W.Weidlich G.Haag

Concepts and Models of a

Quantitative Sociology

The Dynamics of Interacting Populations

社会学の数学モデル

東海大学出版会

社会学の数学モデル

1986年4月20日　第1刷発行

訳　者　寺本　英
中島　久男
重定南奈子
発行者　山田　渉

発行所　東海大学出版会
東京都新宿区新宿3－27－4　東海ビル
電話（03)356-1541～4　振替・東京0-46614

ISBN4-486-00919-3

（株）にゅうぶらん社／港北出版印刷（株）/（株）石津製本所

この書の出版にあたって

Springer のシナジェティクスのシリーズとして，これまでに出版されてきた本は，ほとんど例外なく，物理学，化学および生物学の分野での自己組織化による構造形成の問題を扱ったものであったが，Weidlich と Haag によるこの本では，社会における“構造”あるいは“パターン”の形式という問題が論じられる．もともと，物理学の分野で展開されてきた考え方や手法を使って，複雑な社会現象を取り扱うというのは，一見いかにも大胆な企てのように思えるかも知れない．しかし，最近 10 年間ほどの間に，幅広くいろいろな分野にわたって数多くの現象に対し，ある統一的な考え方が適用できることがわかってきた．特に，対象とするシステムが多くの成分あるいは個体から構成されていて，しかも巨視的に見たときに全体としてある構造を呈するような場合がそうである．社会学で対象となるようなものも含めて，一般に複雑な系が示す挙動に共通した類似性を論ずる理論の枠組として，私が 10 数年前に提唱したシナジェティクスがまさにそれである (H. Haken:Synergetics. An Introduction, このシリーズの第 1 巻)．すでに私がいろいろな機会に強調してきたように，このシナジェティクスの考え方の普遍性は，単に偶然的な理由によるのでもないし，物理学の法則の他の分野への拡張ということでもない．それは，相互作用をもった多数の構成部分からできているシステムが，共通して根底にもっている構造的性質，しかも厳密な数学的法則によって裏付けられる性質に由来しているのである．

物理学で用いられたこの考え方なり手法は，一般的にいって，2 つの方法で社会現象に適用できる．その 1 つは，構造的な類似性を基礎にした定性的な議論である．この線に沿っての議論は，私の著書 Erfolgsgeheimnisse der Natur; Synergetik: Die Lehre vom Zusammenwirken で述べられている．この本は英訳も出版されている．もう 1 つは詳細な数学的モデルを基礎にしたもので，10 年ほど前に私の共同研究者である Weidlich の研究から始まった．この定量的な手法は，この数年間の間に Weidlich と彼の共同研究者によって見事に精密な形に発展させられてきた．また G. Mensch との協力によって経済現象も取り扱われるようになっている．

社会現象の過程の数学的定式化が，物理科学とはまったく異なった種類の問題を提起しているということは，見逃すことのできない事実である．この本でそうした多くの問題が論じられているので，ここでは立ち入る必要はないけれども，ただ 1 つ重要なこととして，予測可能性という問題について触れておきたい．物理学では，出来事の経過はどんな将来にわたっても予言できるが，社会学では近い将来の出来事につい

てさえも予測が不可能であるという批判的な見方がしばしばされている．しかし，最近の数年間に，相転移理論やシナジェティクスの研究によって，物理的なシステムにおいても，その巨視的状態が急激に劇的な変化をすることがあるが，その結果どの巨視的状態が，実現するかは予言できないような状況があるということが明らかになっている．このような状況にある現象を研究するのが，物理学から社会学の分野にわたって共通した，シナジェティクスの主要な目的の1つである．

こうして，物理学と社会学（この中間に位置するだろう生物学も含めて）が，予測可能性という点に関しては，共通の線に引き戻されたが，やはりその間には本質的な違いがある．それは，一連の出来事の繰り返し，つまり再現が可能かどうかということである．物理学（宇宙物理学は例外として）では，同じ実験を何度でも繰り返すことができる．たとえ1回の実験では結果が不確定な場合でも，実験を十分に繰り返してみることによって，その実験結果の分布関数を理論と比較することによって両者が一致するかどうかを確かめることができる．このような分布関数は社会学でも実際に使われている．たとえば投票結果の分布もそうである．ところがこれに反して，社会現象での多くの過程は歴史的な性質をもっていて，再び繰り返されることのない，それ独自の出来事からなっている．このような場合でも，定量的なモデルは，世論の形成のような集団的現象のメカニズムについての洞察を与えてくれることができる，というこの本の著者の考えと私も同意見である．こうした分布が直接比較することができるような現象の調査と，そのモデル化が可能な問題は，まだ数多く残されている．

