通信工程师用
卷积与傅里叶变换

〔英〕R. D. A. 莫里斯 著

高志伟 译

科 学 出 版 社

1 9 8 1

内 容 简 介

本书论述了卷积过程的基本概念，以通信工程中实际应用的大量实例，对卷积与傅里叶变换进行了对比．第一章至第七章主要围绕卷积的基本原理，介绍一些基本的统计知识和方法．第八章和第九章介绍傅里叶积分和傅里叶变换的基本原理和某些规则．第十章是全书的重点，阐述了卷积和傅里叶变换在广播与电视中的应用．第十一章至第十三章介绍卷积相除和平方根法．第十四章简要论述了不同于卷积的相关过程．书中还补充了大量附录，供读者查找有关数据和计算方法．

本书可供广播与电信工程技术人员以及从事雷达、水声、地震勘探等领域数字信号处理工作的工程技术人员参考，也适合于大专院校师生作为通信工程教材之用．

R. D. A. Maurice

CONVOLUTION AND FOURIER TRANSFORMS FOR COMMUNICATIONS ENGINEERS

Pentech Press Limited, 1976

通信工程师用

卷积与傅里叶变换

〔英〕R. D. A. 莫里斯 著

高志伟 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1981年1月第一版　开本：787×1092 1/32

1981年1月第一次印刷　印张：8 1/8

印数：0001—3,580　字数：181,000

统一书号：15031·323

本社书号：1995·15—7

定价：1.25 元

译　者　序

近代数学的进展，在工程技术上得到越来越广泛的应用．随着科学技术的不断发展，特别是电子数字计算机诞生以来，许多纯数学的理论和方法，得以在工程技术中迅速推广，对国民经济各部门起着推动作用．

在傅里叶级数的基础上长期发展形成的傅里叶分析，近年来已经成为电学、热力学、无线电通信、水声工程、地震勘探等领域不可缺少的重要工具．傅里叶分析又常常要采用各种类型的卷积运算．与傅里叶变换一样，卷积运算在通信工程中也越来越占据着重要的地位，例如在编码技术中，在序列译码和门限译码的基础上发展起来的卷积码，就因其对提高通信系统效率的潜力而受到重视．所谓卷积码，乃是因为在编码过程中输入信息元与生成元进行卷积运算而得名．1965年，两位美国人首次在数字计算机上实现快速傅里叶变换，短短十多年来，卷积和傅里叶变换在工程技术中的应用取得了飞跃发展，各种专用硬件正在微处理机和高速乘法器的基础上不断涌现，前景可观．

国外从六十年代以来，发表了大量关于卷积和傅里叶变换在通信工程和语言分析加工等方面应用的论文和专著．本书乃是1976年英国专为广播与电讯工程师出版的一本教科书．本书作者R. D. A. 莫里斯博士从1939年以来就长期从事广播工程方面的工作，现任英国广播公司助理总工程师，本书就是根据作者的长期工作经验，选择若干实例综合而成．作者自己认为：本书适用于有实际工作能力的广播工程师、

电讯工程师和技师.

本书的特点是通俗易懂，例证充分. 作者首先从概率函数着手,深入浅出地介绍了卷积的概念,把卷积看成是数学上的实体，进而深入讨论了频谱和傅里叶变换. 这一部分占全书的三分之一，后面三分之二的篇幅则用来介绍卷积和傅里叶变换的各种实例和应用. 由于本书未曾涉及数字滤波器的概念,因此均用经典方法介绍了取样数据序列、取样定理和 z 变换. 然而这里要说明的一点是：本书并没有采用普通的 z 变换概念,而是在第二章中给出"生成函数"的定义为

$$f[z]=\sum_{i=1}^{n} z^{x_i}f(x_i)$$

并且贯穿全书. 这实际上就是 z 变换. 作者之所以如此，乃是因为他主要参考的是英国的原始资料，读者在阅读本书时应当注意这一点.

本书第十章占了全书将近四分之一的篇幅，重点介绍了卷积和傅里叶变换在广播工程（特别是电视广播）中的应用. 这一章分析了电视接收机的惯性同步电路，用了一节的篇幅介绍光学中的初等孔径理论,还论述了矩形波和取样定理,进而对电视孔径信号进行了分析. 这一章乃是作者工作经验的总结,是全书的精华部分. 读者在阅读本书时,应抓住这个重点.

