GAOZHONG WULI AOSAI JIANGYI

高中物理奥赛讲义

（第三分册）

◆ 曹晓彬 主编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

高中物理奥赛讲义

（第三分册）

◎主　编　曹晓彬

◎副主编　沈祖荣　郁建石　曹晓彬

杨　靖　常　亮

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中物理奥赛讲义. 第三分册/曹晓彬主编. —杭州：浙江大学出版社，2008. 3
ISBN 978-7-308-05826-1

Ⅰ. 高… Ⅱ. 曹… Ⅲ. 物理课—高中—教学参考资料
Ⅳ. G634. 73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 021620 号

高中物理奥赛讲义(第三分册)

曹晓彬 主编

责任编辑 杨晓鸣 李建国(特邀)
封面设计 刘依群
出版发行 浙江大学出版社
(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)
(E-mail：zupress@mail. hz. zj. cn)
(网址：http://www. zjupress. com
http://www. press. zju. edu. cn)
电话：0571－88925592，88273066(传真)
排　　版 杭州大漠照排印刷有限公司
印　　刷 德清县第二印刷厂
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 16. 25
字　　数 385 千
版 印 次 2008 年 3 月第 1 版 2008 年 5 月第 2 次印刷
印　　数 8001—13000
书　　号 ISBN 978-7-308-05826-1
定　　价 24. 00 元

编 写 说 明

高中物理奥林匹克竞赛已经开展了20多年，中国代表队在国际比赛中连年获得了骄人的成绩，极大鼓舞了广大参与物理竞赛的学生的学习兴趣。当然，要在国际竞赛中取得优异成绩，不仅需要教师有效指导、学生刻苦钻研，还需要一套好的辅导资料。我们本着为中学生物理竞赛做一点有益事情的宗旨，特邀请江苏、浙江、上海等地的国家物理奥林匹克竞赛的高级和一级教练，共同编写了一套“高中物理奥赛讲义”丛书，包括力学、光学、电学和原子物理学等内容，共三个分册。

丛书以例题讲解为主，精选了历年来世界各地优秀的竞赛试题。选取的原则是典型性，即试题要有代表性，能举一反三；指导性，即解决问题的方法对学生具有指导价值，能以不变应万变；新颖性，即选取的试题的物理背景或表现形式鲜活，给学生耳目一新的感觉；普适性，即内容要适合不同层次的学生，对参与不同层次的竞赛活动都有指导作用。其次，在选取试题时充分考虑覆盖面，力求做到面面俱到，为学生训练提供丰富的素材。再次，在试题编排上，按照从易到难、循序渐进的原则来安排内容，使学生容易接受，并在学习的过程逐步提高解决和分析问题的能力。

限于我们的水平，书中一定有不少缺陷，请读者提出宝贵的意见，以便今后修订、再版时改正。

编者

2008年江苏木渎

目录

第一章　分子动理论　热和功 …… 1

第二章　气体的性质 …… 18

第三章　液体、固体的性质及物态变化 …… 73

第四章　光的直进、反射、折射、全反射及面镜成像 …… 102

第五章　透镜、组合光学系统及光学仪器 …… 140

第六章　光的波动性 …… 175

第七章　光的粒子性 …… 203

第八章　原子物理 …… 214

第九章　原子核物理 …… 225

第十章　相对论初步和黑洞 …… 239

第一章　分子动理论　热和功

1. 已知金刚石的密度是 $3.5\times10^{3}\,\mathrm{kg/m^{3}}$. 有一小块金刚石，体积是 $5.7\times10^{-8}\,\mathrm{m^{3}}$，这小块金刚石中含有多少个碳原子？设想金刚石中碳原子是紧密的堆在一起的，估算碳原子的直径.

解　设这块金刚石的质量为 m，$m=\rho V=3.5\times10^{3}\times5.7\times10^{-8}=2.0\times10^{-4}\,\mathrm{kg}$，$m$ 质量的碳原子的摩尔数为 $n=\dfrac{2.0\times10^{-4}}{12\times10^{-3}}=1.7\times10^{-2}\,\mathrm{mol}$，这小块金刚石所含的碳原子个数为 $1.7\times10^{-2}\times6.02\times10^{23}=1.0\times10^{22}$ 个，一个碳原子的体积为 $V_{分}=\dfrac{5.7\times10^{-8}}{1.0\times10^{22}}=5.7\times10^{-30}\,\mathrm{m^{3}}$，把金刚石中的碳原子看成球体，由球的体积公式，可得出 $d=\sqrt[3]{\dfrac{6V}{\pi}}=\sqrt[3]{\dfrac{6\times5.7\times10^{-30}}{3.14}}=2.2\times10^{-10}\,\mathrm{m^{3}}$.

2. 估算在室温下，真空度达到 $1.3\times10^{-6}\,\mathrm{Pa}$ 时，容器内空气分子间的平均距离（取1位有效数字即可）.

解　用理想气体状态方程 $p\cdot V=\dfrac{n}{N_{A}}\cdot RT$，平均每个分子所占有的空间为 $V_{分}=\dfrac{V}{n}=\dfrac{RT}{p\cdot N_{A}}$. 式中 p 为压强，V 为气体体积，n 为总的分子数，N_{A} 为阿伏伽德罗常数，R 为摩尔气体常量，T 为热力学温度. 这样，可估算分子间平均距离约为

$$d=\sqrt[3]{\frac{V}{n}}=\sqrt[3]{\frac{RT}{p\cdot N_{A}}},$$

将 p、R、N_{A} 的值代入，取 $T=300\,\mathrm{K}$，可得

$$d\approx1\times10^{-5}\,\mathrm{m}.$$

3. 气体分子的直径约为 $2\times10^{-10}\,\mathrm{m}$，试估算标准状况下邻近气体分子间的平均距离 l 与分子直径 d 的比值（取两位有效数字）.

附：$c=3.0\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$，质子的质量 $m_{p}=1.7\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，$R=8.3\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$，$N_{A}=6.0\times10^{23}/\mathrm{mol}$.

解　在标准状况下 1mol 气体体积 $V=22.4\times10^{-3}\,\mathrm{m^{3}}$，每个分子平均占有的体积为 $V_{分}=\dfrac{V}{N_{A}}$，所以邻近分子间平均距离为 $l=\sqrt[3]{\left(\dfrac{V}{N_{A}}\right)}$，用 d 表示分子的直径，则分子间的平均距离 l 与分子直径 d 之比为 $\dfrac{l}{d}=\dfrac{\sqrt[3]{\left(\dfrac{V}{N_{A}}\right)}}{d}=17$.

4. 铜由一系列立方晶胞组成，原子位于晶胞各个角点和面心. 铜的密度是 $8.96\times10^{3}\,\mathrm{kg/m^{3}}$，而铜原子的质量是63.5原子单位，试计算铜的立方晶胞的边长.