最後に，社会学の数学的モデル化にあたって，しばしば十分には説得し難い点として，モデルの基礎におかれた仮定とその結果についての解釈という問題がある．数学の抽象的世界が，現実の生活との整合性を与えられるのはこの点においてである．しかし，これらの問題は周到な議論によって克服されるだろうし，ある社会学的な問題を取り扱うのに，数学的なアプローチでは，どの仮定が意識的におかれ，どの仮定が無識的になされたかがむしろ明確になるという利点があると思っている．

この本は，社会学を学んでいる学生や研究者に，そしてたぶん他の分野の人達にも強い刺激と興味を感じさせるに違いない．

シュトットガルト，1982年秋

H. Haken

はしがき

最近10年足らずの間に，自然科学の分野で，物理学・化学から生物学にまでわたってのいろいろな法則をも包含するような，学際的で統一的な考え方が展開され，シナジェティクスとよばれる学問分野に集約されて，多くの顕著な成果が得られてきた．私達著者は，社会現象についての数学モデルの研究を発表してきていたが，このシナジュティクスの進歩に刺激を受け，その学際的考え方に呼応して，それに共通した一般的形式で，定量的社会学の新しい考え方を記述することに挑戦してみたいと思った．この本は，そうした目的を意図したものである．

自然科学で使われる数学的方法を社会科学（経済学を含めて）に持ち込むためには，まず両者で取り扱う対象の構造的類似性と相異する点とを考察しなければならないという一般的問題がひかえている．したがって，社会現象におけるいろいろな過程を定量化するに際して必要となる取り扱い方についての解釈とか，その適用限界については，ある程度の紙面をさかねばならない（第1章と第6章）．こうして，実際にこの持ち込みを実行してみると，統計物理学やシナジェティクスで使われている幾つかの数学的方法は，社会学の問題にも十分応用可能であることがわかる．そして，一方では社会システムの特性を考慮に入れるための新しい概念の導入が当然必要になる．

この本の構成をあらまし紹介しておこう．まず序章として，はじめに自然科学と社会科学の両方に適用できるような統一的な考え方について定性的に述べる．第2章では，定量的な社会学の問題の簡単な例として，“意見形成モデル”を取り扱う．ここで使われる数学的手法は，この章の中だけで十分理解できるように記述されている．第3章では，定量的社会学での幾つかの一般的な概念について説明し，その枠組に従って，第2章で与えた議論を一般化する．

この本の後半の部分，すなわち第4，5，6章では，幾つかの応用を紹介する．応用といっても，あまり平凡なものでは意味がないし，といってあまり複雑で，根底にある構造がはっきりつかめないようでも困る．こうした適切なモデルを選ぶことはそう容易ではない．ここでは，できるだけ社会科学の異なった分野から適切な応用例を選んできたつもりである．

第4章で取り扱うのは，出生，死亡および移住を考えた，従来の意味でのポピュレーション・ダイナミクスである．非線型効果と遠距離間の移住を考慮に入れたモデルを考える．人間社会のポピュレーションを考える場合には，移住の過程をモデル化することが重要だと思える．そうした意味で，普通取り扱われているポピュレーショ

ン・ダイナミクスと性格が異なるけれども，移住を含んだ Volterra-Lotka 過程は，ここで考えるモデルの特別な場合として含まれている．第5章では，経済学での応用例として，投資過程での Schumpeter 型の非平衡ゆらぎの問題を取り扱う．経済的状態変数と相関をもってなされる投資家の決断行動がどう展開してゆくかを記述するモデルを考える．最後に第6章では，視野を広げて，互いに相互作用しているマクロ社会を考える．いろいろな他の“世界モデル”に比べて，ここで提示する“ミニマル・モデル”はむしろ単純なモデルではあるが，政治心理学の巨視的変数を，社会の物質的視点との相互作用をも含めて考察するものになっている．この本の中で，多少専門的な方法や数学的手段が用いられている節には星印が付してあるので，最初はとばして読んでいただいてもよい．

