第三版序言

在这第三版基本上沒有什么改变，仅对个别問題的叙述更加确切并改正了答案中的一些錯誤。

我对于 И. А. 瓦因什金及 М. Л. 斯摩尔揚斯基两位副教授协助校正答案在此表示衷心的感謝。

Б. П. 吉米多維奇

1956 年于莫斯科

第二版序言

在这第二版中接受了許多教师的意見，增加很多有关数学分析各主要章节的計算性的习題。增加的习題和例題有一千以上，大部分是关于求极限、微分法、不定积分与定积分、級数与变量代换的問題。同时根据各种考虑，删去了一些題目。由于材料叙述的方便在第四与第五两章內改变了个别几节的先后次序。此外，在习題集中某些地方的标題也更明确了。与从前一样，在习題集中特别注意措辞的准确性，并詳細地說明某些公式成立的条件。为了使用的方便，在习題集里采用了問題的統一編号。在书末添有附录，其中包含重要常数及最常用的函数表。

国立莫斯科(罗蒙洛索夫)大学数学分析教研室主任 Н. Д. 阿伊任什达特及 З. М. 克什克拉副教授預先校閱第二版的手稿，特此志謝。

Б. П. 吉米多維奇

1953 年于莫斯科

証明:

$$\lim_{n\to\infty}[\varphi(\alpha_{1n})+\varphi(\alpha_{2n})+\cdots+\varphi(\alpha_{nn})]=\lim_{n\to\infty}[\psi(\alpha_{1n})+$$
$$+\psi(\alpha_{2n})+\cdots+\psi(\alpha_{nn})], \tag{1}$$

此处假定等式(1)右端的极限存在。

利用上边的定理,求

632. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\sqrt[3]{1+\frac{k}{n^2}}-1\right)$。 **633**. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\sin\frac{ka}{n^2}\right)$。

634. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(a^{\frac{k}{n^2}}-1\right)\quad(a>0)$。

635. $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n^2}\right)$。 **636**. $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\cos\frac{ka}{n\sqrt{n}}$。

637. 叙列 x_n 由以下的等式所給定:

$$x_1=\sqrt{a},\ x_2=\sqrt{a+\sqrt{a}},\ x_3=\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a}}},\cdots(a>0)。$$

求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$。

638. 函数叙列

$$y_n=y_n(x)\quad(0\leqslant x\leqslant 1)$$

用以下的方法来确定:

$$y_1=\frac{x}{2},\ y_n=\frac{x}{2}-\frac{y_{n-1}^2}{2}\quad(n=2,\ 3,\ \cdots)。$$

求 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$。

639. 函数叙列

$$y_n=y_n(x)\quad(0\leqslant x\leqslant 1)$$

用下面的方法来确定:

$$y_1=\frac{x}{2},\ y_n=\frac{x}{2}+\frac{y_{n-1}^2}{2}\quad(n=2,\ 3,\ \cdots)$$

求 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$。

$$\int \frac{\alpha x^2+2\beta x+\gamma}{(ax^2+2bx+c)^2}\,dx$$

为有理函数?

利用各种方法,計算下列积分:

1903. $\int \frac{x^3}{(x-1)^{100}}\,dx$。　**1904**. $\int \frac{x\,dx}{x^8-1}$。

1905. $\int \frac{x^3dx}{x^8+3}$。　**1906**. $\int \frac{x^2+x}{x^6+1}\,dx$。

1907. $\int \frac{x^4-3}{x(x^8+3x^4+2)}\,dx$。　**1908**. $\int \frac{x^4dx}{(x^{10}-10)^2}$。

1909. $\int \frac{x^{11}dx}{x^8+3x^4+2}$。　**1910**. $\int \frac{x^9dx}{(x^{10}+2x^5+2)^2}$。

1911. $\int \frac{x^{2n-1}}{x^n+1}\,dx$。　**1912**. $\int \frac{x^{3n-1}}{(x^{2n}+1)^2}\,dx$。

1913. $\int \frac{dx}{x(x^{10}+2)}$。　**1914**. $\int \frac{dx}{x(x^{10}+1)^2}$。

1915. $\int \frac{1-x^7}{x(1+x^7)}\,dx$。

1916. $\int \frac{x^4-1}{x(x^4-5)(x^5-5x+1)}\,dx$。

1917. $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1}\,dx$。　**1918**. $\int \frac{x^2-1}{x^4+x^3+x^2+x+1}\,dx$。

1919. $\int \frac{x^5-x}{x^8+1}\,dx$。　**1920**. $\int \frac{x^4+1}{x^6+1}\,dx$。

1921. 試导出計算积分

$$I_n=\int \frac{dx}{(ax^2+bx+c)^n}\quad (a\neq 0)$$

的递推公式。

利用这个公式計算

$$I_3=\int \frac{dx}{(x^2+x+1)^3}。$$

提示　利用恒等式

(б) $f(x)=\sqrt{x}\quad [0\leqslant x\leqslant 1]$；

(в) $f(x)=2^x\quad [0\leqslant x\leqslant 10]$。

2183. 分閉区間 $[1, 2]$ 为 n 份，使这 n 份的长构成一等比級数，以求函数 $f(x)=x^4$ 在 $[1, 2]$ 上的积分下和。当 $n\to\infty$ 时此和的极限等于甚么？

2184. 从积分的定义出发，求

$$\int_0^T (v_0+gt)\,dt,$$

其中 v_0 及 g 为常数。

以适当的方法进行积分区間的分段，把积分看作是对应的积分和的极限，来計算定积分。

2185. $\int_{-1}^{2} x^2\,dx$。　**2186**. $\int_0^1 a^x\,dx\quad (a>0)$。

2187. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$。　**2188**. $\int_0^x \cos t\,dt$。

