

国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

前沿系列 · 52

# 广义相对论

陈 斌 编著



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS



中外物理学精品书系

前沿系列 · 52

# 广义相对论

陈 斌 编著



 北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目 (CIP) 数据

广义相对论 / 陈斌编著. —北京: 北京大学出版社, 2018. 9  
(中外物理学精品书系)  
ISBN 978-7-301-29716-2

I. ①广… II. ①陈… III. ①广义相对论 IV. ①O412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 171049 号

- 书 名 广义相对论  
GUANGYI XIANGDUILUN
- 著作责任者 陈斌 编著
- 责任编辑 刘啸
- 标准书号 ISBN 978-7-301-29716-2
- 出版发行 北京大学出版社
- 地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871
- 网 址 <http://www.pup.cn>
- 电子信箱 [zpup@pup.cn](mailto:zpup@pup.cn)
- 新浪微博 @北京大学出版社
- 电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62754271
- 印刷者 北京中科印刷有限公司
- 经 销 者 新华书店
- 730 毫米 × 980 毫米 16 开本 39.5 印张 752 千字  
2018 年 9 月第 1 版 2018 年 9 月第 1 次印刷
- 定 价 118.00 元

---

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: [fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

图书如有印装质量问题, 请与出版部联系, 电话: 010-62756370

# “中外物理学精品书系”

(二期)

## 编 委 会

主 任：王恩哥

副主任：夏建白

编 委：(按姓氏笔画排序，标\*号者为执行编委)

丁 洪	王力军	王孝群	王 牧	王雪华
王鼎盛	石 兢	田光善	冯世平	邢定钰
朱邦芬	朱 星	向 涛	刘 川*	汤 超
许宁生	许京军	李茂枝	李建新	李新征*
李儒新	吴 飙	汪卫华	张立新	张振宇
张 酣*	张富春	陈志坚*	武向平	林海青
欧阳钟灿	罗民兴	周月梅*	郑春开	赵光达
钟建新	聂玉昕	徐仁新*	徐红星	郭 卫
资 剑	龚新高	龚旗煌	崔 田	阎守胜
谢心澄	解士杰	解思深	樊铁栓*	潘建伟

秘 书：陈小红

# 序 言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础,同时还与许多新兴学科和交叉学科的前沿紧密相关。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天,物理学不再囿于基础科学和技术应用研究的范畴,而是在国家发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到,改革开放四十年来,随着中国政治、经济、科技、教育等各项事业的蓬勃发展,我国物理学取得了跨越式的进步,成长出一批具有国际影响力的学者,做出了很多为世界所瞩目的研究成果。今日的中国物理,正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下,近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势,在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。然而从另一方面看,尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书,但系统总结物理学各门类知识和发展,深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源,并针对不同层次的读者提供有价值的学习和研究参考,仍是我国科学传播与出版领域面临的一个富有挑战性的课题。

为推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展,特别是集中展现近年来中国物理学家的研究水平和成果,北京大学出版社在国家出版基金的支持下于2009年推出了“中外物理学精品书系”,并于2018年启动了书系的二期项目,试图对以上难题进行大胆的探索。书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名学者。他们都是目前各领域十分活跃的知名专家,从而确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富、涵盖面广、可读性强,其中既有对我国物理学发展的梳理和总结,也有对国际物理学前沿的全面展示。可以说,“中外物理学精品书系”力图完整呈现近现代世界和中国物理科学发展的全貌,是一套目前国

内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

“中外物理学精品书系”的另一个突出特点是,在把西方物理的精华要义“请进来”的同时,也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学在世界范围内的重要性不言而喻。引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。与此同时,我国的物理学研究数十年来取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次成规模地将中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多、更深入的了解,不仅充分展示出中国物理学研究和积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新发展的“软实力”,对全面提升中国科学教育领域的国际形象起到一定的促进作用。

习近平总书记在 2018 年两院院士大会开幕式上的讲话强调,“中国要强盛、要复兴,就一定要大力发展科学技术,努力成为世界主要科学中心和创新高地”。中国未来的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,在第一期的基础上,第二期“中外物理学精品书系”会努力做得更好,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思想的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