本书在英国出版后,立即受到通信工程界的重视,美国的一家大出版商——威利图书出版公司——也于 1976 年在美国纽约将该书出版发行. 为了帮助我国从事通信工程的科技人员及大专院校师生学习和研究卷积与傅里叶变换之用，现将本书译出，同时为了帮助我国读者加深对本书有关章节的理解，我们还根据国外书刊上的有关资料，在本书第二章、第三章、第五章、第八章、第十章和第十三章之后各补充了一

部分简短的阅读材料，又在本书原附录之后增加一项关于 z 变换的附录．这样做的目的，是想帮助有些读者在阅读本书的过程中，尽量少查阅各种参考书，就能基本上掌握本书所涉及的各种理论和方法．但由于译者水平所限，这个目的是否能达到，当由读者加以鉴定．

本书译稿曾得到华南工学院五系邓延彬同志大力帮助和支持，并经过该系 501 教研组秦仁杰、叶梧、谢国贤同志认真校阅，改正了原书中许多错误，最后承蒙冯秉铨教授在百忙中对本书进行仔细审校，现在借本书出版的机会，谨向他们致以衷心的谢忱．

对于译文中的疏漏、欠妥乃至错误之处，诚恳地希望得到读者的教正．

译　者

1978 年 9 月于武汉

在本书排版过程中，传来了冯秉铨教授不幸病故的噩耗。冯教授为发展我国通信事业贡献了毕生精力，暮年对实现我国四个现代化的雄心壮志和忘我精神，使我百感交织，终身不忘。冯教授生前未能见到本书的出版，终为憾事。现将本书奉献给冯教授，以志永久的怀念。

译　者

1980 年 8 月追记

原　　序

我曾经在英国、美国加利福尼亚州和法国的中学和大学就读．我在这些学校学习数学的经验是：无论我的老师是否是数学爱好者，他们在数学方面至少是相当不错的．我还记得在美国的一所中学里——这是一所有二千二百名学生的综合学校——曾经发生过的这样一件事．有一天下课以后我被罚留堂，因为我搞不清楚 n 根电线杆之间的间隔数目是 $n-1$，当时也意识不到应该问一问架空线是否有两端，或者是否会形成一个闭合回路．不管怎样，在本世纪二十年代那种时候，本来应该由教师告诉我：当时以环形为主的通信线路还是相当罕见的．希望读者原谅我这个并非数学家的人，竟敢冒昧写一本涉及一两种基本数学概念的书，特别是这些概念有的与电子工程(尤其是广播工程)的某些概念密切相关．不管读者是否原谅我，无论如何谁也无法夺去我在清理和记录我的思想时所享受到的极大快乐．我已经尽力保证，本书所阐述的数学方法，应当尽可能通俗易懂，避免故弄玄虚而忽略重要的推论．

本书前几章论述的是一些最基本的统计方法，以利于读者掌握必要的统计学知识，也尽量使得各个论点的论述条理清楚．此外，尽管卷积理论正在越来越广泛地应用于那些从宏观上看无论如何也不属于统计学的各种电路问题，但是在我看来，介绍卷积的基本原理，更容易使学生理解采用统计方法的必要性．

用卷积来论述级联电路的性能，只不过是替代傅里叶变

换或拉普拉斯变换相乘的另一种方法，因此本书在讲述若干应用实例时，同时包括了这两种方法.

我并不想用各种实例在书中滥竽充数，大凡举例之处，均与实际情况完全相符，因而并不一定都应当是简单的例子，一种电视信号频谱的研究也许就是这一点的佐证.

δ 函数或单位脉冲在当作测试信号，或者在起时间移相器的作用时，都是非常重要的. 然而这样一种在我看来是非常有力的工具，虽然它的特性相对来说容易理解，却很少为工程师们加以利用.

卷积相除和“平方根法”，虽然在实践中很少用到，但是本书仍然作了介绍.

最后一章涉及相关问题，仅仅说明它与卷积过程不同，虽然表面上看来两者似乎相似.

读者只需具备纯粹数学和应用数学方面的高等数学知识，即可读懂本书.

衷心感谢艾琳·塔斯克（Eileen Tasker）在百忙中利用闲暇时间为我整理手稿.

R. D. A. 莫里斯

目　　录

第一章 绪 论

首先让我们来算一个长乘法，比如 123×217:

表 1.1

万	千	百	十	个
		1	2	3
		2	1	7
		8	6	1
	1	2	3	0
2	4	6	0	0
2	6	6	9	1

无意中我们就使用了十进制，毫无疑问也会从右向左逐列进位. 现在让我们试用二进制记数法来表示之:

首先

$$\begin{aligned}123 &= 100+20+3\\ &= (2^6+2^5+2^2)+(2^4+2^2)+(2^1+2^0)\\ &= 2^6+2^5+2^4+2^3+2^1+2^0\ (\text{因为 } 2\times2^2=2^3)\end{aligned}$$

其次

$$\begin{aligned}217 &= 200+10+7\\ &= (2^7+2^6+2^3)+(2^3+2^1)+(2^2+2^1+2^0)\\ &= 2^7+2^6+2^4+2^3+2^0\end{aligned}$$