解　每一立方晶胞内含有原子数为

$$8\times\frac{1}{8}+6\times\frac{1}{2}=4(\text{个}).$$

设晶胞的边长为 a，一摩尔铜的体积 $V=\dfrac{1}{4}N_{0}a^{3}$，N_{0} 为阿伏伽德罗常数.

铜的密度为 ρ，$\rho=\dfrac{M}{V}$，M 为铜的摩尔质量.

得到　$a^{3}=\dfrac{4M}{N_{0}\rho}$,

$$a=\sqrt[3]{\frac{4M}{N_{0}\rho}}=3.61\times10^{-10}(\mathrm{m}).$$

5. 如图 1－1 所示，食盐(NaCl)的晶体是由钠离子(图中的白色圆点表示)和氯离子(图中的黑色圆点表示)组成的，离子键两两垂直且键长相等. 已知食盐的摩尔质量为 58.5×10^{-3} kg/mol，密度为 2.2×10^{3} kg/m^{3}，阿伏伽德罗常数为 6.0×10^{23} mol^{-1}，求食盐晶体中两个距离最近的钠离子中心之间的距离.

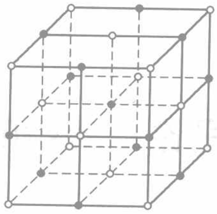

图 1－1

解 题意所求即图中任意一个小立方块的边长(设为 a)的$\sqrt{2}$倍，所以求 a 成为本题的焦点. 由于一摩尔的氯化钠含有 N_A 个氯化钠分子，事实上也含有 $2N_A$ 个钠离子(或氯离子)，所以每个钠离子占据空间为 $V=\frac{V_{mol}}{2N_A}$，而由图不难看出，一个离子占据的空间就是小立方体的体积 a^3，即 $a^3=\frac{V_{mol}}{2N_A}=\frac{M_{mol}/\rho}{2N_A}$，最后邻近钠离子之间的距离 $l=\sqrt{2}a=3.97\times10^{-10}$ m.

6. 用放大倍数为 600 倍的显微镜观察布朗运动. 估计放大后的小颗粒(碳)体积为 0.1×10^{-9} m^{3}，碳的密度是 2.25×10^{3} kg/m^{3}，摩尔质量是 1.2×10^{-2} kg/mol，阿伏伽德罗常数为 6.0×10^{23}/mol，则该小碳粒含分子数约为多少个？(取一位有效数字)

解 设小颗粒边长为 a，放大 600 倍后，则其体积为 $(600a)^3=0.1\times10^{-9}$ m^{3}，所以小颗粒的实际体积

$$V=a^3=\frac{0.1\times10^{-9}}{(600)^3}=\frac{10^{-16}}{216}\ (\mathrm{m}^3),$$

则颗粒实际质量为

$$m=\rho V=\frac{2.25\times10^{3}\times10^{-16}}{216}\mathrm{kg}$$
$$=\frac{25}{24}\times10^{-15}\mathrm{kg}.$$

摩尔数 $n=\frac{m}{M}$，所以小颗粒所含分子数

$$N=nN_A=\frac{\frac{25}{24}\times10^{-15}}{1.2\times10^{-2}}\times6.0\times10^{23}$$
$$=5\times10^{6}(\text{个}).$$

7. 有质量相同，温度相同的氢气和氧气，以下说法中正确的是 ( )

A. 它们的分子数相同

B. 它们的内能相同

C. 它们的平均速率相同

D. 它们的分子平均动能相同

解 氢气和氧气的摩尔质量是不同的，因此相同质量的氢气和氧气的摩尔数不同，它们的分子数目一定是不相同的.

内能是所有分子热运动和分子间的势能的总和. 如果认为氢、氧气体分子之间在不发生碰撞时的作用力可以忽略，分子间势能可认为是零. 因此内能仅仅是所有分子热运动动能的总和，温度相同只代表分子的平均动能相同. 由于氢、氧的分子数目也不同，所以分子的热运动动能总和不同，所以氢、氧气的内能不相同.

分子的热运动的平均动能是 $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$，根据温度的微观意义可知：$\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$，因此，分子热运动的平均速率(严格地称为大量分子无规则运动速率平方的平均值的平方根，简称方均根速率)$\sqrt{\overline{v^2}}$，因为 $k=\frac{R}{N_A}$，所以 $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{N_Am}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$，式中 M 为摩尔质量，显然相同温度的氢气和氧气分子的方均根速率是不同的. 故本题应选 D.

8. 一个密闭容器内盛有水(未满)，处于平衡状态. 已知水在 14℃ 时的饱和蒸气压为 12.0mmHg. 设水蒸气分子碰到水面时都变成水，气体分子的平均速率与气体的热力学温度的平方根成正比，试近似计算在 100℃ 和 14℃ 时，单位时间内通过单位面积水面的蒸发变成水蒸气分子之比 n_{100}/n_{14} 等于多少？(取一位有效数字即可)

解 因为处于热平衡状态，水面上的蒸汽是饱和汽，所以单位时间内水变为水蒸气的分子数等于由水蒸气变为水的分子数．设用 n 表示单位时间内碰到水面单位面积上的水蒸气分子数，n_0 表示单位体积内的水蒸气分子数，$\bar{v}$表示其平均速率，则有 $n \propto n_0 \bar{v}$(1)，由于我们只要求取一位有效数字，所以水蒸气在平衡状态时各参量之间的关系可以近似地用理想气体状态方程来处理．因此，在热力学温度为 T 和 T'时，分别有 $n_0=\frac{pN_A}{RT}$ 和 $n_0'=\frac{p'N_A}{RT'}$．式中 N_A 为阿伏伽德罗常数，R 为摩尔气体常量．可见 $n \propto \frac{p}{T}$(2)，将(2)式和题中已知的 $\bar{v} \propto \sqrt{T}$ 代入(1)式中可得 $n \propto \frac{p}{\sqrt{T}}$(3)，因而

$\frac{n_{100}}{n_{14}}=\frac{\frac{p_{100}}{\sqrt{373}}}{\frac{p_{14}}{\sqrt{287}}}$(4)．因为 $p_{100}=1.01\times10^5\,\mathrm{Pa}$，且已知 $p_{14}=1.6\times10^3\,\mathrm{Pa}$，代入(4)式可得 $\frac{n_{100}}{n_{14}}\approx 55$．

9． 用 r 表示两个分子之间的距离，当 $r=r_0$ 时两个分子间斥力等于引力．用 E_p 表示两个分子之间相互作用的势能，设两个分子相距很远时，$E_p=0$，下列说法正确的是(　　)

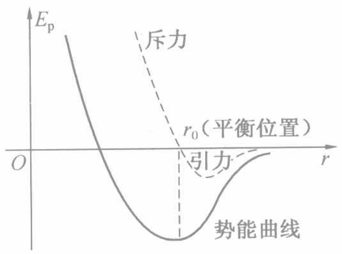

图 1－2

A．当 $r>r_0$ 时，E_p 随 r 的增大而增大
B．当 $r<r_0$ 时，E_p 随 r 的减小而增大
C．当 $r<r_0$ 时，E_p 不随 r 的变化而变化
D．当 $r=r_0$ 时，$E_p=0$