“中外物理学精品书系”编委会主任  
中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2018 年 7 月于燕园

献给我的父亲

## 内 容 简 介

广义相对论是爱因斯坦关于引力和时空的理论。一百余年前,爱因斯坦发展了引力的相对论性理论,颠覆了人们对于时间和空间的认识。广义相对论被公认为经典物理中最优美的理论,既有深邃的物理思想,也有美妙的数学结构。经过一百多年的发展,广义相对论被应用到物理学中的诸多领域,特别是在天体物理和宇宙学中发挥着核心的作用。随着近年来对广义相对论所预言的引力波的直接观测,利用引力波研究各种天体物理和宇宙学问题将是物理学研究的重要方向。

本书基于微分几何的语言对广义相对论进行了深入浅出的介绍,内容不仅包括狭义相对论、微分几何基础、爱因斯坦方程、球对称史瓦西时空、克尔时空、黑洞物理、线性化引力、引力波和宇宙学等传统广义相对论的基本知识,也包括了一些广义相对论的高级专题,如作用量原理、能量条件、雷乔杜里方程和黑洞的一般性讨论等。

本书适合作为物理学相关专业高年级本科生和研究生的教材,也可以供科研工作者参考。



# 前 言

在自然界已知的四种相互作用中,引力看起来最简单,但却是最神秘的.让我们先回顾一下已知的关于引力的基础知识.首先,引力是普适的,它在任何形式的能量之间发生相互作用.因此,引力也常被称为万有引力.其次,引力是不受屏蔽的,总是吸引的.换句话说,不存在负引力荷的物体,因为能量总是正的.再次,引力是一种长程力,它与电磁力类似,是一种与距离平方成反比的力.物体携带的电荷可正可负,带同种电荷物体间电磁力是排斥的,异种电荷间电磁力是吸引的,而物体的能量或者质量总是正的,引力总是吸引的.从量子场论的观点看,传播引力的粒子是一个自旋为 2 的无质量粒子,即引力子.然而,与其他三种相互作用可以通过规范场论来统一描述不同,引力无法通过规范场论来描述.引力的量子化仍然是一个困扰着物理学家的超级难题<sup>①</sup>.最后,与自然界的其他三种相互作用力比,引力是最弱的.比如说,考虑质子-质子系统,引力与电磁力相比小了 36 个数量级:

$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{Gm_p^2/r^2}{e^2/4\pi\epsilon_0 r^2} \sim 10^{-36}.$$

然而,引力却是我们宇宙中最重要之力:它支配着宇宙的演化、大尺度结构的形成、恒星的演化、行星的形成及其运动,以及我们周围的世界.

在自然界已知的四种相互作用中,引力的研究历史是最长的.早在 16 世纪,伽利略就推翻了人们之前固有的观念,提出在引力作用下物体的运动状态与其质量无关.用现代的语言,就是说引力质量与惯性质量相等.在牛顿之前,第谷经过长期天文观测积累了大量星体运动的数据,而开普勒从中分析总结出行星运动的三大定律.但是人们并不清楚这些运动规律背后的物理.17 世纪,英国物理学家牛顿提出了万有引力,成功地对太阳系中行星的运动进行了物理解释,也对月地运动中的各种物理现象,如引潮力给出了令人满意的解释.牛顿的万有引力很好地嵌入到他的力学体系中,经过拉普拉斯、泊松和哈密顿等人的发展,这个力学体系严谨成熟了.

<sup>①</sup>量子引力最有力的候选者是超弦理论.尽管超弦理论取得了许多重要的成就,但还有不少深刻的问题没有得到解决.

特别是随着摄动理论的深入发展, 在 19 世纪, 牛顿引力对太阳系中行星运动的描述和预言都非常精确, 以至于人们很难想象它可能还需要发展. 直到 20 世纪初, 随着爱因斯坦狭义相对论的提出, 牛顿引力才面临严峻的挑战.