因为 $2^0+2\times2^1+2^2+2\times2^3+2^6+2^7$

$$\begin{aligned}&= 2^0+2\times2^2+2\times2^3+2^6+2^7\\ &= 2^0+3\times2^3+2^6+2^7\\ &= 2^0+2^3+2^4+2^6+2^7\end{aligned}$$

表 1.2

	2^{14}	2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{7}	2^{6}	2^{5}	2^{4}	2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}
									1	1	1	1	0	1	1
								1	1	0	1	1	0	0	1
									1	1	1	1	0	1	1
								0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0
						1	1	1	1	0	1	1	0	0	0
					1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
进位至左侧适当的列		1	1+1	1+1	1+1+1	1+1+1	1+1+1	1+1+1+1	1+1+1	1+1	1+1+1	1+1	0	1	1
	0	0	2^{14}	2^{12}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^{9}	2^{8}	2^{6}	2^{6}	2^{4}	0	0	0
进位完毕后每一列中的余数:	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1

现在我们分别用 1 和 0 标出 2^x 个列中有无 2^x 的情形，于是我们得到表 1.2.

这时进位问题是一种麻烦事，表中倒数第二行示出每一列必须向上(向左)进位的情形，最后一行则是进位完毕后每一列中的余数．读者可自行验算出

$$2^{14}+2^{13}+2^{11}+2^{6}+2^{1}+2^{0}=26691$$

§1.1 初等概率

现在假定我们不愿意把各个数细分为个、十、百或一、二、四、八等各列，而是用一些列来表示差别很大的事物．例如，假定我们有一个瓮，里面盛有大量的红、绿、蓝三种颜色的小球，它们各占比例：红色为 r，绿色为 g，蓝色为 b．由于只有红、绿、蓝三种小球，因此我们必有

$$r+g+b=1$$

现在假定我们闭上眼睛摸一个小球，摸中的机会将是红球为 r，绿球为 g，蓝球为 b．假定我们现在继续闭上眼睛摸球，那么我们大概会得到一些什么样的组合？让我们来求 $r+g+b=1$ 的二次方

表 1.3

$$\begin{array}{lllll}
r+g+b \\
r+g+b \\
\hline
r^2+rg+rb \\
\quad +rg & +g^2+gb \\
\quad\quad +rb & +gb+b^2 \\
\hline
r^2+2rg+2rb+g^2+2gb+b^2
\end{array}$$

这就告诉我们：摸得二个红球的可能性为 r^2，摸得一红一绿的可能性为 $2rg$，摸得一红一蓝的可能性为 $2rb$，摸得二绿的

可能性为 g^2,等等. 为什么说是这样呢? 好吧,假定 $r=g=b=1/3$,那么摸得两个有色小球的各种组合机会如下:

表 1.4

球的颜色	概　　率
2 红	1/9
2 绿	1/9
2 蓝	1/9
1 红 1 绿	2/9
1 红 1 蓝	2/9
1 绿 1 蓝	2/9

显然摸得两个不同颜色小球的机会是摸得两个相同颜色小球的两倍,这是因为第一次摸得的一对不同颜色小球,可以是两种颜色中的任何一种,而摸得一绿一红的概率则是仅仅摸得绿色或红色的概率的两倍. 这就是概率论的加法定理应用之一,该定理指出: 若干不相容事件的出现概率,乃是每一事件的出现概率之和. 乘法定理指出: 一定数量的不相容事件全部出现的概率,乃是每一事件的出现概率之乘积. 简单地以投掷一枚统计上平衡的硬币为例,出现一次正面的概率为 1/2,出现二次正面(同时投掷二枚硬币或者将一枚硬币投掷二次)的概率为 $1/2\times1/2=1/4$,一正一反的概率则为 $1/4+1/4=1/2$*.

现在回到我们的色球组合上来. 我们看到,表 1.3 中暗示的各列与表 1.1 和表 1.2 中的完全不同,但是确实有列,而且包含有重要的信息,不过可以说它与乘法技巧无关. 表 1.3 假设我们是知道如何相乘的,并且其结构排列成能够根据球

* 原文为"不是出现正面就是出现反面的概率为 $1/2+1/2=1$",但与整段内容联系不切. ——译者注

的颜色来辨别各列，而所摸得的球的概率则是表中的数字.让我们来制作一个**先验概率**表，其格式应与表 1.3 中记录的信息相一致：

表 1.5

1 红	1 绿	1 蓝	2 红	2 绿	2 蓝	红＋绿	红＋蓝	绿＋蓝
r r	g g	b b						
			r^2	g^2	b^2	$2rg$	$2rb$	$2gb$

