

# 线性多变量控制

## 一种几何方法

〔加拿大〕W. M. 旺纳姆 著

科学出版社

# 线性多变量控制

——一种几何方法

[加拿大] W. M. 旺纳姆

姚景尹 王思平 译

王思平 校

科 学 出 版 社

1984

## 内 容 简 介

本书介绍了有限维线性时不变多变量系统结构综合的几何方法。全书共分十四章,第0章简介了数学预备知识。第一章至第三章,作者从几何观点出发,介绍了线性控制系统的能控性、能观测性、极点配置以及观测器理论等概念和理论,基本上包括了线性系统理论中的主要内容。第四章讨论了干扰解耦和输出稳定化,引进了 $(A, B)$ -不变子空间的概念。为讨论跟踪和调节理论,在第五章引进了 $(A, B)$ -能控性子空间的概念。第六章至第八章系统地研究了跟踪与调节问题,其中包括输出调节、带有内部稳定的输出调节以及结构稳定的综合三部分内容。第九章至第十一章,介绍了无交互作用控制,即系统解耦理论。第十二章和第十三章,介绍了二次最优化理论。

本书可供从事控制理论及其应用研究的科研工作者、工程技术人员、高等学校教师和研究生作参考书或教材之用。

W. Murray Wonham

### LINEAR MULTIVARIABLE CONTROL: *A GEOMETRIC APPROACH*

Springer-Verlag, 1979

### 线性多变量控制

一种几何方法

〔加拿大〕W. M. 旺纳姆

姚景尹 王恩平 译

王恩平 校

责任编辑 李淑兰 杨 艳

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1984年5月第一版 开本:850×1168 1/32

1984年5月第一次印刷 印张:12 1/2

印数:0001—6,850 字数:320,000

统一书号:15031·567

本社书号:3535·15—8

定价:2.30元

## 代 序

一九七九年秋，应关肇直教授的邀请，加拿大多伦多大学 W. M. 旺纳姆教授来华进行友好访问，并就“线性控制系统理论的几何方法”做了学术讲演，受到国内学者们的普遍欢迎。与此同时，旺纳姆教授还为我们带来了他的专著《线性多变量控制：一种几何方法》一书的修改版。为了满足广大读者的需要，征得旺纳姆教授的同意，科学出版社决定出版这本书的中译本。本书是根据一九七九年第二版译出的，和第一版相比，主要在第八章增加了“内模原理”这个重要内容，同时作者专门为中译本写了前言，并在译者的翻译过程中，对原著作了许多小的修改和补充。作者把这个翻译本称为“英文第二版的修改本”。今天，经过译者们的努力和出版社的合作，这个专著和读者见面了。

线性控制理论的几何方法是目前流行的一个学派，它的创始人就是旺纳姆教授。这一方法简捷明了，结论清晰，所得结果不依赖具体的坐标框架，不仅很有理论意义，而且从应用观点来看，所有结果都能较容易地化成矩阵运算，用程序语言编制成计算机软件。当然，计算中的数值稳定性问题仍是一个很有实际意义的研究课题。

本书主要讨论了多变量线性控制系统的“跟踪与调节”和“系统解耦”的综合问题，此外也介绍了二次最优问题。书中，作者首先引进了  $(A, B)$ -不变子空间和  $(A, B)$ -能控性子空间两个最基本的概念，它们在解决主要的综合问题中起了决定性的作用。因此阅读本书，首先应该抓住这两个基本概念，不仅要理解它们，而且要学会它们的计算。有了这两个基本概念后，再把控制问题的几何提法弄清楚，对于解决综合问题，剩下的只是一些逻辑推导了。当然为了阅读本书，读者在数学上要有一定的预备知识，这就

