普通高等教育应用技术型“十三五”规划系列教材

信号与线性系统

XINHAO YU XIANXING XITONG

⊙ 李香春 张翼 容太平 卢钢 编著

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

普通高等教育应用技术型“十三五”规划系列教材

信号与线性系统

李香春　张　翼　容太平　卢　钢　编著

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书是作者根据信息与通信工程学科发展和培养通信与电子信息类应用型本科人才的需要，结合多年的理论和实践教学经验，按照“加强基础知识和提升应用能力”的原则编写而成的。

全书共分 6 章，包括绪论、连续时间信号的频谱、连续时间信号的复频谱、连续时间系统的变换域分析、离散时间系统的时域分析和离散时间系统的 z 域分析等内容。为了配合理论课的教学、帮助学生理解信号与系统的基本理论，每章最后配有相应的基于 Matlab 的实验部分，既可供课堂演示，又可供上机实验，还可让读者参与编程。

本书可供普通高校应用型本科通信与电子信息类、电子技术类、光电信息类、自动控制类、电气工程类和计算机类专业作为信号与系统课程的教材，亦可作为相关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统/李香春等编著. —武汉：华中科技大学出版社，2015.7
普通高等教育应用技术型“十三五”规划系列教材
ISBN 978-7-5680-1058-0

Ⅰ.①信… Ⅱ.①李… Ⅲ.①信号理论-高等学校-教材 ②线性系统-高等学校-教材 Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 169936 号

信号与线性系统
Xinhao Yu Xianxing Xitong

李香春 张 翼 容太平 卢 钢 编著

策划编辑：范 莹
责任编辑：陈元玉
封面设计：原色设计
责任校对：张会军
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山 邮编：430074 电话：(027)81321913
录 排：武汉楚海文化传播有限公司
印 刷：武汉市籍缘印刷厂
开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：15.5
字 数：397 千字
版 次：2015 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
定 价：34.00 元

本书若有印装质量问题，请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线：400-6679-118 竭诚为您服务

前　言

本书是根据培养应用型本科人才的要求，结合信息与通信工程学科的发展，综合多年的教学经验，按照“加强基础知识和提升应用能力”的原则编写而成的。

在通信和电子信息技术蓬勃发展的今天，信号与系统课程是普通高等院校通信工程、电子信息工程、自动控制、电子科学与技术、光电工程等弱电类专业学生必修的一门重要的专业基础课。原因在于，它是分析和设计实际应用中的“信号”“系统”以及二者之间相互关系的理论基础，同时也是后续的数字信号处理、通信原理、电子线路分析与设计、电子线路原理、数字图像处理、控制原理、光纤通信等众多课程的理论基础。

信号与系统课程主要研究“信号”“系统”以及二者之间的相互关系，具体研究确定信号的性质、线性非时变系统(LTIS)的特性，以及确定信号通过线性非时变系统的响应，并由此引出信号与系统理论中重要的傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换这三个重要的基本概念，以及连续时间系统和离散时间系统的变换域分析方法。通过深入讨论某些典型信号、典型系统及其响应，使读者初步认识如何建立信号与系统的数学模型，如何对其进行正确的分析与求解，并能恰当地解释和分析结果的物理意义。

全书共分 6 章。第 1 章主要介绍信号、系统的基本概念，概述信号与系统的分析方法，并讨论连续时间系统的时域分析方法，重点介绍系统的零输入响应、零状态响应和全响应的概念；第 2 章主要介绍连续时间信号的频谱与傅里叶变换的概念，要求重点掌握傅里叶变换及其性质；第 3 章主要介绍拉普拉斯变换的概念，要求掌握拉普拉斯变换的性质及求拉普拉斯反变换的基本方法；第 4 章主要介绍连续时间系统的频域和复频域分析方法以及系统函数的概念，要求掌握系统频率特性的表示方法和系统稳定性的判别方法；第 5 章主要介绍离散时间信号和离散时间系统的时域分析、卷积和的基本概念，要求掌握离散时间系统的时域分析方法；第 6 章主要介绍 Z 变换与离散时间系统的 z 域分析，Z 变换、Z 反变换以及 z 域的基本概念，要求掌握 Z 变换性质及离散时间系统 z 域分析方法。

本书内容的安排遵循从易到难、由浅入深的原则，先讨论连续时间信号及连续时间系统的分析方法，再讨论离散信号及系统分析。根据应用型本科学生的培养要求，基础理论的讲解深入浅出，并增强了实践部分。使用本书时，可以根据实际情况安排教学内容及教学顺序，不受本书体系的约束。