在牛顿引力中, 我们可以通过泊松方程得到一个物质分布导致的引力势:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho,$$

其中  $\Phi$  是引力势,  $G$  是牛顿引力常数, 而  $\rho$  是质量密度分布. 由此可见, 一旦给定了系统的物质分布, 这个系统的引力势就确定了. 如果有一个质量为  $m$  的物体通过万有引力与这个系统发生相互作用, 由牛顿第二定律可知相互作用力为  $F = mg$ , 其中  $g$  由引力势的梯度确定:

$$g = -\nabla\Phi.$$

也就是说, 引力加速度完全由原来系统的引力势确定, 与物体本身的质量无关.

1907 年, 爱因斯坦着手为《放射学和电子学年鉴》写一篇介绍狭义相对论的综述文章. 在写作过程中, 他意识到牛顿引力与狭义相对论是相抵触的. 很明显, 上面的泊松方程并非相对论性不变的. 而且牛顿引力是瞬时传播的, 与狭义相对论中的光速不变原理矛盾. 在随后的八年时光中, 爱因斯坦经过艰苦曲折的努力, 在 1915 年底完成了关于引力的相对论性理论——广义相对论.

广义相对论可以简单地用几句话来概括:

- (1) 广义相对论是爱因斯坦关于空间、时间和引力的理论.
- (2) 广义相对论是引力的相对论性理论.
- (3) 在广义相对论中, 引力并不单独存在, 它与时空融为一体. 简单地说,

$$\text{引力} = \text{时空}.$$

(4) 在广义相对论中, 时空是弯曲的, 而时空的弯曲程度, 即曲率刻画了引力的大小.

(5) 广义相对论被认为是经典物理中最漂亮的理论. 与其他理论的建立来源于实验不同, 它完全是靠纯粹思维和物理直觉建立起来的. 这为研究基础物理提供了新的方法论.

广义相对论中有两个最重要的公式. 一个是爱因斯坦方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}.$$

方程的左边完全是几何量, 方程的右边正比于物质的能动张量. 爱因斯坦方程告诉我们时空如何被能量和物质所改变. 另一个重要的公式是测地线 (也称短程线) 方

程

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{d\lambda} \frac{dx^\sigma}{d\lambda} = 0.$$

它告诉我们自由粒子如何在一个给定的弯曲时空中运动。

广义相对论在天体物理和宇宙学中发挥着核心作用。相对论性天体物理里，对黑洞、脉冲星、类星体以及恒星演化的研究中，广义相对论都是不可或缺的工具。宇宙学中，它是研究宇宙的演化发展、大尺度结构形成等问题的基本理论框架。随着数十年来天文观测所带动的宇宙学的发展，广义相对论大显身手，也迎来了更多的挑战。不久之前，广义相对论预言的引力波被直接观测到，这为利用引力波研究各种天体物理和宇宙学问题打开了窗口。可以期待在未来的数十年中，引力波物理及其理论框架都将是物理学研究的重要方向。

作为引力的相对论性理论，广义相对论在相对论性效应明显的场合尤为重要。相对论性效应在通常的狭义相对论中由粒子运动速度与光速之比  $v/c$  来表征，当粒子运动速度接近光速时，相对论性效应会很明显。考虑一个质量为  $M$ ，半径为  $R$  的球体，球面上物体的逃逸速度为  $\sqrt{2GM/R}$ 。如果该速度与光速相当，则相对论性效应将很明显。因此在引力系统中我们不妨以  $GM/(Rc^2)$  作为相对论因子。当  $GM/(Rc^2) \approx 1$  时，牛顿引力不再适用，我们必须利用广义相对论来讨论问题。另一方面，当相对论性因子  $GM/(Rc^2) \ll 1$  时，广义相对论应该近似为牛顿引力，它对牛顿引力的修正将非常小。对地球而言， $GM/(Rc^2) \approx 10^{-9}$ 。尽管这是一个非常小的量，但在精度要求很高的全球定位系统 (GPS) 中，这个相对论性效应也必须考虑。对太阳而言， $GM/(Rc^2) \approx 10^{-6}$ ，然而这个量造成的物理效应在实验上是可观测的。历史上对广义相对论的三大检验：水星近日点进动、光线偏折和时间延迟，都是在太阳系中完成的。而相对论性效应较明显的系统包括黑洞、中子星以及演化中的宇宙。比如具有一个太阳质量的中子星，其半径仅有 10 km， $GM/(Rc^2) \approx 0.1$ 。与中子星有关的系统，如双星系统是相对论天体力学的重要研究对象。而对黑洞系统， $GM/(Rc^2) \approx 0.5$ ，相对论性效应将非常明显。黑洞物理至今仍然是经典引力和量子引力的重要研究对象，在我们的课程中将被重点介绍。对于宇宙而言，如果其中存在某种物质，由于质量与半径的立方成正比，随着尺度的增大，相对论性因子将越来越大，所以为了正确描述宇宙学，我们也需要广义相对论。简而言之，广义相对论不仅在尺度很大的宇宙学和相对论天体物理中有重要的应用，在描述太阳系的行星运动、控制航天器的飞行，甚至我们身边的全球定位系统中也都发挥着关键的作用。