解 分子间同时存在着引力和斥力，当两个分子间距离 $r>r_0$（平衡位置）时分子间的引力显著，分子间的作用力的总和显示为吸引力；当分子间的距离 $r<r_0$ 时，分子间作用力显示为斥力．分子间作用力的性质（斥力或引力）和作用力的大小随 r 而改变，如图中虚线所示．由于分子间作用力为保守力，分子间存在着相互作用的势能．分子从无限远处相互靠近过程（一直保持 $r>r_0$）分子引力做正功，分子势能减小．因选定无穷远处为 $E_p=0$ 点，所以分子间距离 $r>r_0$ 的范围内分子势能都是负值．当分子间距从 r_0 向更小间距移动时，分子斥力显著，而且斥力做负功，分子间的势能要增大，如图中实线所示是分子势能 E_p 与 r 之间的关系曲线．

值得注意的是，$r=r_0$ 分子的平衡位置处，分子间作用力是零，而对应着分子间相互作用势能 E_p 不是零而是极小值，是曲线的最低点．分子间距离从 r_0 略有增大或减小时，分子势能同样的都要增大，但不一定 $E_p>0$．

10． 在地面附近，气体分子都要受到地球的吸引力，但气体分子为什么不都掉在地面上？

解 放置在地面上的物体受到地球的吸引力，又受到地面的支持力而平衡．地面附近的气体分子也受到地球的吸引力而下落，但在下落过程中十分频繁地和其他分子相撞而又获得向上运动的速度，因而不能掉在地面上．

11． 如图 1－3 所示，分子束的横截面积为 S，分子数密度为 n，其中分子以相同的速度 v 垂直射向容器壁，则容器壁上单位时间受到多少分子的撞击？分子撞击时对器壁产生的压强多大？(已知分子质量均为 m，假设分子与器壁的碰撞是弹性的)

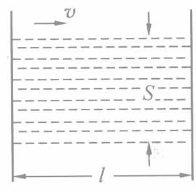

图 1－3

解 假设在 Δt 时间内分子束上长度为 l 内(见图)的分子均可击中器壁，则 $l=v\Delta t$，分子数 $N=nSl$．

在单位时间内击中器壁的分子数为

$$\frac{N}{\Delta t}=nSv.$$

由于分子与器壁发生弹性碰撞,每个分子对器壁的冲量等于其动量改变量 $2mv$,Δt 时间内器壁受到总冲量的大小 $I=N\cdot 2mv=2nSl\cdot mv$.

分子束对器壁的冲力的大小

$$F=\frac{I}{\Delta t}=\frac{2nSlmv}{\Delta t}=2nSmv^2,$$

压强 $p=\dfrac{F}{S}=2nmv^2(=4nE_k)$.

12. 如果白银原子具有动能 $E=10^{-17}$J,对器壁产生的压强为 $p=0.1$Pa. 试问:器壁的白银覆盖层的厚度将以多大速率增长?白银的原子质量 $A=108$,它的密度 $\rho=10.5\text{g/cm}^3$.

解 在单位时间内落在器壁单位面积上的白银质量 $M_\tau=mN_\tau=\rho d_\tau$,由此 $d_\tau=\dfrac{mN_\tau}{\rho}$,式中 N_τ 是单位时间内落在器壁单位面积上的粒子数目. 对壁的压强 $p=mvN_\tau$,而 $v=\sqrt{\dfrac{2E}{m}}$. 于是,$mN_\tau=p\sqrt{\dfrac{m}{2E}}=p\sqrt{\dfrac{A}{2EN_A}}$. 对于在单位时间内增长层的厚度,有 $d_\tau=\left(\dfrac{p}{\rho}\right)\sqrt{\dfrac{A}{2EN_A}}=9\times10^{-3}$cm/s,式中 N_A 是阿伏伽德罗常数.

13. 如果在一固定容器内,理想气体分子速度提高为原来的 2 倍时,那么,它的温度和压强为原来的多少倍?

解 对于理想气体来说,如果用绝对温标 T 表示它的温度,那么气体的温度是大量分子平均平动动能的量度,有 $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\dfrac{3}{2}kT$(式中波尔兹曼常数 $k=\dfrac{R}{N_A}=1.38\times10^{-23}$J/K). 可见绝对温度 T 与气体分子速度 v 平方的平均成正比,所以当气体分子速度提高为原来的两倍时,温度 T 提高为原来的 4 倍. 又由气体对器壁的压强公式 $p=\dfrac{2}{3}n\left(\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$($n$ 表示单位体积内气体分子数),当气体体积不变时,n 是一定值,所以当气体分子速度提高为原来的两倍时,气体的压强也提高为原来的 4 倍.

14. 在一个被抽空到压强为 p_1 的容器底上钻一个小孔,假定外部大气压为 p_0,空气的密度为 ρ,则空气以多大的速率开始冲进容器?

解 解法一 将刚冲入容器的气体分成无穷多个薄片,每层厚 $\Delta l(\Delta l\to0)$,如图 1-4 所示. 对各层气体运用动能定理得

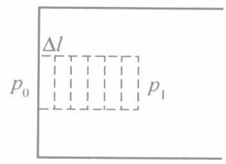

图 1-4

$$(p_0-p_1)\Delta l=\frac{1}{2}mv_1^2,$$

$$(p_1-p_2)\Delta l=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

……

$$(p_{n-1}-p_1)\Delta l=\frac{1}{2}mv_n^2-\frac{1}{2}mv_{n-1}^2,$$

各式相加得 $(p_0-p_1)S\Delta l=\dfrac{1}{2}(\rho S\Delta l)v_n^2$.

$$v_n=\sqrt{\frac{2(p_0-p_1)}{\rho}}.$$

解法二 对薄层气体利用动量定理得

$$(p_0-p_1)S\Delta t=\rho Sdv,$$

而
$$\Delta t=\frac{d}{\frac{1}{2}v},$$

得
$$v=\sqrt{\frac{2(p_0-p_1)}{\rho}}.$$

15. 试计算 10g 氦气在 1 个标准大气压,温度为 0℃ 时的内能是多少?

解 在通常温度和压强下的气体,分子之间的相互作用力很小,只有分子相互碰撞时,才产生相互作用力. 因此 1 个大气压,0℃ 的氦气的内能只考虑所有分子无规则运动的动能.

根据气体温度的微观意义又得出气体分子无规则运动的平均动能的公式，$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}m\bar{v}^2=\frac{3}{2}kT$，每个氦原子的平均动能 $\bar{\varepsilon}$，有 $\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T=\frac{3}{2}\times\frac{8.31}{6.02\times10^{23}}\times273=5.65\times10^{-21}$J. 由于氦是单原子分子，不考虑分子的转动的动能和振动的动能. 氦原子的原子量为 4，因此 10g 氦的摩尔数 $\nu=\frac{10}{4}=2.5$.