为了使读者能更好地理解信号与系统的基本概念和基本分析方法，本书精选了不少的例题和习题。为了配合理论课的教学、帮助学生理解信号与系统的基本理论，作者还编写了基于 Matlab 的信号与系统实验软件，既可以课堂演示，又可以上机实验，还可以让读者参与编程。

本书由文华学院李香春、张翼、容太平、卢钢编著。其中，张翼执笔第 2 章和第 3 章的主要

内容，容太平执笔第1章的主要内容，卢钢执笔 Matlab 语言在信号与系统应用部分的主要内容，其余部分由李香春执笔。

在本书的编写过程中，得到了文华学院各级领导的关心和指导，得到了信息学部电子与信息工程系、信息学部信号与系统课程教学组的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中存在的错误在所难免，敬请广大读者予以批评和指正，我们不胜感激。

编者

2015 年 6 月

目　录

第1章 绪　论

1.1 引言

自爱因斯坦(Einstein)的“相对论”、维纳(Wiener)的“控制论”和香农(Shannon)的“信息论”发表以来，世界科学技术发生了巨大的变化，新的工业化革命席卷全球。尤其是近几十年，在微电子技术、计算机技术、通信技术快速发展的基础上，世界迅速进入以计算机网络通信为特点、以知识经济为标志的信息时代。

在信息时代，“信息”是一项重要的资源，通过传输与交换就能创造出价值。在现代科学技术日益发展的情况下，携带信息的信号和传输系统日益复杂，促进了信号与系统理论研究的进一步发展。古代用烽火信号传送信息，近代用无线电报传送信息，现代用光纤宽带网传送信息。如何在有限的带宽内传递更多的信息，如何保证信息传递的安全可靠，这都是现代信号与系统中要研究的问题。“信号”的基本分析方法、“系统”的基本分析方法，是现代信号与系统分析方法的基础。

“信号与系统”在现代科学技术中是一个很基本、很普通、很重要的概念，在人们的日常生活中也经常用到。例如，当电视机上图像模糊、屏幕上有很多麻点时，人们就会说信号弱了。又如，当人们在选购计算机时，就会挑选有关的主机板、CPU、内存条、显示器等部件，选购品质好的产品，认为这样的计算机系统性能才会更好。

“信息传输系统”包括信息、消息、信号、系统和响应，如图1-1所示。“信号”是传递“信息”的工具，“系统”是“信号”的载体，“响应”是“信息”传递的目的。

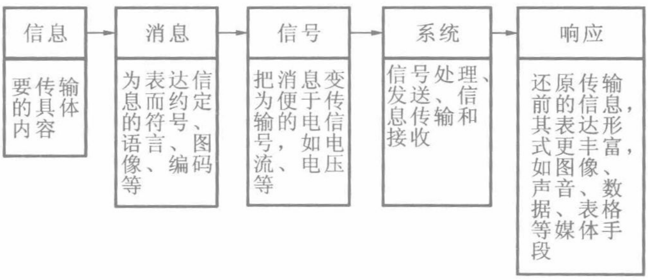


图1-1　信息传输系统示意框图

“信号与系统”研究的基本内容可概括为“信号→系统→响应”，如图1-2所示。激励信号也称为输入，作用于系统的输入端；受激的系统产生响应，也称为输出。研究信号、系统及其响应的基本理论与基本分析方法，是为了让学习者更好地利用信息科学和计算机技术的理论和手段来解决现代科学、工程建设中出现的问题，并在实践中训练培养自己的基本技能。“信号

与系统”的基本概念、基本理论和基本方法的发展，直接促进了模拟仿真技术、正交变换技术、数字化技术的发展。

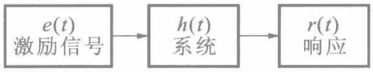


图 1-2　信号→系统→响应示意图

“信号与系统”是一门理论和实践性都比较强的课程，除要有高等数学和工程数学基础、电路理论基础、算法语言基础外，对计算机实际操作和实验能力方面也有一定的要求。

本课程还是电路设计、通信原理、网络通信、数字信号处理、数字语音处理、数字图像处理、多媒体技术、数值计算、数字控制原理等后续课程的基础。

学好这门课程的方法是在理解其基本理论和基本方法的同时，适当地做一些习题和实验，进行基本技能的训练。理论和实践两环节是相辅相成的，只有在理解的基础上才会做习题和实验，在做习题和实验的过程中，必然会加深对课程内容的理解。

