定律	194	9.1 历史回顾	284
6.1.4 磁通连续性原理	195	9.2 超导特性	285
6.1.5 麦克斯韦方程组的微分和 积分形式	196	9.2.1 零电阻现象	285
6.2 材料的本构关系	196	9.2.2 迈斯纳效应	287
6.3 时变场的交界面衔接条件	197	9.2.3 磁通量子化和约瑟夫森效应	291
6.4 时变电磁场的波动性	199	9.2.4 超导临界状态参数	292
6.4.1 电磁场量的波动性	199	9.3 伦敦方程	292
6.4.2 动态位函数的波动性	202	9.3.1 二流体模型	292
6.5 时变电磁场的能量	204	9.3.2 伦敦方程形式	293
6.6 时谐电磁场	207	9.3.3 伦敦方程的应用	295
6.7 准静态电磁场	215	9.4 超导体的应用	298
6.7.1 准静态电磁场的概念	215	9.4.1 超导磁体(SM)	298
6.7.2 准静态电场	215	9.4.2 超导磁浮(SML)	301
6.7.3 准静态磁场	216	9.4.3 超导故障电流限制器 (SFCL)	302
6.7.4 准静态时变电路理论	218	9.4.4 超导能量存储、传输和 转换装置	304
6.7.5 涡流及其损耗	227	思考题与习题	304
6.7.6 电磁屏蔽	229	附录	306
6.8 自旋电子学(Spintronics)	229	附录A 矢量恒等式	306
6.8.1 磁电阻效应	229	附录B 典型圆球面积分	307
6.8.2 自旋转移效应	230	附录C 标量电位与矢量磁位比较	309
6.8.3 自旋累积效应	231	附录D 电偶极子与磁偶极子比较	312
6.8.4 自旋动态模型	231	参考文献	315
6.9 电磁能量转换装置	233		
6.9.1 静止电磁能量转换装置	233		
6.9.2 运动电磁能量转换装置	237		
思考题与习题	241		

第 1 章 导 论

电和磁是自然界的基本物理现象，电场和磁场是无形且不一定可见的物质，但它们充满整个宇宙，也是生命的基础。经典电磁理论的发展已有一个多世纪，它以实验为基础，借助于数学工具将模型描述成偏微分或积分方程。

本章主要概述电磁能量中的场和能，电磁场量，电磁单位制，电磁能量的研究内容、分析和学习方法。

1.1 电磁能量概述

1.1.1 场与能

地球上任何物体都受到地球的引力，处在万有引力场或重力场中，而物体在引力场中具有的能称为重力势能。

阳光照射在地球大气层上使得气温升高，人体感受到太阳光的热量，说明物体同时处在温度场中。温度场具有的能量称为热能。太阳能热水器就是将太阳能转换成热能从而使水温升高的典型范例。

风是流动的空气。空气具有质量密度。风在空间形成流体速度场，速度场具有的能量称为动能。风力发电是将风能转换成风轮旋转的机械能，然后通过驱动发电机产生电能。发电机是利用电磁能量的机械装置。

物质微观结构是由原子组成的，而原子由带正电荷的质子、带负电荷的电子和呈电中性的中子构成，因此原子结构内部有电场，电场具有的能量称为电能。电容器是存储电能的电气元件。

原子内部原子核内集中正电荷，核外电子绕原子核按照不同的轨道运动，而且电子本身又在自旋，具有自旋角动量和轨道角动量，运动电荷产生电流，因此电子存在自旋磁矩和轨道磁矩，原子结构本身还具有磁场，磁场具有的能量称为磁能。电抗器或电感是存储磁能的电气元件。自旋阀与自旋电子器件就是利用了电子自旋磁矩与电流或磁场作用的机理。磁电子学或自旋电子学是一门新兴的学科。