2189. $\int_a^b \frac{dx}{x^2}\quad (0<a<b)$。

提示　令 $\xi_i=\sqrt{x_i x_{i+1}}\quad (i=0, 1, \cdots, n)$。

2190. $\int_a^b x^m\,dx\quad (0<a<b;\ m\neq -1)$。

提示　选擇諸分点，使它們的横坐标 x_i 构成一等比級数。

2191. $\int_a^b \frac{dx}{x}\quad (0<a<b)$。

2192. 計算布阿桑积分

$$\int_0^{\pi} \ln(1-2\alpha\cos x+\alpha^2)\,dx$$

当：　(a) $|\alpha|<1$；　(б) $|\alpha|>1$。

提示　分解多項式 $\alpha^{2n}-1$ 为二次因式。

2193. 設函数 $f(x)$ 及 $\varphi(x)$ 在 $[a, b]$ 上連續，証明

2307. $\int(-1)^{[x]}dx$。

2308. $\int_0^x f(x)dx$, 其中 $f(x)=\begin{cases}1 & 若\ |x|<l, \\ 0 & 若\ |x|>l。\end{cases}$

計算下列有界非連續函数的定积分:

2309. $\int_0^3 \operatorname{sgn}(x-x^3)dx$。 **2310**. $\int_0^2 [e^x]dx$。

2311. $\int_0^6 [x]\sin\frac{\pi x}{6}dx$。 **2312** $\int_0^{\pi} x\operatorname{sgn}(\cos x)dx$。

2313. $\int_1^{n+1}\ln[x]dx$,其中 n 为自然数。

2314. $\int_0^1 \operatorname{sgn}[\sin(\ln x)]dx$。

2315. 求$\int_E |\cos x|\sqrt{\sin x}\,dx$, 其中 E 为閉区間 $[0, 4\pi]$ 中使被积分式有意义的一切值所成之集合。

§3. 中值定理

1° 函数的平均值 数

$$M[f]=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

称为函数 $f(x)$ 在区間$[a, b]$上的平均值。

若函数 $f(x)$ 在$[a, b]$上連續,則可求得一点 $C\in(a, b)$适合

$$M[f]=f(c)。$$

2° 第一中値定理 若: (1) 函数 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 于閉区間$[a, b]$上有界并可积分; (2)当 $a<x<b$ 时,函数 $\varphi(x)$ 不变号,則

$$\int_a^b f(x)\varphi(x)dx=\mu\int_a^b \varphi(x)dx,$$

式中 $m\leqslant\mu\leqslant M$ 及 $m=\inf\limits_{a<x<b} f(x)$, $M=\sup\limits_{a<x<b} f(x)$; (3)除此而外,若函数 $f(x)$ 于閉区間 $[a, b]$ 上連續,則 $\mu=f(c)$, 其中 $a\leqslant c\leqslant b$。

3997. $xy=a^2$, $xy=2a^2$, $y=x$, $y=2x$ $(x>0;\ y>0)$。

3998. $y^2=2px$, $y^2=2qx$, $x^2=2ry$, $x^2=2sy$

$(0<p<q;\ 0<r<s)$。

3999. $\sqrt{\frac{x}{a}}+\sqrt{\frac{y}{b}}=1$, $\sqrt{\frac{x}{a}}+\sqrt{\frac{y}{b}}=2$, $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$, $4\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

$(a>0,\ b>0)$。

4000. $\frac{x^2}{\lambda}+\frac{y^2}{\lambda-c^2}=1$, 其中 λ 取下列各值：$\frac{1}{3}c^2$, $\frac{2}{3}c^2$, $\frac{4}{3}c^2$, $\frac{5}{3}c^2$ $(x>0,\ y>0)$。

4001. 求由橢圓

$$(a_1x+b_1y+c_1)^2+(a_2x+b_2y+c_2)^2=1$$

(其中 $\delta=a_1b_2-a_2b_1\neq 0$)所界的面积。

4002. 求由橢圓

$$\frac{x^2}{\operatorname{ch}^2 u}+\frac{y^2}{\operatorname{sh}^2 u}=c^2 \quad (u=u_1,\ u_2)$$

和双曲綫

$$\frac{x^2}{\cos^2 v}-\frac{y^2}{\sin^2 v}=c^2 \quad (v=v_1,\ v_2)$$

$$(0<u_1<u_2;\ 0<v_1<v_2;\ x>0,\ y>0)$$

所界的面积。

提示 令 $x=c\operatorname{ch} u\cos v$, $y=c\operatorname{sh} u\sin v$。

4003. 求用平面 $x+y+z=b$ 与曲面 $x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz=a^2$ 相截所得截断面之面积。

4004. 求用平面 $z=1-2(x+y)$ 与曲面 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$ 相截所得截断面之面积。

§ 3. 体积的計算法

设柱体上頂是連續的曲面 $z=f(x,y)$，下底是平面 $z=0$，及側面为从平

这个积分的特性在于它与曲綫 C 的方向无关。

2° 第一型曲綫积分在力学方面的应用　若 $\rho=\rho(x, y, z)$ 为曲綫 C 在流动点 (x, y, z) 的綫密度，则曲綫 C 的质量等于

$$M=\int_C \rho(x, y, z)ds。$$

此曲綫的重心坐标 (x_0, y_0, z_0) 由下面的公式来表示

$$x_0=\frac{1}{M}\int_C x\rho(x, y, z)ds,\quad y_0=\frac{1}{M}\int_C y\rho(x, y, z)ds,$$

$$z_0=\frac{1}{M}\int_C z\rho(x, y, z)ds。$$

3° 第二型的曲綫积分　若函数 $P=P(x, y, z)$，$Q=Q(x, y, z)$，$R=R(x, y, z)$ 在曲綫(1)上的各点上是連續的，这曲綫的方向是使参数 t 增加的方向，则

$$\int_C P(x, y, z)dx+Q(x, y, z)dy+R(x, y, z)dz=$$

$$=\int_{t_0}^{T}\{P[x(t), y(t), z(t)]x'(t)+Q[x(t), y(t), z(t)]y'(t)+$$
$$+R[x(t), y(t), z(t)]z'(t)\}dt。\quad (2)$$