10g 氦在 0℃ 的内能 E 可以认为分子的平均动能之总和. $E=\nu N_A\bar{\varepsilon}=2.5\times6.02\times10^{23}\times5.65\times10^{-21}=8.5\times10^3$J.

16. 图 1－5 中 A 管是真空的，横截面积为 S_1，广口容器 B 的横截面积为 S_2（$S_2\gg S_1$）. 开始时，B 中水银面恰好与活栓 D 相平，打开阀门 D 后，A 管中水银面上升高度为 H，B 中水银面下降 Δh（$\Delta h\ll H$）. 已知水银密度为 ρ，系统保持温度不变，则该过程中系统向外放出多少热量？

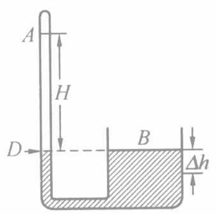

图 1－5

解　在题述过程中，气体的内能保持不变，左侧水银势能增加 $\rho S_1Hg\cdot\frac{H}{2}$，右侧水银势能减少 $\frac{1}{2}\rho S_2g\Delta h^2$，大气压力做功

$$W=p_0S_2\cdot\Delta h=\rho g(H+\Delta h)S_2\cdot\Delta h.$$

由热力学第一定律得

$$Q_{放}=\rho g(H+\Delta h)S_2\Delta h+\frac{1}{2}\rho S_1gH^2-\frac{1}{2}\rho S_2g\Delta h^2.$$

而　　$S_2\Delta h=S_1H$，

故 $Q_{放}=\frac{1}{2}\rho S_1gH^2+\rho gS_1H\Delta h+\frac{1}{2}\rho S_2g\Delta h^2=\frac{1}{2}\rho gS_1H^2.$

17. 求在常温下质量 $m_1=3.0$g 的水蒸气与质量 $m_2=3.0$g 的氢气的混合气体的定容比热容（即气体体积一定时，单位质量的气体温度每升高 1K 所吸收的热量）.

解　由 $\Delta Q=mC_V\Delta T$ 得

$$C_V(m_1+m_2)\Delta T=n_1C_{V_1}\Delta T+n_2C_{V_2}\Delta T$$

其中 $n_1=\frac{1}{6}$mol，$n_2=1.5$mol，$C_{V_1}=\frac{6}{2}R$，$C_{V_2}=\frac{5}{2}R$，代入上式得

$$C_V=5.88\times10^3\text{J/(kg}\cdot\text{K)}.$$

18. 质量为 M 的铅块固定在地面不动，质量为 m 的铅弹以一定的速度水平方向穿入铅块并留在其中，它们的温度升高 12℃. 若把铅块置于光滑的地面上，同样的铅弹以相同的速度水平射入铅块并停留其中，它们的温度升高为 11℃. 假定两次过程热量的损失忽略不计，子弹在铅块中运动阻力不变. 试计算第一次和第二次铅弹水平射入铅块的深度之比.

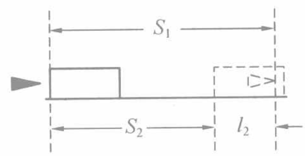

图 1－6

解　第一次子弹穿入固定在地面的铅块，摩擦阻力做功使机械能转为内能，这过程中内能的增量，可以等效为吸收外界热量造成的温度升高. 因此，子弹与铅块组成的系统摩擦阻力做功的绝对值 $W=fl_1$，相当于吸收热量 $Q=C(M+m)\Delta t_1$　①，l_1 是子弹穿入铅块的深度，C 为铅的比热，Δt_1 是系统升高的温度的数值.

第二次是子弹水平穿入放在光滑水平面上的铅块. 如图 1－6 所示，子弹射入铅块最后与铅块一起运动，这过程子弹的移动距离是 S_1，铅块移动的距离为 S_2，子弹进入铅块的深度为 l_2，子弹与铅块系统损失的机械能等于系统内能的增加量. 而这一过程中系统损失的机

械能,即摩擦力乘以相对位移,$W_f = fl_2$ ②,因此有,$fl_2 = C(M+m)\Delta t_2$ (2),由①、②两式,得子弹两次穿入铅块打入深度之比是 12∶11.其中第二次深度小的原因是子弹的机械能不是全部转化为内能,子弹与铅块最终还有一定数量的动能.

19. 有两个相同的容器,一个盛有氦气(单原子,原子质量数为 4),另一个盛有氩气(单原子,原子质量数为 40),它们的压强都是 1 个大气压,温度都等于室温.当将 5J 的热量传递给氦气,氦气就升高了一定的温度.如果要使氩气升高同样的温度,应该传递给氩气多少热量?

解 对于每一摩尔单原子的气体来说,内能的表示式为 $E_0 = \frac{3}{2}RT$.由于氦气与氩气的体积相同,温度相同,摩尔数相同,所以升高同样的温度所增加的内能也相同,而与其他条件无关,所以氩气要升高同样的温度时,也应该同样传递 5J 的热量.

20. 水蒸气分解成同温度的氢气和氧气,内能增加百分之几?

解 设当时温度为 T,水蒸气分解成同温度的氢气和氧气,内能增加

$$\frac{2\times\frac{5}{2}RT+\frac{5}{2}RT-2\times\frac{6}{2}RT}{2\times\frac{6}{2}RT}\times 100\% = 25\%.$$

21. 已知:如果街上温度为 -20℃,那么房间里温度为 $+20$℃,如果街上温度为 -40℃,那么房间里温度为 $+10$℃,求房间里暖气管的温度 T.

解 设第一种、第二种情况下街上和房间里的温度分别为 T_{Y1}、T_{Y2} 和 T_{K1}、T_{K2}.在房间里暖气管散射的热功率等于 $K_1(T-T_K)$,式中 K_1 是某一个系数.从房间耗散到街上的热功率等于 $K_2(T_K-T_Y)$,式中 K_2 是另一个系数.

在热平衡条件下,暖气管散射的热功率等于从房间散射到街上的热功率,即

$$K_1(T-T_{K1}) = K_2(T_{K1}-T_{Y1}),$$
$$K_1(T-T_{K2}) = K_2(T_{K2}-T_{Y2}).$$

将上两式相除得

$$\frac{T-T_{K1}}{T-T_{K2}} = \frac{T_{K1}-T_{Y1}}{T_{K2}-T_{Y2}},$$

即
$$T = \frac{T_{K2}T_{Y1}-T_{K1}T_{Y2}}{T_{K2}+T_{Y1}-T_{Y2}-T_{K1}} = 60℃.$$

22. 容积均为 $V = 4$L、高度均为 $H = 40$cm 的两个同质料的热水瓶,其中一个是圆形截面,另一个是方形截面.在室温为 0℃ 时,两只瓶中均灌满 100℃ 的水,经过一段时间后,圆筒形瓶内的水温降为 95℃,问:另一瓶内的水温降到了多少度?(圆形和方形水瓶的面积可表示为 $S_1 = \frac{2V}{H} + 2\sqrt{\pi HV}$、$S_2 = \frac{2V}{H} + 4\sqrt{HV}$.式中 V 为水瓶的体积,H 为水瓶的高度)

解 设导热系数为 α,瓶面积为 S,室温为 T_0,沸水温度为 T,当圆瓶中水温降为 T_1 时,方瓶中水温降为 T_2,瓶中水的质量为 m,水的比热容为 c,圆瓶中的水温由 T 降至 T_1 时所经过的时间为 t,则

对于圆瓶 $cm(T-T_1) = \alpha S_1 t(T-T_0)$,

对于方瓶 $cm(T-T_2) = \alpha S_2 t(T-T_0)$.