私達のこの本を Springer のシナジェティクスのシリーズの1冊として出版するように配慮していただいた，Springer-Verlag の H. Lotsch 博士に感謝する．

友人であり，著者の1人(W. W)と共同研究者でもあり，この本の執筆に励ましをいただき，数年間にわたって有用な議論と示唆を与えてもらった，シナジェティクスの創始者 H. Haken 教授に感謝する．また，早くから社会現象を定量的な枠組みの中でとらえようという考え方に支持を与えていただいた，友人でもあり，われわれの理論物理学研究所のよき指導者である H. Frohlich 教授に感謝したい．

執筆中に，G. Mensch 教授からは経済学における非平衡問題についていろいろ教示いただき，特に第5章の“Schumpeter 時計”のモデルについては緊密な御協力をいただいた．心から感謝申し上げる．

研究所の友人や共同研究者，M. Wagner, G. Mahler, V. Weiss および H. Grabert 教授には多くの貴重な議論をしていただいた．H. G. E. Hentschel 博士は原稿の一部を詳細に読んで，多くの貴重な助言を，また C. Gee 博士は原稿全体にわたって訂正や改良の仕事をやっていただいた．厚く感謝の意を述べたい．

最後に，秘書の Eva Effenberg 嬢は度重なる原稿の改変にも拘らず，常に細心の注意と忍耐力をもって原稿のタイプをしていただいた．深甚の感謝をする次第である．

シュトットガルト，1982年6月

Wolfgang Weidlich・Giinter Haag

訳者まえがき

力学法則を基礎にして決定論的記述を信条とする物理学の世界でも，確率的予測のみが有効であり意味をもつような現象は少なくない．その典型的な例としてよく引き合いに出されるのがブラウン運動である．液体中に浮遊している微粒子が不規則な運動をするのは，その周囲で熱運動している液体分子との相互作用によってランダムな力を受けているためであるということを，物理学的立場からはじめて明確に示したのは A. Einstein (いわゆる Einstein の関係の発見) である．その後，P. Langevin は，粒子に働く不規則な力を考慮に入れた確率的な運動方程式によってブラウン運動を記述し，Einstein の関係を導き出すことに成功した．これが，この本の第1章で詳しく説明されている Langevin 方程式である．

ブラウン運動に限らず，互いに相互作用している多数の要素からできている系が示すマクロな性質の変動を考える場合，その変動の要因になっている要素間の相互作用や各要素のミクロな状態の変化については，その系の特性を考慮した確率的記述 (ミクロな状態の遷移確率の導入) がどうしても必要になる．このミクロな状態の確率的変化に基づいて系のマクロな観測量の変化を記述するさらに一般化された確率的運動方程式が，Fokker–Planck 方程式でありマスター方程式である．これらの方程式は統計物理学の発展の中できわめて重要な役割を果してきた．こうした多数の要素からなる物理・化学的な系の平衡状態での性質は統計力学によって記述されるが，そのマクロな状態の動的な変化を解析するための理論の基礎になっているのがこれらの確率的な運動方程式である．たとえば，相変化に伴う臨界ゆらぎの現象，化学反応系の時間的発展，あるいは秩序構造の形成過程などの問題が幅広く研究され多くの成果をおさめてきた．

ここで注意しておきたいことは，平衡状態での系のマクロな性質を記述する統計力学は，厳密にいえばその根底に系の「エルゴード性」とか「大数の法則」という前提条件が課せられているが，確率的運動方程式の構築ではこうした厳しい制約から解放されるということである．その理論構築の基礎となるミクロな状態についての遷移確率が対象とする系の特性を反映するように合理的な形で選定でき，かつそのミクロな状態によって系のマクロな性質を表す量が適切に表現できればよい．ということは，統計力学と比べてその適用範囲がずっと広いことを意味する．こうして物理学，化学に限らず生理学をも含めた広い分野にわたってこれらの確率的運動方程式が，系のマクロなレベルでの状態変化のダイナミクス，特に自己組織化の特性を把握する統一的理