当曲綫 C 环行的方向变更时此积分的符号也变更。在力学上积分(2)是当其作用点描繪出曲綫 C 时变力 $\{P, Q, R\}$ 所作的功。

4° 全微分的情形　若

$$P(x, y, z)dx+Q(x, y, z)dy+R(x, y, z)dz=du,$$

式中 $u=u(x, y, z)$ 为域 V 内的单值函数，则与完全位于域 V 内的曲綫 C 的形状无关，而有：

$$\int_C Pdx+Qdy+Rdz=u(x_2, y_2, z_2)-u(x_1, y_1, z_1),$$

式中 (x_1, y_1, z_1) 为路徑的始点，(x_2, y_2, z_2) 为路徑的終点。最簡单的情况是域 V 是单联通的而函数 P, Q, R 有連續的一級偏导函数，对于此事的充分而且必要的条件为：在域 V 内，下列条件恒滿足：

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x},\quad \frac{\partial Q}{\partial z}=\frac{\partial R}{\partial y},\quad \frac{\partial R}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial z}。$$

这时，函数 u 可按下面的公式来求得

$$u(x, y, z)=\int_{x_0}^{x}P(x, y, z)dx+\int_{y_0}^{y}Q(x_0, y, z)dy+\int_{z_0}^{z}R(x_0, y_0, z)dz,$$

其中 (x_0, y_0, z_0) 为域 V 内某一固定的点。

$$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)\quad [0\leqslant z\leqslant 1]$$

的质量,此壳的密度按規律 $\rho=z$ 而变更。

4353. 求密度为 ρ_0 的均匀球壳

$$x^2+y^2+z^2=a^2\quad (z\geqslant 0)$$

对于 Oz 軸的轉动慣量。

4354. 求密度为 ρ_0 的均匀錐面壳

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=0\quad (0\leqslant z\leqslant b)$$

对于直綫

$$\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z-b}{0}$$

的轉动慣量。

4355. 求均匀的曲面

$$z=\sqrt{x^2+y^2}$$

被曲面 $x^2+y^2=ax$ 所割下部分的重心的坐标。

4356. 求均匀曲面

$$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}\quad (x\geqslant 0;\ y\geqslant 0;\ x+y\leqslant a)$$

的重心的坐标。

4357. 密度为 ρ_0 的均匀截圓錐面

$$x=r\cos\varphi,\ y=r\sin\varphi,\ z=r\,(0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi,\ 0<b\leqslant r\leqslant a)$$

以怎样的力吸引质量为 m 位于該曲面頂点的质点?

4358. 求在点 $M_0\,(x_0,\ y_0,\ z_0)$ 的密度为 ρ_0 的均匀球壳 x^2+ $+y^2+z^2=a^2$ 的位,卽:計算积分

$$u=\iint_S\frac{\rho_0 dS}{r},$$

式中 $$r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}。$$

4359. 計算

$y'''=\varphi'^3(x)f'''(\varphi(x))+3\varphi'(x)\varphi''(x)f''(\varphi(x))+\varphi'''(x)f'(\varphi(x))$。**1130**. (a) $e^x dx^2$ (б)$e^x(dx^2+d^2x)$。 **1131**. $\frac{dx^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$。 **1132**. $\frac{2\ln x-3}{x^3}dx^2\,(x>0)$。
1133. $x^x\left[(1+\ln x)^2+\frac{1}{x}\right]dx^2$。 **1134**. $ud^2v+2du\,dv+vd^2u$。
1135. $\frac{(vd^2u-ud^2v)-2dv(v\,du-u\,dv)}{v^3}(v>0)$。 **1136**. $u^{m-2}v^{n-2}\{[m\times\times(m-1)v^2du^2+2mnuv\,du\,dv+n(n-1)u^2dv^2]+uv(mv\,d^2u+nu\,d^2v)\}$。
1137. $a^u\ln a(du^2\ln a+d^2u)\,(a>0)$。 **1138**. $[(v^2-u^2)du^2-4uv\,du\,dv++(u^2-v^2)dv^2+(u^2+v^2)(u\,d^2u+v\,d^2v)](u^2+v^2)^{-2}(u^2+v^2>0)$。
1139. $[-2uv\,du^2+2(u^2-v^2)\,du\,dv+2uv\,dv^2+(u^2+v^2)(vd^2u-u\,d^2v)]\times\times(u^2+v^2)^{-2}(u^2+v^2>0)$。 **1140**. $y''=\frac{3}{4(1-t)}$; $y'''=\frac{3}{8(1-t)^3}\,(t\neq1)$。
1141. $y''=-\frac{1}{a\sin^3 t}$; $y'''=-\frac{3\cos t}{a^2\sin^5 t}$($t\neq k\pi$, k 为整数)。 **1142**. $y''==-\frac{1}{4a\sin^4\frac{t}{2}}$; $y'''=\frac{\cos\frac{t}{2}}{4a^2\sin^7\frac{t}{2}}$($t\neq 2k\pi$, k 为整数)。 **1143**. $y''==\frac{-e^{-t}}{\sqrt{2}\cos^3\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}$; $y'''=\frac{e^{-2t}(2\sin t+\cos t)}{\sqrt{2}\cos^5\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}\left(t\neq\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k=0,\ \pm1,\ \cdots\right)$。
1144. $y''=\frac{1}{f''(t)}$; $y'''=-\frac{f'''(t)}{f''^3(t)}[f''(t)\neq0]$。 **1145**. $x'=\frac{1}{y'}$; $x''=-\frac{y''}{y'^3}$; $x'''=-\frac{y'y'''-3y''^2}{y'^5}$; $x^{\mathrm{IV}}=-\frac{y'^2y^{\mathrm{IV}}-10y'y''y'''+15y''^3}{y'^7}$ $(y'\neq0)$。 **1146**. $-\frac{x}{y}$, $-\frac{25}{y^3}$, $-\frac{75x}{y^5}$; $-\frac{3}{4}$, $-\frac{25}{64}$, $-\frac{225}{1024}$。
1147. $\frac{p}{y}$, $-\frac{p^2}{y^3}$, $\frac{3p^3}{y^5}$。 **1148**. $y'=\frac{2x-y}{x-2y}$, $y''=\frac{b}{(x-2y)^3}$; $y'''==\frac{54x}{(x-2y)^5}$。 **1149**. $y'=\frac{2x^3y}{1+y^2}$; $y''=\frac{2x^2y}{(1+y^2)^3}[3(1+y^2)^2+2x^4(1-y^2)]$。
1150. $y'=\frac{x+y}{x-y}$; $y''=\frac{2(x^2+y^2)}{(x-y)^3}$。 **1151**. $a=\frac{1}{2}f''(x_0)$; $b=f'(x_0)$; $c=f(x_0)$。 **1152**. $20-10t$, -10; 0, -10。 **1153**. $v=-\frac{2\pi a}{T}\sin\frac{2\pi}{T}t$; $j=-\frac{4\pi^2a}{T^2}\cos\frac{2\pi}{T}t$。 **1154**. $x=v_0t\cos\alpha$, $y=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}$; $v==\sqrt{v_0^2-2v_0g\,t\sin\alpha+g^2t^2}$, $j=g$; $y=x\,\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$; $\frac{\sin^2\alpha}{2g}$;