两式相除得

$$\frac{T-T_1}{T-T_2} = \frac{S_1}{S_2}.$$

由数学知识易得

$$S_1 = \frac{2V}{H} + 2\sqrt{\pi HV},\ S_2 = \frac{2V}{H} + 4\sqrt{HV}.$$

代入上式化简并代入数据后得

$$T_2 = 367.4\text{K},$$

即降为 94.4℃.

23. 冬天,一个大房间要维持恒定的温度 $T_{室} = +15$℃ 需要集中供热型装置的三只散热器串联起来供热(注入散热器的是热水),如图 1-7 所示.同时,第一只散热器的温度 $T_1 = +80$℃,第三只散热器的温度 $T_3 = +30$℃,

试问：第二只散热器的温度 T_2 为多少？（假设散热器跟房间之间的热交换和热水与散热器之间的热交换一样，跟两者的温度差成正比）

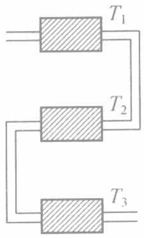

图 1－7

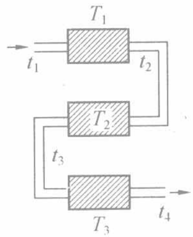

图 1－8

解　假设热水在散热器的进口和出口处的温度如图 1－8 所注. 每只散热器的进口处的水温只取决于散热本身的温度及其出口处水的温度. "水——散热器"与"散热器——房间"的热流的相等是平衡的条件.

以房间温度 $T_{室}$ 为参考点来计算所有的温度. 假设使所有的温度改变为原来的 a 倍，那么对每只散热器的两个方面的热流也改变同样的倍数，则平衡不致被破坏. 这意味着，对于三只散热器，其在进口处的温度与散热器温度之比是一样的，即

$$\frac{t_1-T_{室}}{T_1-T_{室}}=\frac{t_2-T_{室}}{T_2-T_{室}}=\frac{t_3-T_{室}}{T_3-T_{室}}.$$

散热器在进口处的温度与出口处的温度之比是一样的，所以

$$\frac{t_1-T_{室}}{t_2-T_{室}}=\frac{t_2-T_{室}}{t_3-T_{室}}=\frac{t_3-T_{室}}{t_4-T_{室}}.$$

由此得到 $(T_1-T_{室})(T_3-T_{室})=(T_2-T_{室})^2$，$T_2=46.2℃$.

24. 设有一块由不同厚度 L_1 和 L_2 以及不同热导率 k_1 与 k_2 的两层物质所构成的复合板. 假定它两个外表面的温度为 T_2 与 T_1，如图 1－9 所示. 试求在热流达到稳定状态时，通过这一复合板的热量迁移率.

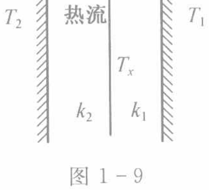

图 1－9

分析　所谓热量迁移率就是单位时间内迁移的热量，它与温度梯度（本题中沿垂直于板的方向单位距离温度的变化值）成正比，以及与垂直于传导方向的传导面积 A 成正比，即

$$H=kA\,\frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

式中：H 为热量迁移率，k 为热导率，不同材料有不同的值.

解　令 T_x 为两种物质分界面处的温度，则

$$H_2=k_2A\,\frac{T_2-T_x}{L_2},\qquad ①$$

$$H_1=k_1A\,\frac{T_x-T_1}{L_1}.\qquad ②$$

热流达到稳定时，$H_2=H_1=H$，得到 $\dfrac{k_2(T_2-T_x)}{L_2}=\dfrac{k_1(T_x-T_1)}{L_1}$.

解得　T_x 为 $T_x=\dfrac{L_1k_2T_2+L_2k_1T_1}{L_1k_2+L_2k_1}$.

所以　$$H=\frac{k_2A}{L_2}\left(T_2-\frac{L_1k_2T_2+L_2k_1T_1}{L_1k_2+L_2k_1}\right)=\frac{A(T_2-T_1)}{L_1/k_1+L_2/k_2}.$$

如果是由多层不同物质串联而成的板，有 $H=\dfrac{A(T_2-T_1)}{\sum(L_i/k_i)}$.

25. 两个相同的轻金属容器里装有同样质量的水，一个重球挂在不导热的细线上，放入其中一个容器内，使球心位于容器内水的体积中心. 球的质量等于水的质量，球的密度比水的密度大得多，两个容器加热到水的沸点，再冷却. 已知：放有球的容器冷却到室温所需时间为未放球的容器冷却到室温所需时间的 k 倍，试求制作球的物质的比热容与水的比热容之比 $\dfrac{c_{球}}{c_{水}}$.

解　在单位时间内通过本系统（容器—水，容器—水—球）与周围介质的接触面所散失的热量 $q=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ 与温度差有关：$\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}=\alpha f(T_{容}-T)$，式中 t 是时间，$T_{容}$ 是容器的温

度，T 是周围介质的温度，f 是温度的某个函数，系数 α 由本系统与周围介质的接触条件决定. 在本情况中对于两容器来说接触条件相同，所以对于两容器 α 系数相同. 一个容器散失热量 ΔQ 致使容器的温度降低了 $\Delta T_{容}$. 对于装有水的容器有

$$\Delta Q_1 = (M_{水} c_{水} + m_{容} c_{容})\Delta T_{容}.$$

式中：$M_{水}$ 和 $c_{水}$ 分别是水的质量和比热容，$m_{容}$ 和 $c_{容}$ 是容器的质量和比热容.

对于装有水和球的容器有

$$\Delta Q_2 = (M_{水} c_{水} + m_{球} c_{球})\Delta T_{容}.$$

式中 $m_{球}$ 和 $c_{球}$ 分别是球的质量和比热容. 按照题意 $m_{容} < M_{水}$，$m_{球} = M_{水}$. 此外 $c_{容} < c_{水}$，所以可以列出

$$\Delta Q_1 = M_{水} c_{水} \Delta T_{容},$$

$$\Delta Q_2 = M_{水}(c_{水} + c_{球})\Delta T_{容}.$$

不难看出，在两个容器里发生温度变化 ΔT_c 的时间 Δt_1 和 Δt_2 是不同的，并且 $\dfrac{\Delta T_{容}}{f(T_{容} - T)} = \dfrac{\alpha \Delta t_1}{M_{水} c_{水}}$，$\dfrac{\Delta T_{容}}{f(T_{容} - T)} = \dfrac{\alpha \Delta t_2}{M_{水}(c_{水} + c_{球})}$，由此得到 $\dfrac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \dfrac{c_{水}}{c_{水} + c_{球}}$. 所以对于两个容器总冷却时间 t_1 和 t_2 将满足关系式：$\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{c_{水} + c_{球}}{c_{水}} = k$，由此得到 $\dfrac{c_{球}}{c_{水}} = k - 1$.