地球本身具有磁性，大气中充满磁场，地球上的物体内部有磁场而且还处在地球磁场中，太阳发出的带电粒子流接近地球磁极时会发生极光现象，光是一种电磁波。

太阳光属于电磁波谱中的一部分，太阳能本身是电磁波的能量。

电力系统中，构成电网的输电线路承载着电压和电流，本身既具有电场又包含磁场，因此电力系统输电线路是输送电磁能量的传输线。

从上述例子中可以发现场是物质的一种存在形式，是与空间和时间有关的函数。如果仅仅是空间和时间的数值函数或标量函数，则称为标量场，如温度场；如果是空间和时间的序列函数或矢量函数，则称为矢量场，如速度场和电磁场。矢量场是既有大小又有方向的函数。本书中矢量符号用斜粗体表示，如矢量 $\mathbf{A}$ 。

如果场函数空间分布不随时间变化，那么这样的场称为**静态场**。当静态场函数不随空间位置变化时，则称为**均匀场**。静态标量场中，函数值相同的空间点集合通常构成曲面，因此称为**等值面**，特殊情况也可以构成一个区域或等值体。

如果场函数空间分布随时间变化，则称为**动态场**或**时变场**。当场函数空间分布随时间按照单一频率正弦规律变化时，则称为**时谐场**。时谐电磁场是电磁波、电视天线发射和接收电磁波、手机发送和接收信息的微波也是电磁波。

矢量场中，若空间曲线上任意点的场矢量与曲线相切，则这样的空间曲线称为该矢量场的**矢量线**。

电磁学是研究静止与运动电荷引起的电和磁现象的学科。电荷包括正电荷（质子、正离子、半导体中的空穴）和负电荷（电子和负离子）。电磁场是空间分布函数，可能随时间变化。电磁场分类如图 1.1 所示，不随时间变化的电磁场称为静态电磁场，随时间变化的电磁场称为时变电磁场。随时间按照正弦规律变化的电磁场称为时谐电磁场，随时间变化但电场与磁场能量相差悬殊的或者空间几何尺度远小于电磁波波长的时变场称为准静态场。随时间变化的电场和磁场是相互激发的，空间形成电磁波。电荷及其运动形成的电流是电磁场的场源。

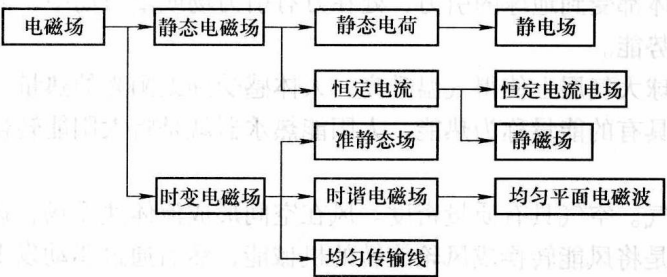


图 1.1 电磁场分类及其关系

能量守恒定律具有普遍性，电磁系统在电磁能量存储、对外做功和与外部电磁能量交换过程中满足能量守恒，即输入系统的能量等于系统内能和电磁能量的增加与系统对外做功之和。系统内能主要是各种损耗产生的热能。能量守恒又表现为瞬时功率守恒，即能量对时间变化率守恒。对于时谐场瞬时功率守恒通常用平均功率守恒来描述。

1.1.2 电磁场量

电磁学中，许多物理量是与空间位置有关的场量，如电场强度 E 、电位移矢量 D 、极化强度 P 、磁感应强度 B 、磁场强度 H 、磁化强度 M 、电流密度 J 、电荷密度 ρ 、电位 ϕ 、标量磁位 ϕ_m 、矢量磁位 A 等。有些电磁场量只有大小没有方向，是标量场，如电位、标量磁位和电荷密度；有些电磁场量不仅有大小而且有方向，是矢量场；有些电磁场量是张量，如非线性、不均匀与各向异性的材料特性参数（介电常数 ϵ 、电导率 σ 和磁导率 μ ）；有些是宏观的物理量，如电磁力 F 、能量 W 、磁通量 Φ 、磁链 Ψ 、磁动势 MMF、电动势 EMF、电流 I 、电荷量 Q 、电感 L 、电容 C 、电导 G 或电阻 R 、磁阻 R_m 等。各物理量在不同形式电磁场中的关系如图 1.2 所示。