时函数是单调的。当 $x=+0$ 时边界的极小值 $y=0$。渐近線 $y=e\left(x-\frac{1}{2}\right)$。

1530. 函数为正的。关于 Oy 軸对称。不連續点：$x=\pm 1$。当 $x=0$ 时极小值 $y=e$；当 $x=\pm\sqrt{3}$ 时极大值 $y=\frac{1}{4\sqrt{e}}\approx 0.15$。四个拐点。渐近線：当 $x\to -1+0$ 时，$x=-1$；当 $x\to 1-0$ 时，$x=1$；当 $x\to\infty$ 时，$y=0$。**1531**. 函数 x 及 y 是非負的；当 $t=-1$ 时 $x_{极小}=0$；当 $t=1$ 时 $y_{极小}=0$ 时；当 $t>-1$ 是凹的；当 $t<-1$ 时是凸的。 **1532**. 与坐标軸的交点：当 $t=0$ 时为 $(0,0)$ 当 $t=\pm\sqrt{3}$ 为 $(\pm 2\sqrt{3}-3,0)$ 和当 $t=2$ 时为 $(0,-2)$。当 $t=1$（上升的点）时 $x_{极大}=1$ 和 $y_{极大}=1$；当 $t=-1$ 时 $y_{极小}=-2$。当 $t<1$ 时是凹的和当 $t>1$ 时是凸的。 **1533**. 与坐标軸的交点：当 $t=0$ 时为 $(0,0)$。当 $t=0$ 时 $x_{极大}=0$，当 $t=2$ 时 $x_{极小}=4$；当 t 增加时 y 减小。当 $t\approx -0.32$（近似地）时拐点 $(-0.08;0.3)$。渐近線：$y=0$，$x=-\frac{1}{2}$ 和 $y=\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$。 **1534**. 与 Oy 軸的交点：当 $t=0$ 时为 $(0,1)$；与 Ox 軸的交点：当 $t=\infty$ 时为 $(-1,0)$。边界的极值：当 $t=0$ 时 $x_{极小}=0$ 和 $y_{极大}=1$；当 $t=\infty$ 时 $x_{极大}=-1$ 和 $y_{极小}=0$。无拐点。渐近線 $y=\frac{1}{2}$。当 $|t|>1$ 时是凹的和当 $|t|<1$ 时是凸的。

1535. x 和 y 为正的。当 $t=0$（上升的点）时 $x_{极小}=1$ 和 $y_{极小}=1$。当 $t<0$ 时是凹的；当 $t>0$ 时是凸的。当 $t\to+\infty$ 时，渐近線 $y=2x$。 **1536**. 基本域：$0\leqslant t\leqslant\pi$。与坐标軸的交点：当 $t=\frac{\pi}{6}$ 时为 $\left(\frac{a}{2},0\right)$；当 $t=\frac{\pi}{4}$ 时为 $\left(0,-\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$；当 $t=\frac{\pi}{2}$ 时为 $(-a,0)$；当 $t-\frac{3\pi}{4}$ 时为 $\left(0,\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$；当 $t=\frac{5\pi}{6}$ 时为 $\left(\frac{a}{2},0\right)$。当 $t=0$ 时，$x_{极大}=a$ 和 $y_{极大}=a$；当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$y_{极小}=-a$；当 $t=\frac{\pi}{2}$ 时 $x_{极小}=-a$；当 $t=\frac{2\pi}{3}$ 时 $y_{极大}=a$；当 $t=\pi$ 时 $x_{极大}=a$ 和 $y_{极小}=-a$。当 $0<t<\frac{\pi}{2}$ 时是凹的；当 $\frac{\pi}{2}<t<\pi$ 时是凸的。 **1537**. 函数 x 与 y 是非負且有周期的；基本域 $0\leqslant t\leqslant\frac{\pi}{2}$。极值：当 $t=\frac{\pi}{2}$ 时 $x_{极小}=0$ 及 $y_{极大}=1$，当 $t=0$ 时 $x_{极大}=1$ 及 $y_{极小}=0$。凹的。 **1538**. 存在域：$t>0$。关于直線 $x+y=0$ 对称。极值：当 $t=\frac{1}{e}$ 时 $x_{极小}=-\frac{1}{e}\approx -0.37$，$y=-e\approx -2.72$；当 $t=e$ 时 $y_{极大}=\frac{1}{e}$，$x=e$。拐点：当 $t=e^{-\sqrt{2}}\approx 0.24$ 时 $x_1=-\sqrt{2}e^{-\sqrt{2}}\approx$ ≈ -0.34，$y_1-\sqrt{2}e^{\sqrt{2}}\approx -5.82$；当 $t=e^{\sqrt{2}}\approx 4.10$ 时 $x_2=\sqrt{2}e^{\sqrt{2}}$，$y_2=$