26. 第一次试管里注入温度为 20℃ 的水，将试管底部浸入温度为 80℃ 的大量水中，试管内的水经过时间 t_1 被加热到 80℃. 第二次试管里注入温度为 80℃ 的水，试管底部浸入温度为 20℃ 的大量水中，试管内的水经过时间 t_2 冷却到 20℃. 试问：哪一次时间长？是 t_1 还是 t_2？

解 在第一种情况下，试管内的水基本上依靠对流进行热交换，因为热水比冷水较轻. 在第二种情况下，仅依靠试管内各水层之间热交换进行冷却，因为试管同管外的水之间热交换的条件是同样的，所以 $t_1 < t_2$.

27. “液流量计”是用来测量液体的比热容的. 当液体以给定的速率流过量热计时，将热量以给定的速率加到液体中去. 再将液流的入口处和出口处所产生的温度差测量出来，就可以计算液体的比热容.

一液体的密度为 0.85g/cm^3，该液体以 $8.0\text{cm}^3/\text{s}$ 的流率(单位时间内的流量)流过量热计. 利用一个 250W 的电热线圈对该液体加热. 在热流稳定时，入口处和出口处之间的温度差为 15℃. 试求该液体的比热容.

解 所讨论的液体单位时间内流过量热计的流量为

$$v = 8.0\text{cm}^3/\text{s}.$$

单位时间内流过量热计的质量为 $v\rho$，其中 ρ 为液体密度. 由入口处流入到出口处流出，提高的温度为

$$\Delta T = T_2 - T_1,$$

式中：T_2、T_1 分别为出口处、入口处温度.

因此单位时间内，液流带走的热量为

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = v\rho \cdot c\Delta T.$$

如果没有其他热量损耗，电热线圈的功率应该等于液体单位时间带走的热量

$$P = v\rho c\Delta T,$$

$$c = \frac{P}{v\rho\Delta T} = 2450\text{J/(kg·K)}.$$

28. 在地面上做一个简单的试验，可以估算出太阳辐射的功率，即太阳每秒辐射出的能量. 这个实验是这样的：

取一个不高的横截面积是 3dm^2 的圆筒，筒内装有水 0.6kg. 在太阳光垂直照射 2min 后，测得水温升高了 1℃.

已知射到大气顶层的太阳只有 45% 到达地面，另外 55% 被大气吸收和反射，未到达地面. 你能由此估算出太阳辐射的功率吗？还需要一些什么数据为已知量？

解 与太阳光垂直的 $S = 3\text{dm}^2$ 的水面吸收太阳的能量为 Q，$Q = Cm\Delta t$，C 为水的比热，$C = 4.18\times10^3\text{J/(kg·℃)}$. 太阳能在圆筒的水面上每秒钟吸收的能量(即吸收功率) $P_0 = \dfrac{Q}{T}$，其中 $T = 2\text{min}$，这样 $P = \dfrac{Cm\Delta t}{T} =$

$\dfrac{4.18\times10^3\times0.6\times1}{120}=21(\text{W})$.

以太阳为中心，地球绕太阳公转半径 r 所成的一个圆球面的内表面，每秒钟内吸收的太阳能即是太阳辐射的功率 P_0，$P_0=\dfrac{4\pi r^2}{S}\times P\times\dfrac{1}{0.45}$，其中 $S=3\text{dm}^2$，故求太阳辐射功率，还需找出地球绕太阳公转轨道的半径 r，$r=1.5\times10^{11}\text{m}$，代入数据后，$P_0=4.4\times10^{26}\text{W}$. 即太阳每秒辐射出的能量为 $4.4\times10^{26}\text{W}$.

29. 取一个不高的横截面积是 3dm^2 的圆筒，筒内装水 0.6kg，在阳光垂直照射下，经 2min 温度升高 1℃. 若把太阳看成黑体，已知太阳半径和地球到太阳的距离分别为 $R=7\times10^8\text{m}$ 和 $d=1.5\times10^{11}\text{m}$，并考虑到阳光传播过程中的损失，地球大气层的吸收和散射，水所能吸收的太阳能仅是太阳辐射能的一半，试估算太阳表面的温度.（已知斯忒藩常数 $\sigma=5.67\times10^{-8}\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$）

解　由斯忒藩公式可知，要估算太阳表面温度，就应先求得太阳表面每单位面积向外辐射电磁波的功率. 而题目所提供的水被晒热的实验可以求得地面上所获得太阳辐射功率，再从距离关系求得太阳单位面积辐射功率.

筒内水所吸收热量 $Q=cm\Delta t$.　①

每平方米水面吸收热功率 $J'=\dfrac{Q}{St}$.　②

单位面积上的热功率与距离平方成反比

$$\frac{J'}{J}=\frac{R^2}{d^2}.\qquad ③$$

斯忒藩公式 $J=\sigma T^4$.　④

由①、②、③、④各式得 $T=\sqrt[4]{\dfrac{cm\Delta td^2}{\sigma StR^2}}$

$\doteq 6\times10^3\text{K}$

30. 计算一颗太空中人造卫星的温度. 卫星的主体假设是直径为 1m 的球，而且卫星主体各处温度均匀一致，卫星处于地球附近的太空中，但不在地球的阴影中. 已知太阳表面温度 $T_S=6000\text{K}$，太阳半径 $R_S=6.96\times10^8\text{m}$，太阳至地球距离 $l=1.5\times10^{11}\text{m}$. 当卫星在阳光中升达某一温度时，卫星的辐射功率等于从太阳的吸收功率. 利用斯忒藩—波尔兹曼定律

$$P=\sigma T^4,$$

普适常数 $\sigma=5.67\times10^{-8}\text{W}/m^2\text{T}^4$，求出卫星的热平衡温度 T.（假设太阳和卫星都近似为黑体）

解　太阳全表面的黑体辐射功率为 $4\pi R_S^2P=4\pi R_S^2\sigma T_S^4$.

卫星与太阳的距离可以近似取为地球与太阳的距离 l. 对太阳而言，半径为 l 球面上单位面积辐射流的功率为

$$4\pi R_S^2\sigma T_S^4/4\pi l^2=\sigma T_S^4R_S^2/l^2.$$

于是，卫星吸收的功率为 $\pi r^2\sigma T_S^4R_S^2/l^2$，其中 $r=0.5\text{m}$ 为卫星半径.

而卫星自身表面的黑体辐射功率为 $4\pi r^2\sigma T^4$，其中 T 为待求的卫星的温度.