电磁场空间介质的特性中，均匀是指材料或介质物理特性（如介电常数 ϵ 、电导率 σ 、磁导率 μ ）不随空间位置变化；否则材料或介质特性是非均匀的。线性是指材料或介质物理

特性表现为场量之间 (D 和 E 、 J 和 E 、 B 和 H) 满足线性关系, 即材料特性参数不随场量大小变化而变化; 否则材料或介质特性是非线性的。各向同性是指材料或介质物理特性不随场量方向变化而变化; 否则材料或介质特性是各向异性的。均匀、线性且各向同性材料或介质的物理特性参数是常数, 本书主要讨论线性、均匀和各向同性材料的电磁特性。分析简单介质中的电磁场问题可以分区域并采用叠加原理。

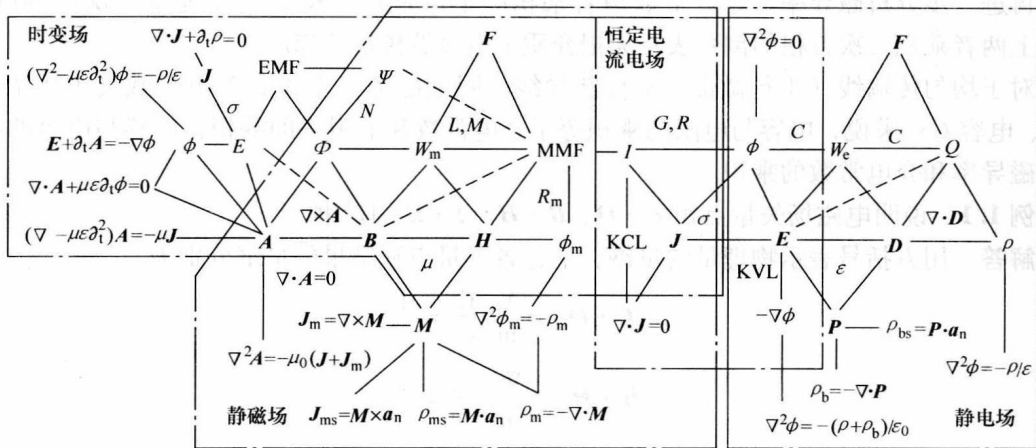


图 1.2 电磁场物理量基本关系

无论是标量还是矢量, 电磁场量与空间坐标和时间有关, 与电荷密度或电流密度及其介质特性之间满足空间和时间坐标的二阶偏微分方程。

当电磁场量沿线路径、曲面或空间区域积分时, 表现出宏观的物理特性, 如电路中的电压和电流、磁路中的磁通和磁动势、空间电荷量等。例如, 电场强度的线积分表现为电位差或电动势、电流密度的曲面积分获得的通量为电流、磁感应强度的曲面积分为磁通量、磁场强度的线积分为磁位降或磁动势、电荷密度的体积分分为该区域内的净电荷量等。

宏观物理量之间的关系与空间介质构成的电路或磁路参数相联系, 如导体两端电压与电流之比为电阻、两个导体上电荷量 (等量异号) 与电压之比为电容、线圈上磁通与匝数乘积为磁链、磁链与电流之比为电感等。

因此, 分析微观的场量是研究空间分布与时间变化的规律, 电磁场量空间累积的宏观效应是研究电路、磁路和电磁器件的物理特性和规律。

1.1.3 电磁单位制

电磁学中物理量很多, 不同参考书籍采用的符号和单位可能不尽相同。本书统一采用国际单位制 (SI), 量纲以质量单位千克、长度单位米和时间单位秒为基础。同一物理量可能具有不同的量纲表示, 如磁感应强度的单位特斯拉, 也可表示为韦伯/米², 因此磁感应强度也称为磁通密度或磁密。反过来, 同一量纲可能对应不同的物理量, 如面电流密度与磁场强度矢量的量纲相同, 面电荷密度与电位移矢量的量纲也相同, 能量体密度与单位面积力矢量的量纲一致。

