

# 中学数学教学心理学

张波平 著

广东环境工程专业出版社

# 中学数学教学心理学

张浪平 著

广西师范大学出版社

## 内 容 简 介

本书根据数学学科特点和心理学基本原理，研究中学数学的“教法”和“学法”；探讨中学数学教学和学习过程中心理因素的功能和认知规律；着眼于发展学生智能，培养创造型人才；侧重提高中学数学教师的教学素养和教学水平，优化教学过程。全书立论有据，说理清晰，内容丰富，有助于提高中学数学教学质量。

本书可供高师院校数学专业师生、中学数学教师和教研人员阅读、参考。

## 中 学 数 学 教 学 心 理 学

张浪平 著

☆

广西师范大学出版社出版发行  
(广西桂林市育才路3号)

空军高炮学院印刷厂印刷

\*

开本 787×1092 1/32 印张9.625 字数208千字

1989年5月第1版 1989年5月 第1次印刷

印 数：0001—7500

ISBN 7—5633—0426—1/G·380

---

定 价：3.00元

## 序

当前数学教育的改革，已成为世界各国瞩目的问题。美国把在中学数学教育中，教会学生分析问题和自己解决问题，作为80年代数学教育的“行动纲领”，把培养能力作为当前中小学数学教育的主要目标。就是说，今后中小学生对数学知识的学习，不应是过去那种“模仿加记忆”的学习。我们不能把学生教成死记硬背现成知识的“读书型”的书生；而是要培养他们成为“会学”、并且能“学会”的，充分发挥其心理因素的主观能动性的，能学以致用、创造知识、掌握未来科学技术的“开拓型”的青年一代，使数学知识能适应日益发展着的新科学技术的学习和研究。为此，探索、研究中学生学习数学的心理特征与认识规律，实为当前我们数学教育工作者的迫切任务。

江西教育学院张浪平同志，在多年的教学实践中，着意于数学教育中心理学的研究，现已总结了经验，编辑成书。这是我国数学教育界的一件喜事。《中学数学教学心理学》的出版，填补了我国这方面著作的一个空白。大家知道，中学数学教学中“开发智力、培养能力”目标的贯彻，发挥中学生心理因素的能动作用，是一个重要条件。但在这方面作系统研究、探索数学教学中心理因素的积极作用及其规律，进而成书问世，在我国还不多见。张浪平同志著作的出版是有其重要意义的。

《中学数学教学心理学》系统地研究了运用心理学原理来研究中学数学的“教法”、“学法”、教学过程中的最佳状态和提高数学教学质量的优化途径等问题。综观全书内容，感到其立论有据，说理清晰，内容丰富，实为读者的良伴。当前我国为“四化”大业的完成，“七五”计划的实现，急待大力提高中小学数学教学质量的时候，《中学数学教学心理学》的出版，是适逢其时的。

近年来我国数学教育的改革，无论在理论上或实践上，都在蓬勃地开展着。全国性的或地方性的学会，不时召开论文发表会。在交流、积累经验的基础上，科学的《数学教育学》正在形成。数学教育史、数学教育学中的评估理论、比较数学教育学等学科的研究，也都在开展着。这些对我国数学教育的改革与提高，将是大有裨益的。

数学教育心理学的国际研究组织(*The International Group for the Psychology of Mathematics Education*)<sup>①</sup>(简称PME)，已在1972年在英国的艾克斯特召开的第二届数学教育国际会议上(ICME II)在菲休巴音(*E. Fishbein*)教授的倡议下成立了。并于1976年在西德的卡尔斯洛耶召开的第三届数学教育国际会议上(ICME III)确定它为该会的协力学术团体，于翌年1977年开始，每年召开一次国际数学教育心理学会会议。其会议内容不外是①交流数学教育心理学研究的信息和研究成果；②研究该学科的发展。该学会至今已开过近10次国际会议了。而我国只有少数人参加过这种国际会议(据我所知)。现在我国数学教育界同行研究数学教育心理学者已不乏其人，《数学教学心理学》也已经出版，我们期待着我国同行奋力研究，积累