論体系としてHakenが提唱したシナジェティクスでの有効な理論的基盤になっているのである．こうしたシナジェティクスの立場に立った理論的な考察が，互いに相互作用している生物個体群の動態，さらには人間の集団としての社会の政治的あるいは経済的状態の変動の解析や予測のためにも有効な手段として適用できるのではないかということは当然考えられることである．じっさい生物個体群の動態については，ポピュレーションダイナミクスの分野の一部として多くの研究がなされ，すでにその有効性が示されている．しかし，社会学・経済学に関連した問題について，はっきりした数学モデルを提示し，その解析を踏まえた議論をまとまった形で提示したのは，この本がはじめてであろう．W. WeidlichとG. Haagによるこの先駆的著作は，定量的社会学のひとつの新しい展開の道を切り開くものとして貴重な道標になるに違いない．

生物の世界と同様に，社会・経済システムでは平衡という概念は単に局所的あるいは暫時的状況のみを表現するものであって，システムの本質は絶えず揺れ動き時として大きな変革を示すその動的な特性にあることを考えると，今後こうしたダイナミカルな側面に重点を置いた研究がますますその重要性を増してゆくだろう．最近，進化生態学や行動生物学などの分野での新しい研究手段として注目されている生物の適応戦略論でのダイナミカルなゲーム理論を経済学の分野の問題に応用しようという試み（例えば，西山賢一『企業の適応戦略』中公新書1985）がなされているのも，この新しい方向を目指したものといってよいだろう．

さて，この本では数学モデルの基礎となっている確率的運動方程式の詳細な解説から始まって，その社会学的な問題への応用の手順が，その適用条件にも細心の注意をはらいながら論述されている．実際の応用例として，具体的に取りあげられているのはごく限られた問題ではあるが，それぞれのテーマについて数学モデルの設定から，その解析および結果の解釈が整然と記述されていて，著者の大膽な発想とともに問題意識に対する慎重な態度がうかがわれる．いままでの経験では，物理学や数学的内容をもった著書の翻訳をする場合には，なんとなく客観的な見方に立って内容を追うようになることが多いが，今回はいつのまにか著者の思考の世界に引きずり込まれて，さらにその先に開けている多くの社会学的な問題まで心に思い描きながら作業を進めることができた．しかし，なんといっても社会学・経済学の分野については全くの素人であり，誤解している箇所や適切でない訳語が少なくないと思われるが，読者の御教示が頂ければ誠に幸いである．いずれにせよこの訳書が，将来性のあるこの学際的研究分野の発展のための一助になることを願っている．

最後になったが，特に第5章の内容について種々御助言を頂いた立命館大学経済学

部の甲賀光秀教授に心から感謝を申し上げます．また，翻訳作業の遅延によってわずらわした精神的負擔に絶えながら，常に慈愛に充ちた励ましを与えて下さった東海大学出版会の本間陽子さんにかけた御苦労のお詫びと感謝の言葉を捧げさせて頂きます．

1986年1月

訳　者

目　次

1. 序論と概観 …… 1
1.1 自然科学におけるシナジェティクス …… 1
1.1.1 物理的および化学的システム …… 2
1.1.2 物理的および化学的システムでのダイナミクスと運動方程式 …… 3
1.2 社会学におけるシナジェティクスの考え方 …… 12
1.3 定量的な社会学の意義と限界 …… 17

2. 意見形成——半定量的社会学の基本的な例 …… 22
2.1 モデル …… 22
2.2 運動方程式 …… 23
2.2.1 $P(n;t)$ のマスター方程式 …… 23
2.2.2 $P(x;t)$ に対する Fokker-Planck 方程式 …… 26
2.2.3 $x(t)$ に対する Langevin 方程式 …… 29
2.2.4 平均値の方程式 …… 30
2.3 運動方程式の解 …… 32
2.3.1 定常解 …… 32
2.3.2 時間に依存する解 …… 34
2.4 遷移確率の指定とモデルの具体的な型 …… 44
2.5 モデルの社会的な解釈 …… 49