前三列的前两行中二组概率之积，示于表 1.5 的第三行，亦即最后一行中. 这就是与普通乘法不同的使用各列的又一方法. 如果我们已经从盛色球的瓮中摸了三次，那么表示式 $r+g+b$ 应当相乘三次，并且有关各列的标题也要改动如下：

表 1.6

3R	3G	3B	2R + 1G	2R + 1B
r^3	g^3	b^3	$3r^2g$	$3r^2b$
2G + 1R	2G + 1B	2B + 1R	2B + 1G	1R + 1G + 1B
$3rg^2$	$3g^2b$	$3rb^2$	$3gb^2$	$6rgb$

其中 $R=$ 红、$G=$ 绿、$B=$ 蓝. 为了便于思考，可再次令 $r=g=b=1/3$。

§1.2 重复排列

并不十分明显的是，摸得二个同色小球和一个另一种颜色小球的概率（比如 $3r^2g$），三倍于摸得三个同色小球的概

率.

首先我们写出

$$3r^2g=3r^3,\text{ 因为 } g=r$$

但是 r^3 是摸得三个红球的概率. 为了清楚起见，我们先记住 r^2 是摸得二个红球的概率， g 是摸得一个绿球的概率，因而 r^2g 就是依次摸得二红一绿的概率. 这里使用“依次”二字，乃是因为这样做更便于思考，但是其结果只适合于同时摸球，也可以说是摸一把球. 这好比将一枚硬币投掷两次，或者同时投掷两枚硬币. 至此一切顺利，但是我们可能已经摸得了一红、一绿和一红，这就是获得二红一绿的第二种办法. 最后我们还可能已经摸得了一绿二红，这样我们总共就有三种办法来获得二红一绿这一组合，在此组合中并不强调摸球的次序. 这里要再次应用概率的加法定理，因为我们成功地摸得了三个小球，有如下三种排列：红红绿、红绿红、绿红红. 也就是说，实际上三个事件的排列数中有一个要重复一次. 完全不同的 m 个事件的排列数为 $m!$，若 m 个事件中有些重复 a 次，有些重复 b 次，还有一些重复 c 次，等等，则重复排列数为

$$m!/a!b!c!\cdots\cdots$$

于是，二个红球和一个绿球的组合由三个球的所有排列组成，三个球中必有二个相同(红)，因此摸得一把由二红一绿组成的三个小球之概率为

$$3!/2!=3$$

摸得一红一绿一蓝组合之概率(即表 1.6 的最后一列)为

$$3!=6$$

因为在这种情况下我们不允许有任何重复. 如果我们摸得四个球，那么我们应当把 $r+g+b(=1)$ 自乘到四次幂，并且将表 1.6 改写如下：

表 1.7

4R	4G	4B	1R + 3G	1R + 3B	3R + 1G	3R + 1B	1G + 3B	1B + 3G
r^4	g^4	b^4	$4rg^3$	$4rb^3$	$4r^3g$	$4r^3b$	$4gb^3$	$4g^3b$

2R + 2G	2R + 2B	2G + 2B	1R + 1B + 2G	1R + 1G + 2B	1G + 1B + 2R
$6r^2g^2$	$6r^2b^2$	$6g^2b^2$	$12rbg^2$	$12rgb^2$	$12gbr^2$

(3+1) 组合前面的系数 4，当然就是四个事件的排列数，其中一个事件要重复三次，亦即

$$4!/3! = 4$$

(2+2)组合的系数为

$$4!/(2!\times 2!) = 6$$

而(1+1+2)组合的系数则为

$$4!/2! = 12$$

现在我们可以稍加推广，假定我们有七种不同颜色的小球：红、绿、蓝、深蓝(C)、品红(M)、橙(O)、黄(Y)。摸得按 3R + 1G + 2B + 1C + 1M + 2O + 1Y 组合的十一个小球之概率，将是$[11!/(3!2!2!)] \times r^3gb^2cmo^2y$，或者是

$$1665000r^3gb^2cmo^2y$$

其中小写字母表示盛色球的无限大瓮中每种颜色小球所占的比例，当然

$$r + g + b + c + m + o + y = 1$$

如果现在读者认为："表 1.5 和 1.3 之间的唯一区别，只不过是前者省略了后者所用的全部加号"，那么我的回答就是：表 1.3 的加号除了提醒我们 $r^2 + 2rg + 2rb + g^2 + 2gb + b^2$ 之和为 1 之外，并没有实际意义。这一点我们已经知道了，因为在 $r + g + b$ 自乘时，我们也使 1 自乘。实际上，加号只是要我们将各个概率相加，而不是将红与绿或者绿与蓝相加(除非涉及比色法，但是这已经不是本书所讨论的课题了)。当