更多研究成果，跃进世界学者之林，了解交流国际信息，吸取他人经验，提高我国数学教学心理学科学水平。张浪平同志著述的出版，实为一良好开端。

读过张浪平同志的《中学数学教学心理学》后，有感于我国数学教育的进展，述怀并为序。

东北师大 马忠林

1987年10月19日

---

注① 平林一荣文[日]，实践数学教育情报（1985.8）。

## 前 言

《中学数学教学心理学》是由数学教学法、心理学、教育学和逻辑学中的相关内容融合交织而成的一门新兴的边缘学科。它研究数学教学中心理因素，紧密联系中学数学教学实际，探索中学生学习数学的心理特征和规律。创造好的学习数学的外部条件，充分地、最优地发挥学生的主观能动性，在传授数学知识的同时，把着眼点放在学生的智力开发和能力培养上，达到全面提高中学数学教学质量，培养创造型数学人才的目的。它主要研究如下一些问题：

（一）运用心理学原理来研究中学数学的“教法”和“学法”。在教学过程中，教师和学生都是认识的主体，但认识的对象和目的又各有侧重。教师的认识对象是数学教学过程的规律，学生的认识对象是数学学习过程的规律。因此，都要在各自的领域内发挥积极作用。教师的积极作用在于通过“教”的实践，促进学生形成良好的学习方法和学习习惯。

（二）研究数学教学过程的最佳状态。一方面，要求教师深入研究数学教学中的有关的心理学问题，按照教材，有目的、有计划地采用各种行之有效的教学方法进行教学；另方面，通过数学教学促进学生的心理发展。通过学生的感知、理解、记忆和应用等认识活动，把学生的学习积极性充分调动起来，使学生内心感到有学习数学的浓厚兴趣和迫切需要，从而主动地去探讨数学课题，去体验解决课题中的乐

趣，去发现并掌握数学教材中的原理和法则等。在教师的指导下，学生学习的最佳状态是教师最佳状态的产物，是教师劳动的果实，而不是自然、自发的境界。它体现了教师的主导作用和学生的主体作用的充分发挥。

（三）寻求提高数学教学质量的优化途径。教师优良的教学设计是提高教学质量的关键，对教材的理解和掌握，对学生知识、技能水平的符合实际的评价，是教师优良设计的基础；而从这种设计出发，让学生始终处于积极的思维活动之中（而不是呆板的记忆，单纯地模仿等等），才有可能达到数学教学的高效率和高质量。

本书的撰写，始终得到我院院、系两级领导的大力支持和数学界老前辈的热忱关怀、扶持。特别是全国高师数学教育研究会理事长马忠林教授，亲自为本书作序，并给予了热情的鼓励。江西师大教育系主任杨鑫辉副教授和数学系江声远副教授均提供了很多宝贵意见。广西师大数学系查鼎盛副教授，在审阅本书过程中也非常热忱地给予了帮助，使本书增色不少。在此，谨向他们表示衷心感谢。在撰写过程中，还广泛参考了国内外有关数学教育、心理学专著、刊物和资料，有的并作了重点引用。在此，亦向原作者表示谢忱。

本书曾作为教材，先后在我院数学系本科班和研究班进行过两轮实验性教学，并在此基础上经过多次修改而定稿的。但由于该学科目前仍处在探索阶段，且作者水平有限，难免有错误和不足，祈望专家、学者和同行批评指正。

作 者 1988年1月15日



# 目 录

## 序

## 前言

### 第一章 学习数学的积极性的心理因素…………… ( 1 )

§ 1 学习动机…………… ( 1 )

§ 2 学习兴趣…………… ( 8 )

§ 3 学习的注意状态…………… ( 29 )

### 第二章 数学教学中的感知活动…………… ( 44 )

§ 1 数学教学中的感知和表象…………… ( 44 )

§ 2 感知规律在数学教学中的运用…………… ( 54 )

### 第三章 数学教学中的思维活动…………… ( 71 )

§ 1 思维的过程…………… ( 72 )

§ 2 中学生的思维发展…………… ( 78 )

§ 3 数学思维…………… ( 81 )

§ 4 思维的品质及其培养…………… ( 111 )