利用量纲分析建立物理量之间的联系是电磁理论教学过程中非常重要的内容。如能量体密度的单位是焦耳/米³, 也可以表示为牛顿/米², 而后者又与单位面积上的力相联系。事实

上, 电磁场中能量体密度与介质表面单位面积上的电磁力是紧密联系的。

又如磁导率的单位是亨利/米, 介电常数的单位是法拉/米, 前者与单位长度电感相联系, 后者与单位长度电容相关, 平行传输线分布参数与两者紧密相关。磁导率与介电常数之比相当于电感和电容之比, 进一步相当于电抗与容抗的乘积, 因此单位是欧姆二次方, 事实上两者之比的二次方根就是无损介质中电磁波的特征阻抗参数。

再进一步分析磁导率与介电常数两者乘积的单位是秒²/米², 它是速度二次方的倒数, 事实上两者乘积二次方根的倒数表示无损介质中电磁波传播的速度。

对于均匀传输线(平行微带、平行圆导线、同轴电缆)单位长度电参数(电阻 R 、电感 L 、电容 C)来说, 电容与电阻的乘积等于介电常数和电阻率的乘积, 电感与电容的乘积等于磁导率和介电常数的乘积。

例 1.1 说明电磁场矢量点积 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$ 、 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ 的量纲。

解答 用方括号表示物理量的量纲, 上述各矢量点积结果的量纲分别为

$$[\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}] = \frac{\text{V}}{\text{m}} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$[\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}] = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$[\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}] = \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \frac{\text{V}}{\text{m}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

前两个矢量点积的量纲为能量体密度 (J/m^3), 最后一个为功率体密度 (W/m^3)。

例 1.2 说明坡印亭矢量 $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 的量纲。

解答 坡印亭矢量表示单位面积功率流的大小和方向, 根据电场强度和磁场强度量纲, 有

$$[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] = \frac{\text{V}}{\text{m}} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

电场强度 $\mathbf{E}$ 与磁场强度 $\mathbf{H}$ 矢量积的量纲为功率面密度 (W/m^2), 方向为功率流动方向。

1.1.4 电磁能量

电磁能量主要研究电磁场及其能量的形式、存储元件和有效利用。现实生活中, 电磁能量存在如何产生、输送、存储、利用和转化等问题。能量形式包括静态电场储能、静态磁场储能、时变电场储能、时变磁场储能、时变电磁场能量, 以及恒定电流电场能量损耗和时变电磁场中介质损耗。电场储能元件主要是电容器, 磁场储能元件主要是电抗器, 损耗元件主要是电阻器, 而电容器、电抗器和电阻器的电容、电感和电阻仅仅是它们的主要特性, 每一种元件也可能同时具备电容、电感和电阻三种行为。现代储能元件中, 超级电容器、超导线圈储能属于物理储能中的电磁能量; 飞轮储能、压缩空气储能属于物理储能中的机械能; 蓄电池储能则属于化学储能。此外, 光是一种特殊的电磁波, 光电子器件也属于电磁能量研究的内容之一。

在电磁理论中, 有两种电场, 即电荷产生的静电场和时变磁场产生的感应电场或旋涡电场。电磁场量满足的方程是成对的, 分别为高斯散度定理的微分和积分形式, 或者斯托克斯定理的微分和积分形式。电磁能量守恒的微观和宏观形式是坡印亭定理的微分和积分形式。

例如, 真空中电荷产生电场, 通过任意闭合曲面的电场强度通量正比于该闭合曲面包含的净电荷量, 而电场强度的散度表示与电荷密度成正比, 数学描述为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{a}_n dS = q/\varepsilon_0 \quad (1-1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0 \quad (1-1b)$$