1950. $\frac{3x+5}{8(x+1)^2}\sqrt{x^2+2x}-\frac{3}{8}\arcsin\frac{1}{|x+1|}$，其中 $x<-2$ 或 $x>0$。

1951. $4a(ca_1+bb_1)=8a^2c_1+3b^2a_1\ (a\neq 0)$。 **1952.** $\frac{\sqrt{1+2x-x^2}}{2(1-x)}-$
$-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{\sqrt{2}+\sqrt{1+2x-x^2}}{1-x}\right|$。 **1953.** $\frac{1}{2}\arcsin\frac{x-3}{|x-1|\sqrt{5}}-$
$-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{3x+1-2\sqrt{x^2-x-1}}{x+1}\right|$。 **1954.** $-\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+1}+\ln\left(x+\frac{1}{2}+\right.$
$\left.+\sqrt{x^2+x+1}\right)+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1-x+2\sqrt{x^2+x+1}}{x+1}\right|$。**1955.** $-\frac{1+x}{2}\sqrt{1+2x-x^2}-$
$-2\arcsin\frac{1-x}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\arcsin\frac{x\sqrt{2}}{1+x}$。 **1956.** $-\frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x-1}-$
$-2\arcsin\frac{1}{|x-2|}(x<1$ 或 $x>3)$。 **1957.** $\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arc\,tg}\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{1-x^2}}$。

1958. $\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x\sqrt{2}+\sqrt{x^2-1}}{x\sqrt{2}-\sqrt{x^2-1}}\right|$。 **1959.** $\frac{x}{2\sqrt{1+x^2}}+\frac{1}{4\sqrt{2}}\ln\times$
$\times\left|\frac{\sqrt{1+x^2}+x\sqrt{2}}{\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{2}}\right|$。 **1960.** $\ln(x+\sqrt{x^2+2})-\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x^2+2}}{x}$。

1961. $\frac{1}{\sqrt{6}}\ln\left|\frac{(2x+1)\sqrt{2}+\sqrt{3(x^2+x-1)}}{(2x+1)\sqrt{2}-\sqrt{3(x^2+x-1)}}\right|$。 **1962.** $\arcsin\frac{x-1}{\sqrt{3}}-$
$-\frac{\sqrt{2}}{3}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{2+2x-x^2}}{(1-x)\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{6}}\ln\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2+2x-x^2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2+2x-x^2}}$。

1963. $\frac{2(x-1)}{3\sqrt{x^2+x+1}}$。 **1964.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{(x-1)\sqrt{2}}+$
$+\frac{1}{\sqrt{6}}\ln\left|\frac{(x+1)\sqrt{2}-\sqrt{3(x^2+x+1)}}{\sqrt{x^2-x+1}}\right|$，若 $x+1>0$。 **1965.** $\frac{1}{6\sqrt{2}}\ln\times$
$\times\frac{\sqrt{2(2x^2-2x+5)}+(x-2)}{\sqrt{2(2x^2-2x+5)}-(x-2)}-\frac{1}{3}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{2x^2-2x+5}}{|x+1|}$。**1966.** $\frac{3}{2(2z+1)}+$
$+\frac{1}{2}\ln\frac{z^4}{|2z+1|^3}$，其中 $z=x+\sqrt{x^2+x+1}$。 **1967.** $\ln\left|\frac{z-1}{z}\right|-2\operatorname{arc\,tg} z$，
其中 $z=\frac{1+\sqrt{1-2x-x^2}}{x}$。 **1968.** $\frac{1}{8}\left\{\frac{1}{3}[(z-1)^3+(z-1)^{-3}]+\right.$
$\left.+[(z-1)^2-(z-1)^{-2}]+[(z-1)+(z-1)^{-1}]\right\}+\frac{1}{2}\ln|z-1|$，其中 $z=x+$
$+\sqrt{x^2-2x+2}$。 **1969.** $-\frac{5}{18(z+1)}-\frac{1}{6(z+1)^2}+$