3. 定量社会学の基本概念 …… 59
3.1 態度空間，社会配位，状況空間 …… 59
3.2 社会配位に関する運動方程式 …… 62
3.2.1 マスター方程式 …… 62
3.2.2 確率方程式と Fokker-Planck 方程式 …… 66
3.2.3 Langevin（ランジュバン）方程式と Fokker-Planck 方程式 …… 71
3.2.4 平均値の近似式 …… 76
3.2.5 平均値に関する厳密な方程式 …… 78
3.3 傾向パラメターと状況ベクトルのダイナミクス …… 81
3.4 社会配位の包括的変数に対する平均値の方程式 …… 83

4. 集団の移住と出生死亡の過程 …… 92
4.1 一般モデル …… 93

4.2　相互作用する2つの集団が行う，都市の2つの部分の間の移住 ……… 97
4.2.1　マスター方程式，平均値，分散，Fokker-Planck 方程式 …… 98
4.2.2　適切な場合における方程式の解 …… 103
4.3　1つの集団内の出生－死亡過程 …… 120
4.3.1　確率的表現と決定論的方程式の比較 …… 120
4.3.2　多重ステップ出生－死亡過程 …… 131
4.4　移住と2種間の捕食－被捕食相互作用 …… 136
4.4.1　特定のモデルに対するマスター方程式と平均値方程式 …… 137
4.4.2　非線型移住のあるなしによる捕食－被食系の比較 …… 140

5．投資の不均衡理論“Schumpeter 時計” …… 150
5.1　序　論 …… 150
5.1.1　前述の考え方およびモデルとの関係 …… 150
5.1.2　目的，主題と Schmpeter 時計モデルの限界 …… 151
5.2　モデルにおけるマクロおよびミクロな経済的変数とそれらの相互関係 …… 153
5.2.1　戦略的投資 …… 153
5.2.2　投資家配位 …… 155
5.2.3　戦略的投資と投資家配位 …… 157
5.3　投資家相互作用モデルの構成 …… 158
5.3.1　投資家配位の運動方程式 …… 159
5.3.2　投資家の傾向に関する運動方程式 …… 165
5.3.3　閉じた運動方程式系 …… 167
5.4　方程式系の構造解析 …… 168
5.4.1　運動方程式の特異点 …… 168
5.4.2　安定性の解析 …… 170
5.4.3　リミットサイクルの存在定理 …… 171
5.5　モデルの数値計算 …… 175
5.5.1　理想時間における仮想的な経済運動のモデル解 …… 175
5.5.2　1956年から1978年の間のドイツ連邦共和国における戦略的産業投資の変化 …… 178

6．競争するマクロ社会の相互作用 …… 186
6.1　モデル構築における再検討 …… 186
6.2　最小モデル …… 189
6.2.1　モデルの包括変数 …… 189
6.2.2　運動方程式 …… 193
6.3　モデル方程式の解 …… 205
6.3.1　定常解 …… 206

6.3.2 非定常解の数値解析 …… 207
6.4 政治的な意味 …… 217

参考文献 …… 221

事項索引 …… 227

1．序論と概観

この本では，社会学で対象とするようないろいろな現象を取り上げ，それらのダイナミカルな側面に重点をおいて，定量的に記述するための理論の枠組みを展開する．ここで使用される理論の根底となる考え方は，自然科学において１つの学際的分野として認められるようになってきたシナジェティクスの範疇に属するものである．

第１章では，社会でのダイナミックな現象までもが，定量的あるいは少なくとも半定量的に記述することが何故可能であり，また実際にどの程度までできるのか，というそれほど自明ではない問いに対するざっとした説明を与えることにする．

まず第一に，はじめは物理学や化学で取り扱うようなシステムを対象にして展開されてきたシナジェティクスでの，幾つかの基本的な考え方を説明する．

次に，どのような社会現象にシナジェティクスの考え方がうまく利用でき，その有効な適用範囲はどう考えられるのか，という問題を考える．

第三に，ここで展開する定量的なアプローチと従来の社会学での考え方との関係について述べる．

1.1　自然科学におけるシナジェティクス

シナジェティクスとは，構成要素間に“協同的（cooperative）”な相互作用が働いているような，多成分からなる閉鎖あるいは解放系が示す，静的あるいは動的な集団的現象を取り扱う科学として定義されている［1.1−9］．