是作者在第 0 章所提到的那些内容，应该特别注意的是商空间和诱导映象这样两个概念，它们是用几何方法解决系统综合问题时经常用到的。

从工程角度看，用几何方法研究控制系统的“综合”问题似乎较抽象一些，但只要具备一定的数学修养，掌握一些数值计算方面的技巧和方法，用它来解决系统设计问题是完全可行的，并且掌握这套方法也不很难。在这方面，国内专家从不同的角度做了许多工作，取得了不小的进展。

旺纳姆教授是我国控制理论界熟悉的一位控制理论专家。他在六十年代作为随机控制理论专家而著名，七十年代他在多变量系统方面做出了卓越的贡献，在八十年代他又进入了一个新的研究领域。我们祝他取得更大的成功。

最后，译者要我转告读者，由于他们水平有限，译文中难免有不当之处，欢迎批评指正。

陈翰馥

1982 年 4 月于北京

## 中文版前言

我的《线性多变量控制：一种几何方法》一书的中文版，是一九七九年由 Springer-Verlag 出版的英文第二版的修改本。在这个修改版中，除了改正了一些小错误外，还增加了一些内容和作了一些补充说明，其中第六章增加了一节，用以说明“有限制的调节器问题”。

一九七九年秋天，我有机会访问中华人民共和国，并就这个题目进行讲演，回顾这个讲座受到热情欢迎的情景，我个人感到很荣幸。到中国的每一个访问者，没有一个人不被中国学者和工程师们积极从事科学研究和发展国际交往的热忱所感动。访问者决不会忘记不论是正式的主人还是所遇到的每一个中国人所给予他们的友谊和盛情接待。

对于这个版本的出版，我感谢译者姚景尹先生，感谢技术校对陈翰馥教授和王恩平先生，以及科学出版社的袁放尧先生和李淑兰女士。对他们每一位都表示衷心感谢。

W. M. Wonham

于加拿大，多伦多，1980年8月

## 原 序

我写这本专著的主要目的，是为介绍有限维线性时不变多变量控制系统结构综合的几何方法。它是写给控制专业的研究生、从事控制系统研究的工程科学家和对控制问题有一定修养的数学家们的。这一版是对在一九七四年做为 Springer-Verlag “讲义”而出版的第一版的修改版。下面有些注释是从原版前言中摘录下来的。

书中特别标明“几何”一词有几个理由。首先，也是显而易见的，我们用线性状态空间叙述问题，主要的数学工具是抽象(几何)形式的线性代数。基本想法是把熟悉的能控性和能观测性这些系统概念作为不同的状态子空间的几何性质。实际上，几何方法是几年前才引进来的，它避免了作为线性控制理论主要组成部分的大量矩阵运算。其次，也是我们很感兴趣的是，几何处理能够较快地提出进行综合的新方法，这种方法已被证明是直观的和经济的，并且一旦你想计算，这种方法也很容易归结为矩阵算术。几何方法的实质正在于，先把可解性表征为某些能构造出来的状态子空间(比如说  $\mathcal{S}$ ) 的能验证的性质，以取代当解存在时直接寻找解决综合问题的反馈规律(比如说  $u = Fx$ )。有了这些性质之后，就可以很容易地根据  $\mathcal{S}$  计算  $F$ 。用这种方法，把一个难以解决的关于  $F$  的非线性问题直接变成了关于  $\mathcal{S}$  的拟线性问题。基本的数学思想是利用状态空间的适当子空间族的半格结构。

用这种方法对调节和无交互作用这两个长期有意义的控制问题给出了第一个合理的有效的结构理论。但是，应当强调，我们主要关心“综合”，它不同于“设计”。在我们使用这些术语时，“综合”决定反馈控制的结构，而“设计”是指在用综合方法建立起来的结构框架的范围内，自由参数的数值选择(理想地，最优化)。在这个

意义上,设计本身并没有被详细地探索,而事实上它是一个十分活跃的研究领域.