式 (1-1a) 中各符号的意义说明如下：①积分符号 $\int$ 表示累加；②积分下标符号 S 表示有向曲面积分；③积分符号上的小圆圈表示闭合有向曲面积分；④被积函数是电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 的有向曲面积分；⑤矢量 $\mathbf{E}$ 与有向曲面单位法矢量 $\mathbf{a}_n$ 的标量积（小圆点 $\cdot$ ）的曲面积分；⑥曲面单元 dS 的单位法矢量 $\mathbf{a}_n$ ；⑦标量积表示矢量 $\mathbf{E}$ 在曲面面元上的法向分量；⑧曲面上的面元 dS ；⑨积分的结果是矢量 $\mathbf{E}$ 在曲面上的通量，等于曲面包含的电荷量 q 与真空介电常数 ε_0 之比。

由于闭合曲面的任意性，根据散度概念可以得到微分形式，即式 (1-1b)，电场强度的散度 $\nabla \cdot \mathbf{E}$ 等于电荷体密度 ρ 与真空介电常数 ε_0 之比。

与电场中正、负电荷可分离不同，磁场的南北磁极是不能分离的，通过任何闭合曲面上的磁通量均等于零。磁感应强度 $\mathbf{B}$ 满足

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_n dS = 0 \quad (1-2a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-2b)$$

式 (1-2) 说明磁感应强度矢量线是闭合曲线，磁通是连续的，即磁通连续性原理。

法拉第电磁感应定律认为通过一个曲面的时变磁通量在任意边界路径上感应电动势，时变的磁场产生旋涡的电场。时变电磁场满足电磁耦合相互激发关系式，即

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{a}_n dS \quad (1-3a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-3b)$$

式 (1-3) 说明旋涡电场的场源是时变磁场，无磁场或静态磁场空间的电场强度是无旋的。积分公式中的闭合回路是静止的，空间任意闭合曲线，与介质无关。

安培-麦克斯韦定律表明真空中通过一个曲面的电流和电通量的时间变化率将产生围绕曲面的旋涡磁场。磁感应强度的环量和旋度与场源（电流或电流密度）的关系为

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{a}_n dS \right) \quad (1-4a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-4b)$$

式 (1-4) 说明旋涡磁场的场源是电流，包括传导电流、运流电流和时变电场引起的位移电流，无电流区域的静态磁场是无旋的。更重要的是，即使没有场源的空间，时变电场可以激发时变磁场，时变磁场也可以激发时变电场。

时变电场和时变磁场相互耦合且相互激发特性形成时变电磁场，产生空间传播的电磁波。电磁波的传播不需要任何介质，它与水波、声波必须借助介质传播是不同的。

上述四对电磁量的积分和微分关系是经典电磁理论基础，描述了电磁场的宏观与微观特性。宏观特性在电路和磁路中得到广泛应用；微观特性用于表征电磁场空间分布和时间变化规律，但与纯数学意义上的空间点概念不同，因为电子和原子核都具有一定体积，而电磁场分析电荷分布与电荷产生的电流形成的电磁特性，所以电磁场的空间点是具有一定大小的，或者说是这一小空间电磁场量的统计规律，而不考虑量子效应。在物理意义上，电磁场微分

方程研究的空间只能称为介观空间而非微观空间。

这里列举的电磁场量的数学表达式,说明电磁场量同时满足宏观积分方程形式和微观偏微分方程形式,这些电磁关系将在第3章开始的章节中详细分析和推导,而矢量分析内容将在第2章中进行介绍。

1.2 电磁能量的分析方法

电磁能量是以电磁场为核心,因此以电磁矢量分析为基础,分析问题和求解时为简化矢量场计算常引入标量位函数或矢量位函数。从而需要采用标量函数的梯度、矢量函数的散度和旋度,来研究场的性质。对于旋度为零的无旋矢量场可以引入标量位,散度为零的无散矢量场可以引入矢量位,从而建立位函数与电磁场量的关系以及位函数与场源的关系。场源有微观的密度函数(电荷密度、电流密度)和宏观的电量函数(电荷量、电流),因此,电磁场量方程有微观的微分和宏观的积分两种形式。位函数主要关心微观的泊松方程或拉普拉斯方程及其解的形式。