### 第四章 数学概念和命题的理解…………… ( 132 )

§ 1 关于理解的概述…………… ( 132 )

|            |                           |                |
|------------|---------------------------|----------------|
| § 2        | 促进理解的必要条件·····            | ( 134 )        |
| § 3        | 理解概念和命题的一般过程与方法·····      | ( 144 )        |
| <b>第五章</b> | <b>记忆规律在数学学习中的运用·····</b> | <b>( 167 )</b> |
| § 1        | 记忆在学习数学中的概述·····          | ( 167 )        |
| § 2        | 促进识记的有效途径和方法·····         | ( 173 )        |
| § 3        | 数学学习中的保持与遗忘·····          | ( 188 )        |
| <b>第六章</b> | <b>解题过程中的思维活动·····</b>    | <b>( 199 )</b> |
| § 1        | 审题·····                   | ( 199 )        |
| § 2        | 课题类化·····                 | ( 210 )        |
| § 3        | 探索解题途径·····               | ( 216 )        |
| § 4        | 实现解题方案·····               | ( 226 )        |
| § 5        | 小结提高·····                 | ( 228 )        |
| § 6        | 吸收系统论的合理因素用于解题·····       | ( 231 )        |
| <b>第七章</b> | <b>迁移规律在数学教学中的运用·····</b> | <b>( 233 )</b> |
| § 1        | 正迁移在数学教学中的作用·····         | ( 233 )        |
| § 2        | 负迁移对数学教学的影响和其产生·····      | ( 236 )        |
| § 3        | 影响迁移的基本要素·····            | ( 238 )        |
| § 4        | 促进正迁移的有效条件·····           | ( 245 )        |
| <b>第八章</b> | <b>数学教学与发展智能·····</b>     | <b>( 258 )</b> |
| § 1        | 智能的概念·····                | ( 259 )        |
| § 2        | 数学能力·····                 | ( 270 )        |
| § 3        | 数学教学中如何发展智能·····          | ( 279 )        |

# 第一章 学习数学的积极性的心理因素

学习数学的积极性是学生在数学学习活动中一种自觉能动的心理状态。它是由多种心理因素构成的，其中包括学习动机，学习兴趣和学习时的注意状态等。学生学习数学的积极性产生于各种学习需要。这种需要可以是对学习必然性的认识，可以是学习兴趣、爱好或习惯，也可以是对未来理想的追求。这种需要一旦出现，就会成为一种支配行为去寻求满足的力量，推动他们去从事各种学习活动。他们就能学得自觉、主动、孜孜不倦，较好地完成任务，学有创见，早日成为国家的有用之才。本章探讨怎样发挥心理因素的作用，把学生学习数学的积极性充分调动起来。

## § 1 学习动机

学习动机是直接推动学生进行学习的一种内部动力。它产生于对学习的需要。这种需要是社会和教育对学生学习上的客观要求在他们头脑中的反映。它有维持行为和指示方向的作用。根据动机来源的远近和对学习数学所起作用的久暂，这里我们仅研究两类学习动机。

### （一）间接的远景性学习动机

这类动机与社会意义相联系，是社会需要在学生在学习上反映。只有当学生清楚地了解到数学在国民经济和科学技

术中的重要地位和作用，了解到数学是他们毕业后继续学习和参加工作的重要基础知识之后，并且感受到有这种需要时，才能推动他们自觉地学习数学，以达到某种目的的内部动力，迸发出学习数学的极大热情和拼搏精神。

(1) 数学已经成为现代社会中一般成员必备的科学文化素养，是学习各种专业知识的重要基础和工具

数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的一门科学。而现实世界中一切事物的特征，或事物之间的关系，又都在不同程度上需要进行定量分析，或作形的研究。因此，各行各业都离不开数学，且每个参加者都不能回避它。我国著名数学家华罗庚教授说得好：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁，无处不用数学。”同时，又由于数学具有应用的广泛性、抽象性和严谨性——逻辑严密、结论精确等特点，不仅一切自然科学和技术要以它为重要基础和工具，就是过去人们认为与数学没有联系的学科，也不同程度地要应用它。例如过去生物学、医学是很少用到数学的，而今天的生物学不但要用数学，而且建立了“生物数学”新分支；在医学上还要用到模糊数学。同样，教育学中的教育统计，社会学中的定量分析、数据处理等均是如此。总之，当今科学研究工作中，一个最重要的特点之一，就是所有各门学科都日趋数学化。