这本书的安排如下:第0章简要地复习一下线性代数和线性系统的某些基本知识.我们认为读者对这些领域已有所知.第一章到第三章的主要内容是关于能控性和能观测性,这里用了比习惯上更“几何”的方式讨论问题,有些内容比目前的文献有较多的补充.本质上新的概念是 $(A, B)$ -不变子空间和 $(A, B)$ -能控性子空间,这些概念连同为了说明它们如何形成的一些简单的应用,都写在第四章和第五章里.第一个重要的应用,即对跟踪和调节的应用,是从第六章到第八章逐渐展开的.在第六章和第七章里,先对输出调节问题然后对带有内部稳定的输出调节问题研究了纯代数条件.第八章讨论结构稳定问题,即当参数微小变化时,调节性质的定性灵敏度问题.最后得到一个一般代数机构的简单“几何”描述,它最终导致一个结构稳定综合,它正是任何具体实现中所要求的.在讨论第二个主要课题无交互作用控制时,部分地仿照了前面的做法:首先在第九章和第十章从代数方面进行研究,然后在第十章讨论普遍可解性.我们没有去考虑无交互作用控制的结构稳定综合问题,因为这需要自适应控制,按照它的复杂程度已超出了固定的线性结构的范围,但它的可行性在原则上应当是不成问题的.结尾两章,第十二章和第十三章,讨论二次最优化问题.这部分内容没有很强地依赖于前面的几何概念,而是用动态规划的方法叙述的,它使这本书作为线性多变量控制教程的基础成为自封闭的.

本书从头至尾都在状态空间里讨论问题,只是偶尔用到频域描述的方法.我们的观点是,在多变量控制理论中,时域方法和频域方法都起到它们应有的作用.我们并不认为,更不去论证,在一种域内讨论的问题和结果必定在另一种域里也有对应的结果.另一方面,所有结果的频域表现形式,只要容易得到,并且看起来还有帮助,我们都用信号流图的方式给出来了.沿着这条线索进一步探讨下去可能是富有成果的.

在计算方面还要说几句话。正文主要是讨论几何结构理论本身。为了避免混乱，几乎所有的数值例子都放在了每章末尾的习题之中。按照这种方法，理论上处理的每一个主要的综合问题都伴随着给出一种要计算的概略程序以及数值说明。根据这些准则，读者一定很容易学会把比较抽象的强调定性及几何的理论语言，翻译成日常的矩阵运算的计算语言。

然而应当注意，我们的计算程序是“幼稚”的，当把它们应用到高阶或病态条件下的例子时，并没有考虑数值稳定性问题。的确，“几何方法”的优点之一就是它按照与基无关的方式来表现结构理论，并不受数值计算的任何特定方法的限制。根据已有的基于状态变量的数值分析方法提出一种“完善的”计算程序，这是当前研究的一个带挑战性的问题，对这些读者可以参考本书的有关段落。

按照这种理解，可以说我们的“幼稚”程序事实上适用于小的徒手运算，这些程序已由使用本书的学生用 APL 程序设计语言编制成了专用程序。在用几何结构理论、矩阵运算方法和 APL 程序表示的三种水平的语言之间的翻译练习已被证明有相当的教学价值。

这一版与第一版的主要差别在第八章，这一章已重新改写，以便更好地反映出横截性的作用，而横截性表现了结构稳定的线性调节和“内模原理”的几何性质。此外，在第一版中出现的一些小错误也被改正过来了，并且在叙述中做了一些改进。在这方面，我要高兴地感谢 B. Francis, H. Kwakernaak, A. Laub, B. Moore 和 J. Willems 的批评与建议。

我没有把在几何框架范围之内已经知道的所有内容都写在本书中，两个重要的遗漏是关于分散控制和“推广的动态覆盖”方面的结果，这些结果分别由 Moress 和 Silverman 以及他们的合作者得到的。然而读完本书第五章的读者为阅读杂志已作了充分准备。