关于广义相对论的中英文书籍已经不少了。英文著作方面有很多非常好的专著，但对于初学者来说学习英文著作仍显困难。而中文著作方面，优秀之作同样不少，但我感觉缺乏一本难度适中，学习完以后能够让读者很快进入研究前沿的著作。

试读结束：需要全本请在线购买：[www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)

鉴于引力研究方面的科研论文大量使用微分几何的语言,有必要让读者尽快掌握这套技术和语言.因此,在过去十余年里,在北京大学针对研究生和本科生的“广义相对论”一学期课程中,我尝试用微分几何语言介绍广义相对论的基础内容.实践证明这是可行的.由于课时的限制(64课时),在课程中,我们不得不牺牲了一部分数学的严谨性.本书的内容超出了一个学期广义相对论课程的内容,建议在使用时有所选择.如果课程限制在一个学期里,可以只介绍广义相对论的数学基础、爱因斯坦方程的建立、球对称时空、广义相对论的经典实验检验、黑洞物理和引力波等内容.

本书的内容安排如下.第一部分包括三章,介绍了狭义相对论的主要知识.为了使读者尽快地熟悉几何的语言,在第一章中我们利用闵氏时空介绍了狭义相对论的基本内容,包括其基本假定、物理效应、狭义相对论中的运动学和动力学,并介绍了如何建立观测者的参考系以及测量的含义.在第二章中我们初步介绍了与坐标无关的矢量、对偶矢量和一般张量的定义,以及张量运算的基本技术,并介绍了能动张量的定义.在第三章中我们利用几何的语言重新对电动力学进行了讨论.前三章的内容是对狭义相对论内容的回顾,只不过应用了几何的语言.我们尽量做到讲解的自洽,因此内容显得有点多,在授课过程中可以自行删减.

本书的第二部分介绍了广义相对论的数学基础.在第四章中,我们简单回顾了牛顿引力并讨论了它与相对论性原理的不相容性.我们介绍了等效原理,包括弱等效原理和爱因斯坦的等效原理.之后,我们进一步讨论了引力红移、GPS系统以及引力红移如何暗示着时空几何并非平坦的.第五、六、七章系统介绍了广义相对论的数学基础,包括流形、张量场、联络、平行移动、测地线和曲率张量等.在第五章中,我们介绍了流形的基本概念,以及流形上的张量场和张量分析.在第六章中,我们介绍了联络、协变导数、平行移动的概念,并进一步介绍了测地线及其物理意义.此外,我们还介绍了李导数、费米-沃克尔移动以及观测者参考系的建立.在第七章中,我们引进了各种曲率张量、挠率张量,并介绍了基灵矢量及其物理意义.

本书的第三部分介绍了爱因斯坦方程和球对称解.我们在第八章中介绍了爱因斯坦方程,以及如何利用作用量原理推导爱因斯坦方程,并简单介绍了与爱因斯坦方程相关的一些内容,如能量条件、雷乔杜里(Raychaudhuri)方程、初值问题等.在第九章中,我们讨论爱因斯坦方程的球对称解——史瓦西时空,并在其中讨论广义相对论的实验检验,包括三大经典实验:引力红移、水星近日点进动和光线偏折.我们也介绍了其他实验:引力时钟实验和测地进动实验.此外,我们还介绍了相对论性天体物理中的一些内容.