(2) 数学可以训练、发展人的思维

数学是锻练思维的体操。我们解答或论证任何一个数学命题，首先必须仔细研究题意，然后找条件和结论在逻辑上的必然联系，通过联想与构思把解(证)题方案作出来，最后实现解题方案，检查是否有误。这套程序是非遵循不可的。

如果问题与几何图形有关，在解答或论证过程中，作出结论的根据不是图形画得正否为标准，而是根据逻辑关系。总之，通过数学学习可以培养人的思维的条理性、灵活性、深刻性、创造性……。能使人深入、全面地去思考问题和解决问题。

(3) 数学中的科学方法是探究、发现问题的主要方法

数学中的科学研究方法很多。最常用的有观察与实验、比较、分析与综合、概括（普遍化）与特殊化、抽象化与具体化等方法。人们掌握了这些科学研究方法，在具体运用时，又能把其中几个融合为一个整体，交替进行，无疑对探究、发现和解决问题都是很有好处的。比如

已知  $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ，求

$$x^5 + x^4 - 10x^3 - 10x^2 + 2x + 1$$

的值。

解这类题目，一般是先化简所求的代数式，再把  $x$  的值代入求值。但此题情况特殊，在具体化简时，很难达到目的。它要求灵活运用上述方法，把其中几个方法结合起来穿插使用。由观察、分析知，可先对已知条件作恒等变形，或非恒等变形，看能否找到已知与所求代数式之间的内在联系，找到解决问题的突破口。可以这样考虑：

把  $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  变形为  $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

两边平方、移项，得

$x^2 - 5 = -2\sqrt{6}$  (学生能想到这一步, 表明他看问题比较深刻)  
再两边平方, 得

$x^4 - 10x^2 + 1 = 0$  (学生能想到这一步, 表明他看问题很深刻)  
这是一个很好的关系式 (至少它不带根号了)。如果能把它的左边与所求代数式进行比较, 不难发现, 它左边的代数式的次数只比所求代数式的次数低一次, 只要两式一除, 就可以把所求代数式的值求出来, 即

$$\begin{aligned} & x^5 + x^4 - 10x^3 - 10x^2 + 2x + 1 \\ &= (x+1)(x^4 - 10x^2 + 1) + x \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

其中对研究对象  $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  的最后一个隐蔽性质的揭示, 对解决此题起了决定性的作用。

以上这些归结为一点就是数学学科的重要性。从心理学上看, 使学生充分认识学习数学的重要性, 有利于培养、激发学生的远景性动机。特别是高中学生, 随着知识经验的增长和世界观的开始形成, 他们更自觉地意识到学好数学的社会意义。它将直接关系到他们所面临的升学和就业等问题。因此, 他们的学习就更服从于未来社会生活、生产和科学研究的需要。这时, 这种间接的远景性的学习动机将逐渐取得支配的地位, 并将有力地影响着他们学习的自觉性、主动性。

## (二) 直接的近景性学习动机

学习动机除间接的远景性动机外, 还有直接的近景性动机。这类动机与学习活动直接联系, 是由对学习的直接兴趣、对学习活动的直接结果的追求所引起的。它往往能激励

学生去达到自己的目的。在教学上，如果教师能结合教学内容，选择时机给学生提供一些有意义的具体事件和情境，将有利于激发、发展学生的近景性学习动机。

(1) 在学科或单元开始时，可向学生介绍其产生背景和广泛应用

比如，学习“三角函数”这部分知识，开始时，我们可以通过讲三角学理论的建立的历史和其应用，来激发学生学“三角函数”知识的近景性动机。据史料记载：独立的三角学的建立，是从11世纪后半叶，西班牙数学家阿夫拉的工作开始的。而在13世纪纳速拉丁的工作中，达到了高潮。1250年左右，纳速拉丁著《完全四边形》一书。在书里，他总结了中亚数学家在三角学方面的成就，进而把这些实用成就从天文学中分离出来，独立地加以系统论述，从而构成了一本所谓“实用三角学”。当然，这仅仅是为科学的三角学诞生奠定了基础。