1.2　信号的概念

1.2.1　信号的种类

从整体上看，信号可分为两大类，即确定信号和随机信号。

1)确定信号

确定信号能够用确定的时间函数值来表示，即给定一个时间 t，就对应一个确定的函数值。

2)随机信号

随机信号不是一个确定的时间信号，即给定一个时间 t，其函数值并不确定，是一个随机数。随机信号在传输系统中经常表现为干扰、噪声等信号。

确定信号是本课程研究的重点，下面就重点讨论确定信号的分类及性质。

1.2.2　确定信号

1. 确定信号分类

确定信号可按时间连续性、函数值重复性、能量特点等进行分类。

1)按时间连续性分类

(1)连续时间信号。连续时间信号，又称为连续信号，它对一切时间变量 $t(-\infty<t<+\infty$，除有限个间断点外)都具有确定函数值。如果信号的函数值和时间变量 t 都是连续的，则称该连续信号为模拟信号。

(2)离散时间信号。离散时间信号，又称为离散信号，是指在一些离散时间点上有确定的函数值，而在其他时间点上无定义的信号，如图 1-3 所示。如果离散信号的函数值也是离散

的，则称此信号为数字信号。

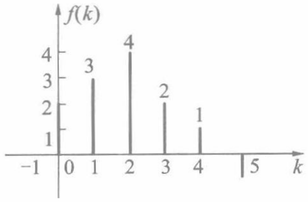


图 1-3　离散时间信号的表示方法

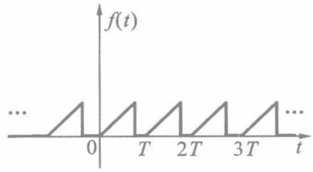


图 1-4　周期信号的波形

2）按函数值重复性分类

（1）周期信号。周期信号是指在一定时间内按照某一规律重复变化的信号，如图 1-4 所示。周期信号的一个重要参数是周期，常用 T 表示。

（2）非周期信号。非周期信号是指在时间上不具有周而复始变化性质的信号，如图 1-5 所示。非周期信号的周期 T 也可以看成是∞。

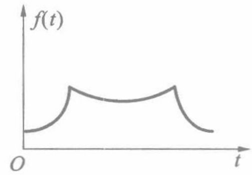


图 1-5　非周期信号的波形

【例 1.1】　已知信号：(1) $A\sin t - B\sin(5t)$，(2) $A\sin t - B\sin(\pi t)$，试判断它们是否为周期信号，并求出周期 T。

解　(1)因为 $A\sin t - B\sin(5t)$ 中各分量的角频率为 $\omega_1 = 1$，$\omega_2 = 5$，所以它们对应分量的周期分别为 $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi$，$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 2\pi/5$。又因为 $T_1 : T_2 = 5 : 1$，所以 T_1、T_2 的最小公倍数为 2π，因而合成信号的周期 $T = 2\pi$，即复合信号 $A\sin t - B\sin(5t)$ 是周期信号，其周期$T = 2\pi$。

(2)因为 $A\sin t - B\sin(\pi t)$ 中各分量的角频率为 $\omega_1 = 1$，$\omega_2 = \pi$，所以它们对应分量的周期分别为 $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi$，$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 2\pi/\pi = 2$。又因为 $T_1 : T_2 = \pi : 1$，此比值为无理数，找不出 T_1 和 T_2 为有理数的最小公倍数。因而，复合信号 $A\sin t - B\sin(\pi t)$ 的周期 $T = +\infty$，为非周期信号。

3）按能量特点分类

(1) 能量信号。能量信号是指总能量有限（作用在 1 Ω 电阻上的能量 $W = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)\mathrm{d}t$），但平均功率为零的信号。例如，常见的单脉冲非周期信号等是能量信号。

(2) 功率信号。功率信号是指平均功率有限（作用在 1 Ω 电阻上的功率 $P = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)\mathrm{d}t$），但总能量可以达到无限的信号。例如，常见的交流电、周期信号等都是功率信号。

2. 确定信号的频谱

如何做到信号的高保真效果，即信号经过传输处理后，还能保持原来的波形特点（原汁原味），或者做到随心所欲地裁剪信号，即信号经过传输处理后，能够留下需要的成分，除去不需

要的成分，要解决这个问题就必须了解信号分析及描述信号实质的方法。

例如，一个周期性方波信号，如图 1-6 所示，可以分解成许多正弦和余弦频率分量，换句话说，一个周期性方波信号可以看成是很多正弦和余弦频率分量的组合。那么表示这些频率分量常用以下三种方法。