$|x-\pi k|\leqslant\frac{\pi}{6}$ $(k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)$ 时絕对收斂。 **2722**. 当 $p>1$ 和 $x\neq k(k=-1,-2,\cdots)$ 时絕对收斂，当 $0<p\leqslant1, x\neq k$ 时条件收斂。**2723**. 当 $q>p+1$ 时絕对收斂，当 $p<q\leqslant p+1$ 时条件收斂。 **2724**. 当 $|x|<1$ 时絕对收斂。 **2725**. 当 $|x|<1$ 时絕对收斂。 **2726**. 当 $|x|\neq1$ 时絕对收斂。**2727**. 当 $x\neq-1$ 时絕对收斂。 **2728**. 当 $x>0$ 时絕对收斂。**2729**. 若 $|a|>1$，当 $0<|x|<+\infty$ 时絕对收斂；若 $|a|\leqslant1$ 或若 $x=0$ 时发散。 **2730**. 当 $x=2$ 及当 $x>e$ 时絕对收斂。 **2731**. 当 $x>1$ 时絕对收斂。**2732**. 若 $0<\min(x, y)<1$，收斂。 **2733**. 当 $|x|<1, 0\leqslant y<+\infty$ 及当 $|x|>1$, $y>|x|$ 时絕对收斂；当 $x=-1$, $0\leqslant y\leqslant1$ 时条件收斂。 **2734**. 当 $\max(|x|,\ |y|)<1$ 时絕对收斂。**2735**. 当：1) $0\leqslant x<1$, $-\infty<y<+\infty$; 2) $x=1, y>1$; 3) $x>1, y>2$ 时絕对收斂。 **2736**. 当 $|x-k\pi|<\frac{\pi}{4}$ 时絕对收斂，其中 k 为整数。 **2738**. $\frac{1}{2}<|x|<2$; $\frac{6x(x^2-1)}{(2-x)^2(2x-1)^2}$。**2739**. (a) 当 $x\geqslant0$ 时絕对收斂，当 $-1<x<0$ 时条件收斂；(б) 当 $p+x>1$ 及当 $x=0, 1, 2, \cdots$ 时絕对收斂，当 $0<p+x\leqslant1$ 时条件收斂；(в) 当：1) $|x|<1$, y 为任意数； 2) $x=\pm1$, $y>\frac{1}{2}$; 3) x 为任意数，$y=0, 1, 2, \cdots$ 时絕对收斂；当 $x=1$, $-\frac{1}{2}<y<\frac{1}{2}$ 时条件收斂。 **2743**. 当 $\varepsilon=0.001$ 及 $x=\sqrt[m]{0.1}$, $N\geqslant3m$，不。 **2744**. $n>\frac{1}{\varepsilon}$。 **2745**. $n\geqslant26$。**2746**. (a)一致收斂；(б)非一致收斂。 **2747**. 一致收斂。 **2748**. 非一致收斂。**2749**. 一致收斂。 **2750**. 一致收斂。**2751**. (a)一致收斂；(б)非一致收斂。 (в) 一致收斂。 **2752**. (a) 非一致收斂；(б) 一致收斂。**2753**. 一致收斂。 **2754**. 非一致收斂。 **2755**. (a)一致收斂；(б)非一致收斂。 **2756**. (a)非一致收斂；(б)一致收斂。 **2757**. 非一致收斂。**2758**. (a) 一致收斂；(б) 非一致收斂。**2759**. 一致收斂。**2760**. (a) 一致收斂；(б)非一致收斂。 **2761**. 一致收斂。 **2762**. 一致收斂。 **2763**. 非一致收斂。 **2767**. (a) 一致收斂；(б) 非一致收斂。 **2768**. 一致收斂。**2769**. 非一致收斂。 **2770**. 一致收斂。 **2771**. 非一致收斂。 **2772**. 一致收斂。 **2773**. (a) 非一致收斂；(б) 一致收斂。 **2775**. (a)一致收斂；(б)非一致收斂。 **2776**. 非一致收斂。 **2779**. 一致收斂。 **2780**. 一致收斂。 **2781**. 一致收斂。 **2782**. 一致收斂。 **2783**. 可以。 **2785**. 未必。

$\neq 1$)。 **3224**. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{|y|}{x^2+y^2}$, $\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{x\operatorname{sgn} y}{x^2+y^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=-\frac{2x|y|}{(x^2+y^2)^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=$ $=\frac{(x^2-y^2)\operatorname{sgn} y}{(x^2+y^2)^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{2x|y|}{(x^2+y^2)^2}$ $(y\neq 0)$。 **3225**. $\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{2x^2-y^2-z^2}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{3xy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}$。 **3226**. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{z}{x}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{z}{y}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial u}{\partial z}=\left(\frac{x}{y}\right)^z\ln\frac{x}{y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{z(z-1)}{x^2}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{z(z+1)}{y^2}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\left(\frac{x}{y}\right)^z\ln^2\frac{x}{y}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=-\frac{z^2}{xy}\left(\frac{x}{y}\right)^z$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=\frac{1}{x}\left(\frac{x}{y}\right)^z\left(1+z\ln\frac{x}{y}\right)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=-\frac{1}{y}\times\left(\frac{x}{y}\right)^z\left(1+z\ln\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}>0\right)$。 **3227**. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{yu}{xz}$, $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{u\ln x}{z}$, $\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{yu}{z^2}\ln x$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{y(y-z)u}{x^2z^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{u\ln^2 x}{z^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{yu\ln x}{z^4}(2z+y\ln x)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{(z+y\ln x)u}{xz^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=-\frac{yu(z+y\ln x)}{xz^3}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=-\frac{u\ln x(z+y\ln x)}{z^3}$ $(xz\neq 0)$。 **3228**. $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{y^z}{x}u$, $\frac{\partial u}{\partial y}+zy^{z-1}u\ln x$, $\frac{\partial u}{\partial z}=y^z u\ln x\ln y$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=$ $=\frac{y^z(y^z-1)}{x^2}u$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=zy^{z-2}u(z-1+zy^2\ln x)\ln x$, $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=y^z u(1+y^z\ln x)\times$ $\times\ln x\ln^2 y$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=\frac{zy^{z-1}u}{x}(1+y^z\ln x)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=\frac{y^z u\ln y}{x}(1+y^z\ln x)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=y^{z-1}u\ln x\,[1+z\ln y\,(1+y^z\ln x)]$ $(x>0,\ y>0)$。 **3235**. $du=$ $=x^{m-1}y^{n-1}(my\,dx+nx\,dy)$, $d^2u=x^{m-2}y^{n-2}[m(m-1)y^2\,dx^2+2mnxy\,dx\,dy+$ $+n(n-1)x^2\,dy^2]$。 **3236**. $du=\frac{y\,dx-x\,dy}{y^2}$, $d^2u=-\frac{2}{y^3}dy\,(y\,dx-x\,dy)$。 **3237**. $du=\frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $d^2u=\frac{(y\,dx-x\,dy)^2}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$。 **3238**. $du=\frac{x\,dx+y\,dy}{x^2+y^2}$, $d^2u=\frac{(y^2-x^2)(dx^2-dy^2)-4xy\,dx\,dy}{(x^2+y^2)^2}$。 **3239**. $du=e^{xy}(y\,dx+x\,dy)$; $d^2u=e^{xy}\,[y^2\,dx^2+2(1+xy)dx\,dy+x^2\,dy^2]$。 **3240**. $du=(y+z)dx+$ $+(z+x)dy+(x+y)dz$, $d^2u=2(dx\,dy+dy\,dz+dz\,dx)$。 **3241**. $du=$ $=\frac{(x^2+y^2)dz-2z(x\,dx+y\,dy)}{(x^2+y^2)^2}$, $d^2u=\frac{2z\,[(3x^2-y^2)dx^2+8xy\,dx\,dy+}{(x^2+y^2)^3}\rightarrow$ $\leftarrow\frac{+(3y^2-x^2)dy^2]-4(x^2+y^2)(x\,dx+y\,dy)dz}{(x^2+y^2)^3}$。 **3242**. $dx-dy$; $-2(dx-$ $-dy)(dy+dz)$。 **3244**. (а) $1+mx+ny$; (б) xy; (в) $x+y$。 **3245**. (а) 108.972; (б) 1.055; (в) 2.95; (г) 0.502; (д) 0.97。**3246**. 对角綫减小