值得注意的是,经典电磁场运动规律是微观尺度的统计规律,微观尺度比原子尺寸大得多,比如几十纳米到数微米尺度,不是量子范畴的原子尺度,更不是数学意义上的点,但是沿用了数学中的微分或偏微分概念和符号。

在推导电磁场方程时,采用回顾历史实践总结的归纳法,即从特殊到一般的方法,逐步形成统一的电磁场理论,即经典麦克斯韦方程组。

在获得电磁场方程后,需要进一步分析宏观实现世界的应用或遵循的基本规律,如电路基本定律,磁路基本定律,集中参数模型和分布参数模型的前提条件,静态场、准静态场和时变场的交界面衔接条件,传输的功率和能量等,以便抓住事物本质应用于工程实际问题,避免掉入精确数学模型的泥沼。

电磁能量存储在充满电磁场的整个空间,即电磁能量密度与电磁场量有关,但电磁场是由场源产生的,电磁能量既可以通过场量表示的能量体密度空间积分,也可以通过场源与位函数的数乘(电荷体密度与电位)或标量积(电流密度与矢量磁位)的空间体积分计算。电阻器是消耗电能的元件,电容器是存储电能的元件,而电抗器是存储磁能的元件,同轴电缆或输电线既存储电能和磁能又输送电磁能量,但电磁能量是通过导体外部的电介质传输的,导体起引导电磁能量传输的作用。

在具体问题求解过程中,可以采取的方法主要有:

对于简单问题,采用积分法求解解析表达式,直接求解微分方程获得解析解,通过分离变量法、复变函数保角变换法(仅适用于二维场)、利用矢量场唯一性定理的镜像法以及正弦稳态的复数相量法获得解析解。通常积分法必须已知场源空间分布,或者先通过假设场源分布再求解,然后确定满足条件的实际场源分布情况。格林函数法求解必须已知区域内场源分布与边界上位函数分布。

对于复杂问题,若无法获得解析解,可以做近似假设,以简化问题,再利用简单问题的求解思路获得解析解;不能简化的,通常需要利用数值计算方法,如差分法、矩量法、有限元法和边界元法等。

无论哪种方法,引入合适的位函数是不可缺少的手段。无旋场引入标量位的负梯度场,无散场引入矢量位的旋度场,或者时变场中同时引入两者联合求解。时变场中,采用时步法

进行数值计算，每一时间步长，都要经过若干次迭代，满足精度后才进入下一时间段计算。

1.3 电磁能量的学习方法

尽管电磁理论研究已经历了一个多世纪，基本理论已经成熟并得到广泛应用，但计算机等新技术的发展，以及研究领域的扩展，促进了电磁能量理论研究的发展，并产生了许多新的学科领域，如计算电磁学、磁电子学、生物电磁学、环境电磁学和电磁兼容等；出现了各种新的技术，如通信、导航和遥感等；发展了新的材料，如超导、非晶合金和石墨烯等；研制了新的器件，如光电子器件、大功率电力电子器件、超级电容器、同轴电缆和超导变压器等，以及各种机电能量转换装置，如静电电机、超导电机等。因此，电磁能量是电类专业学生必修的一门技术基础课。

电磁能量的学习应做到如下7个“必须”：

1) 必须掌握基本的数学基础。矢量分析不仅建立了标量场与矢量场之间的联系（标量场的梯度和矢量场的散度），而且建立了矢量场与矢量场之间的联系（矢量场的旋度），更是通过梯度、散度和旋度概念，建立起 n 维空间和 $n+1$ 维空间积分之间的关系，以及矢量场与其散度源和旋涡源的场源关系，这隐含了电磁场量方程必定是微分和积分成对出现。梯度的旋度、旋度的散度都恒等于零的性质，为求解矢量场提供了引入位函数的重要依据，而不同的正交坐标系只是为了分析问题简便，并不改变电磁场量的本质特性。