物理学，化学および生物学の分野では，シナジェテイクスマは，システムのマクロな視点からの構造の自己組織化における時間空間的な特性に重点をおいて研究されている［1.10−23］．それらの研究によって，細かく見ればまったく異なった性質の相互作用をもち，構成要素もまったく異なるいろいろなシステムが，このレベルで見ると緊密な類似性をもっていることが明らかにされてきた．このことはシナジェティクスの考え方が，従来の学問分野にとらわれない学際的普遍性をもっていることを示し

ている．この“シナジェティクス (synergetics)”という言葉と，その統一的な考え方を自然科学の中に導入したのが Haken である [1.1, 3, 10, 12].

そのような考え方を社会学の中に持ち込む前に，すでにその有効性と価値が確かめられている物理的化学的システムでの意義をまとめておくことにしよう．

1.1.1 物理的および化学的システム

物理学および化学では，システムを構成している基本要素は，その性質がよくわかっている．いろいろな素粒子や光子，あるいは原子や分子などが構成要素になっている．要素間の相互作用についても知られていて，素粒子間に働く基本的相互作用としては強い相互作用，電磁相互作用，弱い相互作用および重力相互作用があり，さらに複雑になると，化学結合にも関係する原子間の相互作用や，気体分子間に働く van der Waals の相互作用などがあるが，これらは基本的相互作用から導かれるものである．これらの構成要素，それらの位置と運動量ベクトル，およびそれら要素間の相互作用が物理的化学的システムのミクロなレベルを構成している．

一方では，多数の粒子からなるシステムが示す総体的に見た特性というのが，マクロなレベルでの実験によって比較的容易に把握することができる．

実験条件によってシステムが閉鎖系であるか開放系であるかが決まる．閉鎖系では，システムは固定した境界条件のもとにおかれ，システム内部での要素間相互作用はもちろんあるが，境界外部との相互作用はない．開放系では，システム内部での相互作用だけでなく，境界外部との相互作用も働いている．たとえば，境界を通して外部との間でエネルギーや粒子のやりとりがある場合である．

閉鎖系でも開放系でも，マクロなレベルでの性質は，比較的少数のマクロな観測量を使って特性づけることができる．こうした量を，ここでは包括変数 (grossvariable) あるいは巨視変数 (macrovariable) とよぶことにする．例をあげれば，圧力，密度，エントロピー，エネルギー流束，粒子流束など，さらに相関関数のようなマクロな状態や場とか粒子集団のダイナミックな時間空間的構造を特徴づけるいろいろなパラメターも巨視変数として考えられる．

開放系で，ある制御パラメター (control parameter) を変えることによって，そのシステムの外部条件を変化させられる場合，この制御パラメターがある特定の値をこしたところで，システムのマクロな性質が急激な変化を示すことがある．このような変化を相転移 (phase transition) とよんでいる [1.10, 11, 13, 14, 17, 24, 48].

相転移という現象は，本質的にはシステムの巨視的な秩序の変化だといってよい．そこで，この秩序の変化を特徴づける適切な巨視変数を選ぶことが重要となる．この

ような巨視変数を秩序パラメター(order parameter)とよんでいる．したがってこの秩序パラメターは，相転移が起るところで急激に増加するか，あるいは，減少するような性質をもった量になっている．

相転移の2つの例：

a) 一定の体積をもった箱の中に閉じ込められた一様な気体の温度を徐々に冷やしてゆくと，ある一定の臨界温度 T_c に達したところで，気体の一部は液化して気相と液相に分離する．この場合の制御パラメターは温度である．この秩序の巨視変化を特性づける秩序パラメターは，T_c 以下の温度で生じる気相と液相での密度の差である[1.25，3.8—11]．

b) レーザー光では，原子を励起状態へ励起させる光ポンピングの強さを，ある臨界のしきい値 p_c 以上に強めると，そこで急激にコヒーレント光の発生が起る．この場合の制御パラメターは光ポンピングの強さ p であり，発生したレーザー光の強度がレーザーの状態を特性づける秩序パラメターになる[1.11，12，26，27，28]．

a)の例は，平衡状態においての相転移であり，b)の例は平衡状態とはかけ離れたダイナミカルな状態での相転移である．

制御パラメターの値が相転移を起す臨界値に近づくと，システムはいわゆる臨界ゆらぎを示す．この臨界点付近での大きなゆらぎは，もちろん相転移と関係していて，秩序パラメターの変化を予期しての前ぶれだといってもよい．