本书的第四部分集中讨论黑洞的物理.在第十章中,我们介绍史瓦西黑洞中的物理,包括不同观测者的观测效应、时空的最大延拓、黑洞的形成等.在第十一章中,我们对黑洞做了一些一般性的介绍,内容包括彭罗斯-卡特图、各种视界的定

义、表面引力的物理意义等。这一章的内容较难,建议在初学时可以跳过。在第十二章中,我们介绍了带电球对称黑洞及其中的新物理。在第十三章中,我们首先在弱场近似下讨论了转动对时空的影响,并讨论了引磁场的物理效应。我们进一步介绍了旋转克尔黑洞,并仔细讨论了它的物理,包括彭罗斯过程等。在第十四章中,我们介绍了在渐近平坦时空中能量和角动量的定义,并讨论了黑洞的热力学,简单介绍了霍金辐射。

在本书的最后两章中,我们分别介绍了引力波和宇宙学。在第十五章中,我们较系统地在线性化引力的框架下讨论了引力波,包括真空中的引力波及其观测效应、引力波的产生以及引力辐射的能量损耗等。我们也简要介绍了引力波的探测。最后,在第十六章中,我们简单介绍了宇宙学的基本知识,包括爱因斯坦的宇宙学原理、FRW 宇宙及各种宇宙学模型。

本书主要讨论了广义相对论的基础知识,对一些高级的专题只是简单地介绍,甚至没有介绍。略去的专题包括初值问题、 $3+1$  分解和哈密顿形式、时空的大尺度结构、黑洞的微扰与拟正则模等。我们也没有机会介绍与引力相关的半经典效应,其中包括弯曲时空的量子场论、欧氏化引力和黑洞热力学等。限于篇幅,我们对宇宙学的介绍是比较简单的,很多前沿的内容都只好割爱了,包括暴胀、大尺度结构的产生等等。这些内容读者在学习完本书以后可以根据研究兴趣进一步地学习。很多前沿的研究内容可以在下面的网站上找到: <http://www.springer.com/gp/livingreviews/relativity/lrr-articles>。

尽管广义相对论是一门相对独立的课程,但学习它也需要对经典物理有足够的了解。由于篇幅所限,我们不能把所有的基础知识都包含在这本书里。在学习本书之前,读者最好有狭义相对论的基础知识,学习过电动力学以及分析力学。其中对电磁场的了解需要比较深入,熟悉拉氏量、欧拉-拉格朗日方程和作用量原理。在数学方面,我们要求读者对高等数学中多变量微积分、线性代数和微分方程有比较好的了解。这门课原来的授课对象是研究生,因此会用到一些量子场论、群论的知识,但这些并不是必需的。多年的教学表明,高年级本科生学习这门课程没有任何问题。本书中有的章节对于初学者较有难度,我们以 \* 在章节前标明,请读者量力而行。

广义相对论是一门技术性很强的课程。为了很好地掌握其中的技术细节,有必要做大量的练习。本书每一章之后都有习题供读者学习时使用。

本书的完成得到了很多朋友和同学的帮助,在此一并表示感谢。首先,我要感谢过去十二年中参加“广义相对论”课程的各位同学,他们对课程的参与是我完成此书最大的动力。其次我要感谢我的研究合作者,他们激励我更深入地思考与引力相关的各种问题。此外,我向各位前辈学习到了关于广义相对论的各方面知识,特别是吴可老师、张元仲老师、黄超光老师、梁灿彬老师,和已故的郭汉英老师、阎

沐霖老师. 尤为重要的是, 在“暗能量及其基本理论”高级研讨班中, 我从各位与会者的报告和讨论中受益匪浅, 特别是蔡荣根、高怡泓、李森、卢建新、吕宏、王斌、赵柳、荆继良、余洪伟、龚云贵、郭宗宽、黄庆国、朴云松、刘玉孝、李明哲、吴普训、曹利明、张鑫、宋伟等. 最后, 感谢北京大学出版社刘啸编辑的认真工作和宝贵意见.