最后，再一次感谢 A. V. Balakrishman 教授和 Springer-Verlag

出版社对我的鼓励和帮助，感谢 Rita de Clercq Zubli 夫人为草稿进行熟练的打字。

W. M. Wonham

多伦多 1978 年 7 月

# 目 录

代序

中文版前言

原序

第 0 章 数学预备知识	1
0.1 记号	1
0.2 线性空间	1
0.3 子空间	3
0.4 映象与矩阵	7
0.5 商空间	11
0.6 交换图	14
0.7 不变子空间, 诱导映象	15
0.8 特征多项式, 谱	16
0.9 多项式环	17
0.10 有理标准结构	18
0.11 约当分解	21
0.12 对偶空间	26
0.13 张量积, 西勒维斯特映象	27
0.14 内积空间	31
0.15 埃尔米特映象与对称映象	32
0.16 适定性与通有性	33
0.17 线性系统	36
0.18 传递矩阵, 信号流图	38
0.19 路歇定理	39
0.20 习题	39
0.21 注释与参考	43
第一章 能控性初步	44
1.1 能达性	44

1.2	能控性 .....	46
1.3	单输入系统 .....	48
1.4	多输入系统 .....	49
1.5	能控性是通有的 .....	53
1.6	习题 .....	54
1.7	注释与参考 .....	56
第二章	能控性, 反馈与极点配置 .....	57
2.1	能控性与反馈 .....	57
2.2	极点配置 .....	58
2.3	不完全能控性与极点移动 .....	60
2.4	能稳性 .....	63
2.5	习题 .....	64
2.6	注释与参考 .....	65
第三章	能观测性与动态观测器 .....	67
3.1	能观测性 .....	67
3.2	不能观测子空间 .....	69
3.3	全阶动态观测器 .....	70
3.4	最小阶动态观测器 .....	72
3.5	观测器与极点移动 .....	75
3.6	能检测性 .....	77
3.7	检测器与极点移动 .....	79
3.8	使用动态补偿的极点移动 .....	84
3.9	单个线性泛函的观测器 .....	89
3.10	能观测性与能检测性的保持 .....	91
3.11	习题 .....	92
3.12	注释与参考 .....	97
第四章	干扰解耦和输出稳定化 .....	99
4.1	干扰解耦问题 (DDP) .....	99
4.2	$(A, B)$ -不变子空间 .....	100
4.3	DDP 的解 .....	104
4.4	输出稳定化问题 (OSP) .....	107
4.5	习题 .....	112

4.6	注释与参考 .....	117
第五章	能控性子空间 .....	118
5.1	能控性子空间 .....	119
5.2	谱的可配置性 .....	121
5.3	能控性子空间的算法 .....	123
5.4	最大能控性子空间 .....	125
5.5	传输零点 .....	129
5.6	带有稳定性的干扰解耦 (DDPS) .....	131
5.7	能控性结构指数 .....	135
5.8	习题 .....	142
5.9	注释与参考 .....	149
第六章	跟踪与调节 I: 输出调节 .....	151
6.1	有限制的调节器问题 (RRP) .....	153
6.2	RRP 的可解性 .....	155
6.3	例1: RRP 的解 .....	161
6.4	扩充的调节器问题 (ERP) .....	165
6.5	例 2 .....	168
6.6	结束语 .....	171
6.7	习题 .....	172
6.8	注释与参考 .....	173
第七章	跟踪与调节 II: 带有内部稳定的输出调节 .....	174
7.1	RPIS 的可解性: 一般研究 .....	176
7.2	RPIS 的构造解: $\mathcal{N} = 0$ .....	180
7.3	RPIS 的构造解: $\mathcal{N}$ 为任意的情况 .....	186
7.4	应用: 抗阶跃干扰的调节 .....	190
7.5	应用: 静态解耦 .....	192
7.6	例 1: 不可解的 RPIS .....	193
7.7	例 2: 伺服调节器 .....	195
7.8	习题 .....	200
7.9	注释与参考 .....	209
第八章	跟踪与调节 III: 结构稳定的综合 .....	210
8.1	预备知识 .....	210