及 λ_2—为方程式 $\lambda^2-\left(\frac{\sin^2\alpha}{a^2}+\frac{\sin^2\beta}{b^2}+\frac{\sin^2\gamma}{c^2}\right)\lambda+\left(\frac{\cos^2\alpha}{b^2c^2}+\frac{\cos^2\beta}{a^2c^2}+\frac{\cos^2\gamma}{a^2b^2}\right)=$ $=0$ $(\lambda_1<\lambda_2)$ 的根。 **3666**. $u_{极小}=\frac{R^2(A\cos\alpha+B\cos\beta+C\cos\gamma)^2}{A^2+B^2+C^2}$; $u_{极大}=$ $=R^2$。 **3667**. 当 $x_i=\frac{1}{a_i}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{a_j^2}\right)^{-1}$ $(i=1, 2, \cdots n)$ 时 $u_{极小}=\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{a_j^2}\right)^{-1}$。 **3668**. 当 $x_i=\frac{a}{n}$ $(i=1, 2, \cdots n)$ 时 $u_{极小}=\frac{a^p}{n^{p-1}}$。 **3669**. 当 $x_i=$ $=\sqrt{\frac{\alpha_i}{\beta_i}}\left(\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\alpha_j\beta_j}\right)^{-1}$ $(i=1, 2, \cdots n)$ 时 $u_{极小}=\left(\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\alpha_j\beta_j}\right)^2$。 **3670**. 当 $\frac{x_1}{\alpha_1}=\frac{x_2}{\alpha_2}=\cdots=\frac{x_n}{\alpha_n}=\frac{a}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}$ $u_{极大}=\left(\frac{a}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}\right)^{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}\alpha_1^{\alpha_1}\alpha_2^{\alpha_2}$ $\cdots\alpha_n^{\alpha_n}$。 **3671**. 极值 $u=\lambda$ 由方程式 $|a_{ij}-\lambda\delta_{ij}|=0$, 所确定, 其中当 $i\neq j$ 时 $\delta_{ij}=0$ 而 $\delta_{ii}=1$。 **3675**. $\operatorname{Inf} z=-5$; $\sup z=-2$。 **3676**. $\operatorname{Inf} z=-75$; $\sup z=125$。 **3677**. $\operatorname{Inf} z=0$; $\sup z=1$。 **3678**. $\operatorname{Inf} u=0$; $\sup u=300$。 **3679**. $\operatorname{Inf} u=-\frac{1}{2}$; $\sup u=1+\sqrt{2}$。 **3680**. $\operatorname{Inf} u=0$; $\sup u=e^{-1}\approx$ ≈ 0.37。**3682**. 不。 **3683**. 极小值等于 $\frac{n}{\sqrt[n]{a}}$。 **3684**. 相加数相等。

3685. 乘数等于 $x_i=\frac{\left(a\alpha_1^{\frac{1}{\alpha_1}}\alpha_2^{\frac{1}{\alpha_2}}\cdots\alpha_n^{\frac{1}{\alpha_n}}\right)^{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\cdots+\frac{1}{\alpha_n}}}}{(\alpha_i)^{\frac{1}{\alpha_i}}}$ $(i=1, 2, \cdots n)$, 其中 $\alpha_i(i=1,2,\cdots n)$ 为相应的乘方的指数, 和的最小值是 $\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\cdots+\frac{1}{\alpha_n}\right)\times$ $\times\left(a\alpha_1^{\frac{1}{\alpha_1}}\alpha_2^{\frac{1}{\alpha_2}}\cdots\alpha_n^{\frac{1}{\alpha_n}}\right)^{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{1}{\alpha_2}+\cdots+\frac{1}{\alpha_n}}}$。 **3686**. $x=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}m_ix_i$, $y=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n}m_iy_i$, 其中 $M=\sum_{i=1}^{n}m_i$。 **3687**. 浴盆的尺寸: $\sqrt[3]{2V}$, $\sqrt[3]{2V}$, $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2V}$。 **3688**. $H=2R=2\sqrt{\frac{S}{3\pi}}$, 其中 R—为圆柱面的半徑, H—它的母綫。