利用热平衡条件，有

$$\pi r^2\sigma T_S^4R_S^2/l^2=4\pi r^2\sigma T^4.$$

得到卫星的温度 $T=\sqrt{\dfrac{R_S}{2l}}T_S=289(\text{K})$.

31. 两个黑体性平面互相平行，一个处于恒定的高温 T_h，另一个处于恒定的低温 T_l，平面之间为真空. 为减少由于热辐射形成的热流，在两个平面之间放置一组由两块相互绝热的黑体薄板组成的热障，这两块薄板平行于黑体平面，如图 1－10 所示. 求放置热障后稳定的热辐射能流与放置热障前稳定的热辐射能流间的比值 ζ.（略去因表面有限线造成的边缘效应）

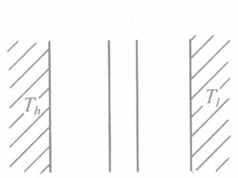

图 1－10

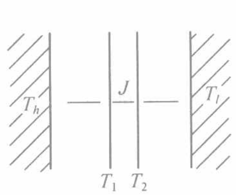

图 1－11

解　放置热障后达热平衡时的温度和热流分布如图 1－11 所示，应有

$$J=\sigma(T_h^4-T_1^4),$$
$$J=\sigma(T_1^4-T_2^4),$$
$$J=\sigma(T_2^4-T_l^4),$$

式中：J 为热辐射能流密度，σ 为比例常量.

三式相加得

$$3J=\sigma(T_h^4-T_l^4)=J_0,$$

其中：J_0 为放置热障前达平衡时的热辐射流密度.

最后，可得所求比值为 $\zeta=\dfrac{J}{J_0}=\dfrac{1}{3}$.

32. 球形宇宙飞船沿圆周轨道绕太阳飞行. 如果太阳表面和飞船表面单位面积辐射的能量与它们绝对温度的四次方成正比，求飞船的温度. 飞船上航天员看见太阳的角度为 $30'$，太阳表面的温度取 6000K.

解　当热平衡时，飞船温度不变，船在单位时间内从太阳获取的能量等于在此单位时间内船自身辐射在周围空气的能量，即

$$E_{放}=E_{吸}.$$

船辐射能量与船表面积 $S_{船}=4\pi R_{船}^2$（$R_{船}$ 为船的半径）和温度 $T_{船}$ 的四次方成正比，即

$$E_{放}=kS_{船}T_{船}^4=4k\pi R_{船}^2T_{船}^4,$$

式中：k 为比例系数，对飞船和对太阳相同.

现在确定飞船从太阳获取的能量. 从太阳单位面积辐射能量等于 $kT_{太}^4$，整个太阳辐射能量 $E_{太}=4k\pi R_{太}^2T_{太}^4$，它向各个方向均匀传播.

飞船至太阳距离为 l，这能量从表面积 $S=4\pi l^2$ 的球面发出. 通过此球面单位面积的能量等于 $\dfrac{E_{太}}{S}$. 飞船横截面积等于 $\pi R_{船}^2$，所以落在飞船上能量

$$E_{吸}=\frac{E_{太}}{S}\pi R_{船}^2=\frac{E_{太}}{4\pi l^2}\pi R_{船}^2=k\frac{\pi R_{太}^2R_{船}^2}{l^2}T_{太}^4.$$

由于航天员从角 $\alpha=30'$ 看太阳，此角小，

所以　$$\frac{\alpha}{2}=\frac{R_{太}}{l},$$

故　$$E_{吸}=\frac{k\pi R_{船}^2\alpha^2T_{太}^4}{4}.$$

于是，使飞船辐射能量与吸收能量相等，列出

$$4k\pi R_{船}^2T_{船}^4=\frac{k\pi R_{船}^2\alpha^2T_{太}^4}{4},$$

由此　$$T_{船}=\frac{T_{太}}{2}\sqrt{\alpha}\approx 280\text{K}.$$

我们得出飞船温度与其半径无关，仅决定角 α. 此角等于从地球见太阳的角度. 所以宇宙飞船温度原来与巨大"宇宙飞船"——地球的温度在数量级上一致.

33. 把质量为 m 的物质投入同样质量的水中，该物质具有以下性质：

(1) 在水中溶解时，每 1kg 物质吸收能量为 λ，并且 $\dfrac{\lambda}{c}=200\text{K}$，式中 c 为物质的比热容，它等于水的比热容且在溶解时不变.

(2) 物质在水中浓度为 α，它定义为溶解物质的质量与溶剂质量之比：$\alpha=\dfrac{m_{物}}{m_{溶}}$，它在本溶液里与温度有关（见图 1－12 上 $\alpha(t℃)$ 图像）.

物质初温为 200℃，水的初温为 0℃，求溶液的稳定温度 t 和末浓度 α. 热损失和蒸发不计.

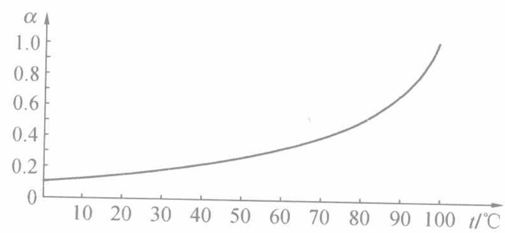

图 1－12

解　根据能量守恒定律可知

$$Q=Q_1+Q_2.$$

Q 为耗费在物质溶解中的热量，Q_1 为在水升温时吸收的热量（取 $Q_1<0$），Q_2 为在物质变冷时释放的热量.

$$Q=\lambda m_{物溶于水}=\lambda m_{溶剂}\alpha=\lambda m\alpha,$$

$$Q_1=cm_{水}(t_1-t)=cm(t_1-t),$$

$$Q_2=cm_{物}(t_2-t)=cm(t_2-t),$$

$$\lambda\alpha m=cm(t_1-t)+cm(t_2-t),$$

$$\alpha = \frac{c}{\lambda}(t_1 + t_2 - 2t). \qquad ①$$

关系 $\alpha(t)$ 是直线方程：$\alpha(0℃) = 1$，$\alpha(100℃) = 0$.

方程①采用图像法解（图 1 - 13）：$t_A \approx 65℃$，$\alpha_A \approx 0.35$.

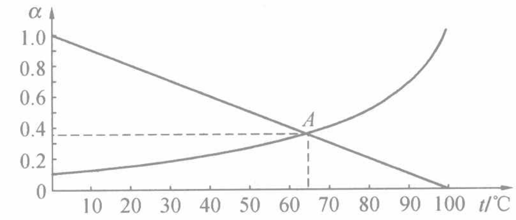

图 1 - 13

34. 正方形截面的高直容器被隔板分成三个部分（图 1 - 14）. 大间里装有温度为 +65℃ 的热汤，两小间分别装有温度为 +35℃ 的糖果汁和温度为 +20℃ 的凉饮料，它们的高度相同. 容器外壁绝热性良好，内隔板的厚度相同且由同一种导热性不太好的材料制作. 经过一段时间，汤的温度降低 1 度. 可以认为所有这些液体实质上是一种水. 试确定在这段时间内其余两小间里液体的温度变化多少. 容器里清凉饮料质量与糖果汁相同，容器里汤的质量是前者的两倍.