8.2	例 1: 结构稳定性 .....	213
8.3	适应性与通有性 .....	214
8.4	适应与传输零点 .....	217
8.5	例 2: 可解但不适定的 RPIS .....	224
8.6	结构稳定的综合 .....	226
8.7	例 3: 适定的 RPIS: 强综合 .....	237
8.8	内模原理 .....	238
8.9	习题 .....	247
8.10	注释与参考 .....	250
<b>第九章 无交互作用控制 I: 基本原理 .....</b>		<b>252</b>
9.1	解耦: 系统的叙述 .....	252
9.2	有限制的解耦问题 (RDP) .....	254
9.3	RDP 的解: 输出完全的情况 .....	256
9.4	扩充的解耦问题 (EDP) .....	258
9.5	EDP 的解 .....	261
9.6	幼稚的扩充 .....	265
9.7	例 .....	266
9.8	部分解耦 .....	268
9.9	习题 .....	269
9.10	注释与参考 .....	272
<b>第十章 无交互作用控制 II: 有效补偿 .....</b>		<b>274</b>
10.1	根 .....	274
10.2	有效扩充 .....	279
10.3	有效解耦 .....	283
10.4	最小阶补偿: $d(\mathcal{B}) = 2$ 的情形 .....	288
10.5	最小阶补偿: $d(\mathcal{B}) = k$ 的情形 .....	294
10.6	习题 .....	298
10.7	注释与参考 .....	300
<b>第十一章 无交互作用控制 III: 通有可解性 .....</b>		<b>301</b>
11.1	EDP 的通有可解性 .....	301
11.2	状态空间扩充界限 .....	309
11.3	通有可解性的意义 .....	313

11.4	习题	314
11.5	注释与参考	315
第十二章	二次最优化 I: 存在性与唯一性	316
12.1	二次最优化	316
12.2	动态规划: 启发式的	317
12.3	动态规划: 严格的	319
12.4	矩阵二次方程	323
12.5	习题	327
12.6	注释与参考	329
第十三章	二次最优化 II: 动态响应	331
13.1	动态响应: 一般性质	331
13.2	例 1: 一阶系统	332
13.3	例 2: 二阶系统	332
13.4	哈密顿矩阵	334
13.5	渐近根轨迹: 单输入系统	335
13.6	渐近根轨迹: 多变量系统	340
13.7	$P^0$ 的上界和下界	344
13.8	稳定裕度和增益裕度	345
13.9	返回差关系	347
13.10	二次最优化的实用性	350
13.11	习题	351
13.12	注释与参考	353
参考文献		355
关系符和运算符		367
字母符		369
综合问题		370
索引		371

## 第 0 章 数学预备知识

为方便读者，我们将简要地复习一下线性代数以及线性动力学系统的入门知识。为使数学基础和本书的内容互相协调，我们着重于它们的几何内容，强调用向量空间及其子空间等术语来叙述各种结果。由于这些材料都是属于一般性的，因此很少给予证明；详细的推导可以从章末引用的教科书中找到。许多涉及映象和子空间的比较简单的恒等式，要求读者自己给予证明；在习题中，对这些恒等式作了说明和进一步的提示。此外，还建议读者加强这样的练习，即把几何语言翻译成矩阵语言，或者把矩阵语言翻译成几何语言，在习题中，也可以找到这方面的指导。

### 0.1 记号

如果  $k$  是一个整数，则  $\mathbf{k}$  表示整数集  $\{1, 2, \dots, k\}$ 。设  $\Lambda$  是一个有限集，或者是一个由有限个元素列成的表，则  $|\Lambda|$  表示它的元素的个数。复数的实部和虚部分别记为  $\Re$ 、 $\Im$ 。符号  $:=$  表示“定义为相等”。