3689. $x=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}x_i$, $y=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}y_i$, $z=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}z_i$, 其中 $N=$ $=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}z_i\right)^2}$。 距离平方的最小和等于 $n-2N+$ $+\sum_{i=1}^{n}(x_i^2+y_i^2+z_i^2)$。 **3690**. 圆錐的母綫对其底的傾角等于 $\arcsin\frac{2}{3}$。 **3691**. 角錐的側面对其底的傾角等于 $\arcsin\frac{2}{3}$。**3692**. 矩形的边为 $\frac{2p}{3}$ 及

$z_0=\frac{7}{20}$。 **4141**. $\frac{x_0}{a}=\frac{y_0}{b}=\frac{z_0}{c}=\frac{3}{4}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{2}{n}\right)\Gamma\left(\frac{3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{4}{n}\right)}$。 **4142**. $x_0=\alpha; y_0=\beta;$ $z_0=\gamma$。 **4143**. $I_{xy}=\frac{abc^3}{60}$; $I_{yz}=\frac{a^3bc}{60}$; $I_{zx}=\frac{ab^3c}{60}$。 **4144**. $I_{xy}=$ $=\frac{4}{15}\pi abc^3$; $I_{yz}=\frac{4}{15}\pi a^3bc$; $I_{zx}=\frac{4}{15}\pi ab^3c$。 **4145**. $I_{xy}=\frac{\pi abc^3}{5}$; $I_{yz}=$ $=\frac{\pi a^3bc}{20}$; $I_{xz}=\frac{\pi ab^3c}{20}$。**4146**. $I_{xy}=\frac{2abc^3}{225}(15\pi-16)$; $I_{xz}=\frac{2ab^3c}{1575}(105\pi-272)$; $I_{yz}=\frac{2a^3bc}{1575}(105\pi-92)$。 **4147**. $I_{xy}=\frac{7}{2}\pi abc^3$; $I_{xz}=\frac{4}{3}\pi ab^3c$; $I_{yz}=$ $=\frac{4}{3}\pi a^3bc$。 **4148**. $I_z=\frac{14}{45}$。**4149**. $I_z=\frac{4\pi}{15}(4\sqrt{2}-5)$。**4150**. $\frac{4}{9}MR^2$。 **4153**. $I=\frac{M}{3}\left(a^2+\frac{2}{3}h^2\right)$, 其中 $M=2\pi\rho_0a^2h$—圆柱的质量。 **4154**. $I_0=$ $=\frac{\pi^2a^5\rho_0}{8}$。 **4155**. $u=2\pi\rho_0\left(R^2-\frac{r^2}{3}\right)$, 若 $r\leqslant R$; $u=\frac{4\pi R^3\rho_0}{3r}$, 若 $r>R$, 其中 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$。 **4156**. $u=4\pi\int_{R_1}^{R_2}f(\rho)$极小$\left(\frac{\rho^2}{r},\rho\right)d\rho$, 其中 $r=$ $=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$。 **4157**. $u=\pi\rho_0\left\{(h-z)\sqrt{a^2+(h-z)^2}+z\sqrt{a^2+z^2}-\right.$ $\left.-[(h-z)|h-z|+z|z|]+a^2\ln\left|\frac{h-z+\sqrt{a^2+(h-z)^2}}{z-\sqrt{a^2+z^2}}\right|\right\}$。 **4158**. $X=0;$ $Y=0$; $Z=-\frac{kMm}{a^2}$。若 $a\geqslant R$, $Z=-\frac{kMm}{R^3}a$, 若 $a<R$。 **4159**. $X=0;$ $Y=0$; $Z=-2\pi\rho_0k\{\sqrt{a^2+z^2}-\sqrt{a^2+(h-z)^2}-(|z|-|h-z|)\}$。 **4160**. $X=0$; $Y=0$; $Z=-\pi k\rho_0R\sin^2\alpha$。**4161**. 当 $p>1$ 时收歛。**4162**. 当 $p>1$ 及 $q>1$ 时收歛。**4163**. 当$p>\frac{1}{2}$时收歛。**4164**. 当$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}<1$ 时收歛。 **4165**. 发散。 **4169**. $\frac{1}{(p-q)(q-1)}$ $(p>q>1)$。**4170**. $\frac{1}{p-1}$ $(p>1)$。 **4171**. 2π。**4172**. $\frac{\pi}{p-1}$ $(p>1)$。 **4173**. $\pi\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$。 **4174**. $\frac{1}{2}$。 **4175**. π。 **4176**. $\frac{\pi}{2}$。 **4177**. $\frac{\pi}{2}$。 **4178**. $\frac{\pi}{\sqrt{\delta}}e^{\frac{\Delta}{\delta}}$, 其中 $\delta=\begin{vmatrix}a & b\\ b & c\end{vmatrix}$ 及 $\Delta=\begin{vmatrix}a & b & d\\ b & c & e\\ d & e & f\end{vmatrix}$。 **4179**. $\frac{\pi}{e}ab$。 **4180**. $-\frac{\pi\varepsilon a^2b^2}{2(1-\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}}$。 **4181**. 收歛。 **4182**. 当 $p<1$ 时收歛。**4183**. 当 $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}>1$时收歛。**4184**. 当$p<1$时收歛。