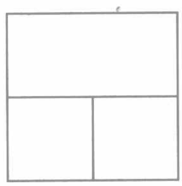

图 1 - 14

解　如果器壁很薄且容器质量并不大于液体质量，并且金属比热容比水小得多（一般说来条件中未提供此物质比热容可以不考虑它），所以计算时我们忽略容器的热容量. 单位时间通过隔板释放热量与接触面积以及隔板两侧温度差成正比. 各液体之间接触面积相同，所以可以列出从汤传导到糖水果汁的热量

$$Q_1 = k(65° - 35°),$$

从汤传导到凉饮料的热量

$$Q_2 = k(65° - 20°),$$

从糖水果汁传导给凉饮料的热量

$$Q_3 = k(35° - 20°).$$

式中 k 为比例常数. 于是汤失去热量

$$Q_1 + Q_2 = k \cdot 75°,$$

糖水果汁获得热量

$$Q_1 - Q_3 = k \cdot 15°,$$

凉饮料获得热量

$$Q_2 + Q_3 = k \cdot 60°.$$

考虑到汤的质量比其他大一倍，获得热量同释放热量相等，求出糖水果汁温度的增量：

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1 \times 15 \times 2}{75} = 0.4℃,$$

清凉饮料的温度增量：

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta t_1 \times 60 \times 2}{75} = 1.6℃.$$

式中 $\Delta t_1 = 1℃$ 为汤降低的温度.

我们建立了简化热传递模型，虽有误差但不大. 在热交换过程中主要是液体温度的变化.

35. 鱼缸里养殖热带鱼，必须要保持水温 $T_h = 25℃$，为此采用功率 $P_0 = 100\text{W}$ 的电热器. 鱼缸里养殖冷带鱼，水温应是 $T_c = 12℃$. 为了确保低温条件，通过浸入鱼缸里热交换器——长铜管——放入温度 $T_1 = 8℃$ 的自来水. 热交换器的效率高，使从管中流出的水与鱼缸里的水处于热平衡.

假设鱼缸与周围介质之间热交换功率与它们之间的温度差成正比，求为保持指定水温所需的最少的水消耗量 $K(= \Delta m/\Delta t)$. 室温 $T_0 = 20℃$，水的比热容 $c = 4200\text{J/(kg} \cdot \text{K)}$.

如果要在鱼缸里养殖适宜水温 $T'_c = 16℃$ 的鱼，答案有何不同？

解　在热带鱼的缸里从加热器获得的能量归根到底消耗在周围介质中，这时热平衡条件为

$$P_0 = \alpha(T_h - T_0),$$

式中：α 是热交换功率的比例系数.

养冷带鱼的缸的热平衡方程为

$$P_1 = \alpha(T_0 - T_c).$$

用 P_1 表示周围空气加热缸里水的功率，输水管水应该输出同样的功率，即

$$P_1 \Delta t = c\Delta m(T_c - T_1),$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P_1}{c(T_c - T_1)}.$$

由于 $$\frac{P_1}{P_0} = \frac{(T_0 - T_c)}{(T_h - T_0)},$$

所以 $$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P_0(T_0 - T_c)}{c(T_c - T_1)(T_h - T_0)},$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \approx 9.5\text{g/s}.$$

在第二种情况中

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P_0(T_0 - T_c')}{c(T_c' - T_1)(T_h - T_0)} \approx 2.4\text{g/s}.$$

可见，养殖指定温度 16℃ 的鱼用水要节省$\frac{3}{4}$.

36. 一位学生做实验，把盛水容器放在开水炉上，把炉接到电源上，每 3min 记录一次水温. 这次实验数据如表 1 所示. 然后他冷却水，把一块小金属试样放入容器里，又进行测量. 这次实验结果如表 2 所示. 试根据这些数据确定试样的热容量. 电源电压 $U = 35\text{V}$，通过开水炉电流 $I = 0.2\text{A}$，室温 $t_0 = 20℃$.

表 1　(t℃)

25.2	26.4	27.6	28.7	29.7	30.6	31.5	32.3	33.1

表 2　(t℃)

22.6	23.8	25.0	26.0	27.0	28.0	28.9	29.8	30.6

解　从表中可知，水温与时间不是线性关系. 因此，必须考虑室内散热，散热同容器与室内温差成正比. 在这种情况下，热平衡方程为

$$c \cdot \Delta t = P\Delta\tau - \alpha(t - t_0) \cdot \Delta\tau.$$

式中：c 为容器及其所含全部物体的热容量，t 为容器温度，τ 为时间，$P = IU$ 为开水炉的电功率，α 为比例系数.

由于在此方程中有两个未知量 c 和 α，因而要选取两个不同温度 t 值(t_1 和 t_2)，求它们附近的数值 $k_1 = \left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_1$ 和 $k_2 = \left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_2$. 现在列出两个方程

$$ck_1 = P - \alpha(t_1 - t_0),$$
$$ck_2 = P - \alpha(t_2 - t_0).$$

由此求出

$$c = P\frac{(t_2 - t_0) - (t_1 - t_0)}{k_1(t_2 - t_0) - k_2(t_1 - t_0)}.$$

将表 1 中数据代入此式，求得盛水容器的热容量

$$c_1 \approx 770\text{J/K}.$$

利用表 2，求得装有试样容器的热容量

$$c_2 \approx 890\text{J/K}.$$

试样的热容量

$$c = c_2 - c_1 \approx 120\text{J/K}.$$

因为 c_1 与 c_2 两量差别较小，故测定是不精确的，计算时准许结果有较大的差别：100～130J/K.

37. 在野外施工中，需要使质量 $m = 4.20\text{kg}$ 的铝合金构件升温. 除了保温瓶中尚存有温度 $t = 90.0℃$ 的 1.200kg 的热水外，无其他热源，试提出一个操作方案，能利用这些热水使构件从温度 $t_0 = 10.0℃$ 升温到 66.0℃ 以上(含 66.0℃)，并通过计算验证你的方案. 已知铝合金的比热容 $c = 0.880 \times 10^3\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot ℃)^{-1}$，水的比热容 $c_0 = 4.20 \times 10^3\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot ℃)^{-1}$，不计向周围环境散失的热量.

解　(1) 操作方案：将保温瓶中 $t = 90.0℃$ 的热水分若干次倒出来. 第一次先倒出一部分，与温度为 $t_0 = 10.0℃$ 的构件充分接触，并达到热平衡，构件温度已升高到 t_1，将这部分温度为 t_1 的水倒掉. 再从保温瓶倒出一部分热水，再次与温度为 t_1 的构件充分接触，并达到热平衡，此时构件温度已升高到 t_2，再将这些温度为 t_2 的水倒掉. 然后再从保温瓶倒出一部分热水来使温度为 t_2 的构件升