### 0.2 线性空间

我们知道，一个线性(向量)空间是由一个加法群和一个基础域构成的，加法群的元素叫做向量，而基础域是由标量组成的。我们只考虑实数域  $\mathbf{R}$  和复数域  $\mathbf{C}$  上的线性空间。符号  $\mathbf{F}$  将用来表示这两种域中的任意一个。线性空间用手写体大写字母  $\mathcal{X}$ ， $\mathcal{Y}$ ， $\dots$  表示；它们的元素(向量)用小写罗马字母  $x, y, \dots$  表示；域的元素(标量)用小写罗马字母或希腊字母表示。符号  $0$  代表任何

为零的东西(数、矢量、映象或子空间),其含意由上下文而定.

读者应对矢量加法以及矢量对标量的乘法的各种性质是熟悉的. 例如, 设  $x_1, x_2 \in \mathcal{A}$ , 而  $c_1, c_2 \in \mathbf{F}$ , 则

$$c_1 x_1 \in \mathcal{A}, \quad c_1(x_1 + x_2) = c_1 x_1 + c_1 x_2,$$

$$(c_1 + c_2)x_1 = c_1 x_1 + c_2 x_1, \quad (c_1 c_2)x_1 = c_1(c_2 x_1).$$

设  $x_1, \dots, x_k \in \mathcal{A}$ , 其中  $\mathcal{A}$  定义在  $\mathbf{F}$  上. 以  $\mathbf{F}$  中的元素为系数的  $x_i$  的线性组合的全体组成的集合称为  $x_1, \dots, x_k$  的扩张, 记为

$$\text{Span}_{\mathbf{F}}\{x_1, \dots, x_k\},$$

或者

$$\text{Span}_{\mathbf{F}}\{x_i, i \in \mathbf{k}\}.$$

如果能从上下文弄清楚域是什么, 那么就可以略去下标  $\mathbf{F}$ . 如果存在一个(有限的)  $k$  和一个集合  $\{x_i, i \in \mathbf{k}; x_i \in \mathcal{A}\}$ , 而且这个集合的扩张是  $\mathcal{A}$ , 则称  $\mathcal{A}$  是有限维的. 设  $\mathcal{A} \neq 0$ , 那么使上述情况成立的最小整数  $k$  称为  $\mathcal{A}$  的维数, 记做  $d(\mathcal{A})$ ; 当  $\mathcal{A} = 0$  时, 则令  $d(\mathcal{A}) = 0$ . 若  $k = d(\mathcal{A}) \neq 0$ , 则集合  $\{x_i, i \in \mathbf{k}\}$  称为  $\mathcal{A}$  的一个基底.

如果没有特别声明, 那么所有的线性空间都是指有限维的. 罕见的例外是一些普通的函数空间, 但只是必要时才引进它们.

一个矢量集合  $\{x_i \in \mathcal{A}, i \in \mathbf{m}\}$ , 如果对任何一组标量  $\{c_i \in \mathbf{F}, i \in \mathbf{m}\}$ , 由关系式

$$\sum_{i=1}^m c_i x_i = 0 \tag{2.1}$$

可以推出  $c_i = 0$  对所有的  $i \in \mathbf{m}$  成立, 那么称这个矢量集合(在  $\mathbf{F}$  上)是(线性)独立的. 如果  $x_i (i \in \mathbf{m})$  是独立的, 并且  $x \in \text{Span}\{x_i, i \in \mathbf{m}\}$ , 则表达式

$$x = c_1 x_1 + \dots + c_m x_m$$

是唯一的. 一个基底中的各矢量一定是独立的. 若  $m > d(\mathcal{A})$ , 则集合  $\{x_i, i \in \mathbf{m}\}$  一定是相关的, 就是说, 存在不全为零的  $c_i \in \mathbf{F} (i \in \mathbf{m})$ , 使得 (2.1) 式成立.