たとえば，上に述べたa)の場合には，$T \gtrsim T_c$ でまだ一様な気体の状態を保ってはいるが，気相と液相への分離の前ぶれとして，密度の臨界ゆらぎが現れる．この密度のゆらぎは気体を通過する光を散乱させるので，いわゆるタンパク光とよばれる現象によって観察される．b)の場合にも $p \lesssim p_c$ つまりしきい値に達する少し前で，大きな光子強度のゆらぎが見られる．これは $p > p_c$ の新しい相での定常なレーザー光の発生の前ぶれである．

1.1.2 物理的および化学的システムでのダイナミクスと運動方程式*

統計物理学やシナジェティクスの1つの基本的課題は，多成分からなる物理的および化学的システムのマクロなレベルでの性質を，ミクロな視点での構成要素の性質から導き出すことである．そのためには，まず問題に応じてどのような巨視変数(秩序パラメターも含めて)を選ぶべきかを考え，その動的な変化を適切な運動方程式によって記述するということになる[1.49，50]．

* 訳者注　この本では運動方程式という言葉は広い意味で用いられており，状態と共に変化する量(状態変数やそれらの関数)の時間変化を記述する方程式を equations of motion とよんでいる．

巨視変数の選択と，それらの巨視変数に対する正確な運動方程式を形式的に基本的な立場から導出するための一般的な考え方についてはすでにいろいろ議論がなされている［1.29, 30］.

また一方では，こうした運動方程式を，システムについての適当な仮定と，幾つかの近似をおくことによって，現象論的立場から導出することもできる．これらの方程式として簡単でしかも直観的な形をもったものをここで取り上げて議論することにしよう．巨視変数に対する正確な運動方程式は，巨視変数の間の相互作用だけでなく微視変数の変化に起因するゆらぎをもったランダムな力も含んでいる［1.31−33, 51−53］.

現象論的立場あるいは基本的な力学の立場から導出された巨視変数に対する運動方程式として最も簡単な形をもっているのは "Langevin 方程式（Langevin equation)" である．これは時間 t についての1階の微分方程式の組

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = F_i(x_1, \dots, x_n) + f_i\,, \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{1.1}$$

で与えられる．ここで f_i はゆらぎをもったランダムな力，$F_i(x_1, \cdots, x_n)$ は一般に巨視変数 $x_j(t)$ の非線型の関数である［1.1, 3, 34］.

この記述の仕方は，ブラウン運動に対する Langivin 方程式を書いてみると理解しやすいだろう，それは

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{1}{m}p_i\,, \qquad \frac{dp_i}{dt} = -\gamma p_i + f_i\,, \qquad i = 1, 2, 3\,. \tag{1.2}^*$$

と書ける．

ここで，x_i および p_i はそれぞれ気体中に浮遊するブラウン粒子（ほこり）の位置と運動量である．この粒子の運動はまわりの気体分子の衝突によって影響を受ける．ブラウン粒子に働くこの力は，“システマティック (Systematic)” な部分 $-\gamma p_i$ と “ランダム (randam)” にゆらぐ成分 f_i とにわけて考えられる．もしランダムな力 f_i を無視すれば，ブラウン粒子は減衰運動を行い，最後には静止する．しかし，f_i の効果によ

---

* 訳者注　運動しているブラウン粒子が，まわりの気体分子の衝突によって受ける力を考えると，前方からの衝突と後方からの衝突による力の差が，平均として粒子の運動に対する抵抗として働く．この抵抗は粒子の速度に比例して大きくなる．これがシステマティックな部分 $-\gamma p_i$ であり，これを差し引いた部分がランダムなゆらぎの力 f_i となる．(1.2) で $f_i=0$ とおいたシステマティックな運動の解は

$$x_i(t) = x_i(0) + \frac{p_i(0)}{\gamma m}(1 - e^{-\gamma t})$$

となるが，図1.1は，$p_i(0) = -\gamma m x_i(0)$ と置いた特別な場合を図示したものである．