一直到18世纪，即1748年古希腊数学家欧拉在《无穷小分析论》中，才正式给出了三角函数的定义和符号。而且还引进了弧度制以及三角函数所在四个象限的符号问题，从而把各种三角公式推广到一般情况。

三角函数知识是中学数学的重要内容之一。它的基础是平面几何中的相似形和圆。研究方法主要是代数的。因此，三角函数的研究已经初步把代数和几何联系起来了。三角函数知识的应用范围很广，如高等数学、物理学、天文学、测量学以及其他各种应用技术科学，都经常需要用到三角函数知识。因此，学好三角函数知识，既可直接为某些实际问题的解决提供工具，又可为学习相关学科打基础。在教师这番

指导语的激励下，自然学生会形成一种想学好三角函数知识的心向，从而自觉、主动、积极地进行学习。

(2) 学生学习上遇到困难时，教师要及时帮助克服。

我们常看到这样一些学生，他们有为祖国早日实现“四化”的远大理想和高尚情操，很想把数学成绩搞上去。往往因为学习上遇到的“拦路虎”太多，未及时予以扫除，直接影响着下阶段学习的顺利进行，造成学习被动，以致丧失信心。面对这种现象，以往常责备学生的多，认为他们学习基础差，脑子笨，不用功……。这是不公正的。事实上，学生学习积极性受阻，也有来自教师方面的原因：或钻研教材不深，对主要的、本质的、关键性内容讲得不深不透；或备课时，未把学生接受知识的实际考虑进去，未很好地选择“诱发点”，或……。如果教师能注意经常研究学生的学习实际（学习心理、接受能力、知识水平等）和本身的教学实际，比较客观地看待问题，始终把优化教学过程的组织置于自己的注意中心，上述现象就可能改变。苏联教育家巴班斯基在研究“教学过程最优化”中指出：教学过程的一个中心矛盾是教师向学生提出的学习任务同学生实现这些任务的实际可能性之间的矛盾。如果所提任务处于学生的“最近发展区”（注），那么，这个矛盾就成为推动整个系统向既定目标前进的动力。反之，任务太难或太易，不处于他们智力的

---

（注）“最近发展区”是苏联心理学家维果斯基提出来的。他认为，当我们试图确定发展过程与教学可能性的实际关系时，应首先确定儿童的两种发展水平：第一发展水平——儿童心理机能的现有发展水平和第二发展水平——在有指导的情况下，借助成人的帮助可能达到的解决问题的水平。第二发展水平与第一发展水平的差异叫做“最近发展区”。最近发展区决定了教学以及儿童发展的可能性，它是教学所要达到的目标。



“最近发展区”，这种矛盾就不能促进系统的最优发展。在组织这种优化的教学过程中，如果教师能多考虑一些学习上有困难的学生的智力的“最近发展区”，多提供一些使他们获得成功的机会，让他们能看到自己学习上的潜力，能顺利学习下去，他们的学习积极性是会调动起来的。这是利用教学过程本身来激发学生的近景性学习动机。

(3) 对学生学习情况进行考查时，要及时让学生了解考查结果

在教学过程中，对学生进行考查的方式很多。常见的有课堂提问、板演、做作业、测验、考试等。学生参加考查后，总希望马上知道自己的考查结果，包括解答问题的正误、考查成绩的好坏、以及解决实际问题的能力等，如果教师能比较好的满足他们这种合理要求，他们就能及时看到自己的进步和差距，从而使学习态度和学习动机得到强化，进一步激发他们好学的愿望。用心理学观点来解释，就是利用学习结果的反馈作用来激发学生的近景性学习动机。

还有人研究，如果教师对考查结果作出正确评价的同时，还能从实际出发，对学生提出适当要求，其激发学习动机的效果会更好。具体做法是：把评过分的试卷任意分成三份，并作不同处理。对第一部分试卷，不写任何评语只记分数，发还给学生；对第二部分试卷，每份都加上一套统一的评语。如高分加上“优”，低分加上“希今后努力”；对第三部分试卷，教师根据每个学生的特点及其分数写上恰当的个人评语（评语要客观、公正、符合学生心理发展和个性特点，不掺杂主观印象）。在以后的测验中，第二、三两部分的学生成绩的提高比第一部分快得多，第三部分又比第二部