由于作者水平有限, 书中错误肯定不少, 敬请专家、读者指正. 发现错误请与我联系<sup>①</sup>.

陈斌

2018年3月于燕东园

---

<sup>①</sup>电子邮箱: bchen01@pku.edu.cn.

# 目 录

第一章 狭义相对论	1
§1.1 狭义相对论的几何诠释	1
§1.2 狭义相对论中的运动学	15
§1.3 观测者和观测	27
*附录 1.1 洛伦兹群的进一步介绍	33
习题	35
第二章 狭义相对论中的张量运算	38
§2.1 矢量	38
§2.2 对偶矢量	40
§2.3 张量	43
§2.4 张量运算	45
§2.5 狭义相对论中的理想流体	48
习题	59
第三章 电动力学和狭义相对论	61
§3.1 麦克斯韦方程	61
§3.2 磁性的相对论解释	65
*§3.3 托马斯进动	67
*§3.4 电磁场的作用量原理	70
§3.5 电磁辐射	73
附录 3.1 狭义相对论简史	75
习题	76
第四章 引力与几何	78
§4.1 牛顿引力与相对论原理的不相容性	78
§4.2 弱等效原理	81
§4.3 爱因斯坦等效原理	84
§4.4 引力红移	86
§4.5 全球定位系统 (GPS) 中的相对论修正	89

§4.6 引力与几何	90
习题	91
<b>第五章 弯曲时空基础——流形</b>	<b>92</b>
§5.1 流形	92
§5.2 切空间和余切空间	99
§5.3 张量	104
§5.4 度规张量场	105
*§5.5 非坐标基	115
§5.6 张量密度	116
§5.7 微分形式	118
习题	121
<b>第六章 联络与测地线</b>	<b>124</b>
§6.1 协变导数和仿射联络	124
§6.2 平行移动	137
§6.3 测地线	140
*§6.4 李导数	152
§6.5 费米-沃克尔移动	163
*§6.6 匀加速观测者参考系	169
*§6.7 转动参考系	175
习题	181
<b>第七章 曲率</b>	<b>185</b>
§7.1 曲率张量	185
§7.2 基灵矢量	200
§7.3 最大对称空间	204
*§7.4 自旋联络	207
*附录 7.1 内禀曲率和外曲率	218
习题	230
<b>第八章 爱因斯坦方程</b>	<b>233</b>
§8.1 测地偏离和引潮力	233
§8.2 爱因斯坦方程	238
§8.3 弱场近似	243
§8.4 等效原理回顾	247
§8.5 爱因斯坦方程的一般性讨论	249
§8.6 作用量原理	251
§8.7 广义相对论的修改理论	262
§8.8 能量条件	267



*§8.9 类时测地线的雷乔杜里方程	·270
*§8.10 零测地线的雷乔杜里方程	·277
*§8.11 共轭点	·280
*§8.12 初值问题	·282
§8.13 因果性	·286
习题	·289
<b>第九章 球对称史瓦西解</b>	·292
§9.1 稳态和静态时空	·292
§9.2 伯克霍夫定理	·295
§9.3 史瓦西时空中的测地线	·302
§9.4 广义相对论的经典实验检验	·310
§9.5 测地进动	·328
§9.6 相对论性天体物理	·332
附录 9.1 弗罗贝尼乌斯定理及其应用	·340
习题	·342
<b>第十章 史瓦西黑洞</b>	·347
§10.1 史瓦西黑洞	·348
§10.2 最大延拓史瓦西时空	·359
§10.3 黑洞的形成	·366
§10.4 星体内部的球对称几何	·370
§10.5 瓦迪亚时空	·377
§10.6 黑洞的观测	·379
习题	·380
<b>*第十一章 黑洞的一般性讨论</b>	·383
§11.1 彭罗斯-卡特图	·383
§11.2 事件视界	·389
§11.3 零超曲面	·394
§11.4 基灵视界	·396
§11.5 表面引力的物理意义	·399
§11.6 任德勒时空	·400
§11.7 表面引力与霍金温度	·404
§11.8 表观视界	·407
§11.9 奇点定理	·410
习题	·412