2) 必须从基本的库仑实验、安培实验和法拉第实验的结果出发，掌握由特殊到一般的归纳法，即空间场源由点、线、面到体的推广过程。在数学上由求和变为线、面和体积分形式，而场源积分公式中都包含有无界空间的格林函数或其梯度形式，而且格林函数的拉普拉斯算子运算结果为狄拉克函数（ δ 函数），积分公式其实是空间场源分布函数与格林函数的空间卷积形式。

3) 必须掌握矢量场唯一性定理，即利用已知问题的求解结果对未知问题进行求解，前提是保证求解区域内位函数或场量方程一致，区域边界条件一致，由此可以将一个问题的求解推广到一类问题的求解，如均匀极化介质圆球问题及其同类圆球问题。镜像法和分离变量法就是利用矢量场唯一性定理的基本方法。格林函数法是对特殊几何结构问题通过选择合理的格林函数（镜像法为基础），并利用格林定理积分公式求解电磁问题的方法，尤其适用于拉普拉斯方程且给定边界位函数的问题求解。复变换法仅仅适用于二维平面场，它是利用场矢量线与等位线的正交性，将复杂的二维几何图形变换成简单而且解已知的几何图形，再通过反变换获得原来问题的解。

4) 必须掌握模拟类比的方法，将物理模型转换成数学模型后，对数学模型建立的方程求解，已经脱离了实际物理含义。因此，只要数学方程相同，就可以采用一样的方法求解。但必须注意的是求解的结果必须符合物理模型的含义。静电场和恒定电流电场通常采用静电比拟的方法，通过求解相同电位函数的静电场问题获得恒定电流电场问题的解。磁路和电路的类比，将电路网络和方程的求解方法用于磁路问题的求解。此外，磁荷与电荷的模拟，即标量磁位问题用标量电位形式求解。由此，可以得出静电场问题求解是电磁能量问题求解的基础，其中的数学方法可以应用于其他电磁问题求解。

5) 必须区分静态和动态，但对于动态电磁问题必须抓住问题的主要特征，对于低频时谐电磁问题，通常采用准静态场的处理方法，而不刻意去追求完美的动态过程，突出动态解

的主要部分，而忽略次要部分，如电力系统输电线电磁问题。

6) 必须联系工程实际，将电磁理论应用于解决工程电磁问题，不仅需要建立工程电磁物理模型，而且需要做适当的假设形成可以求解的问题。电路和磁路问题就是应用积分形式的麦克斯韦方程组，利用不同介质交界面衔接条件来求解。而对于复杂几何形状的电磁能量问题，或无法采用解析法求解的问题，可以利用计算机技术通过数值计算方法求解，如有限元法、差分法和矩量法等。

不同电磁理论的基础是不同的。经典电磁理论中，导体内电流密度与电场强度满足欧姆定律的微分形式；在超导体中，电流密度与电场强度不满足欧姆定律的微分形式；经典电磁理论中，磁化强度是统计量，其动态过程与外部磁场动态是一致的；微磁理论中，磁化强度虽然也是统计量，但其动态过程与温度和外磁场有关，也与其自身的稳定性有关，即使外磁场恒定，自身没有达到稳定状态前仍然处在动态过程中。

7) 必须通过实验测量和分析，并与理论模型计算结果相比较，这样既可以深入理解基本理论，又能体会到实验装置的原理与理想模型的实现存在的模型偏差，如磁通球、电磁悬浮等。在实验条件限制的条件下，通过计算机数字模拟，也可以有效地分析和理解电磁能量的理论，比如两个高压金属圆球之间的电场分布、偏心同轴电缆电介质中的电场分布等。

思考题与习题

1. 什么是场？
2. 标量场与矢量场的区别是什么？
3. 静态场与动态场的区别是什么？