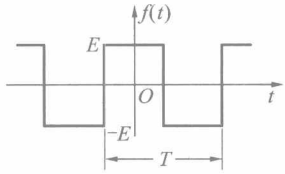


图 1-6　周期性方波信号

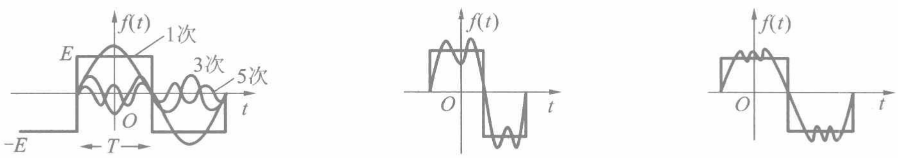
1）数学方法（三角函数表示法）

$$f(t)=\frac{4E}{\pi}\left[\cos(\Omega t)-\frac{1}{3}\cos(3\Omega t)+\frac{1}{5}\cos(5\Omega t)-\frac{1}{7}\cos(7\Omega t)+\cdots\right]$$

式中，基波频率为 $\Omega=2\pi/T$。由上式可以看出，一个周期性方波信号含有的频率分量有基波、3 次谐波、5 次谐波等无数个奇次谐波。这种方法的优点是能够精确地表示信号的分量组合，但是并不直观。

2）波形图分解方法（图形分解与合成）

将图 1-6 所示的周期性方波信号用余弦波形图表示，就是图形的分解与合成方法，如图 1-7 所示。图 1-7(a)表示周期性方波信号可分解成基波和无数个幅度不同的余弦奇次谐波；图 1-7(b)表示用基波和 3 次谐波合成的波形；图 1-7(c)表示基波和 3 次谐波、5 次谐波合成的波形。



(a) 方波的分解　(b) 基波和3次谐波合成　(c) 基波和3次谐波、5次谐波合成

图 1-7　周期性方波图形的分解与合成示意图

观察图 1-7，可以得出以下结论。

(1)非正弦波信号含有许多余弦分量（或正弦分量）。

(2)信号各频率分量的幅度随着谐波频率的升高而逐渐下降，因此信号的能量主要集中在低频分量上。

(3)如果信号 $f(t)$是脉冲信号，那么它的高频分量主要影响脉冲的跳变沿，而低频分量主要影响脉冲的顶部。信号 $f(t)$的波形变化越剧烈，所含频率分量越丰富。

(4)用来叠加的谐波项数越多，合成后的波形越接近原来的波形。

采用波形图分解方法的优点是直观，能很清楚地获知谐波分量的叠加关系。但是，图形的分解和叠加过程很麻烦。

3）信号的频谱表示法

一般来说，信号含有的余弦频率分量可以用其幅度和相位表示。将信号的各个余弦分量的幅度和相位分别按频率由低向高依次排列就构成信号的频谱。和前面讨论的两种信号表示

方法一样，信号的频谱也包含信号的全部信息。例如，图1-6所示的周期性方波信号，含有的频率分量有基波、3次谐波、5次谐波等无数个奇次谐波分量，将这些谐波分量的频率及幅度标在如图1-8所示的图上，就是该方波信号的频谱图。

虽然复杂信号的频谱在理论上可以扩展至无限，但在实际应用中，由于信号的能量一般集中在信号的低频部分，因此高于某一特定频率的分量在工程上可以忽略不计。这样信号的频谱只在某一个频率范围内有效存在，这个频率范围就是信号的频带。

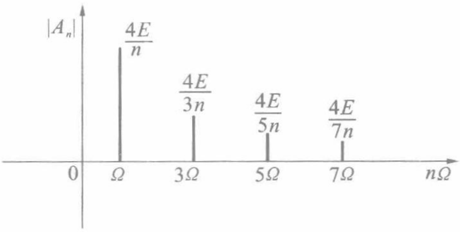


图1-8　偶对称方波的频谱图

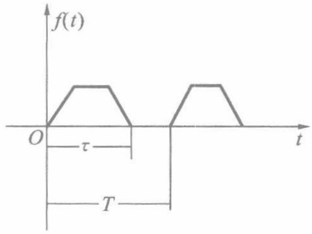


图1-9　时间特性（T,τ）

3. 确定信号的基本特性

1）时间特性（T,τ）

由前面确定信号的定义可知，确定信号能够用确定的时间函数值来表示，其函数值随时间变量t的变化而变化，并且可以用随时间变化而变化的波形来描述。所以确定信号随时间变化而变化的特性，即时间特性是它的首要特性，它包含信号的全部信息。确定信号的时间特性常用（T,τ）表示，如图1-9所示。其中，T表示信号重复的周期；τ表示信号持续时间，又称为脉宽。

2）频率特性（主要指信号的频谱和信号所占有的频带）

确定信号既具有时间特性又具有频率特性，其频率特性常用信号的频谱来描述。由前面的讨论可知，信号的频谱包含了信号的全部信息，那么它和同样包含信号全部信息的时间特性（T,τ）之间必然存在密切的联系，具体关系如下。

（1）重复周期T的倒数是周期信号的基波频率，其中：重复周期T越大，基波频率越低；重复周期T越小，基波频率越高。

（2）信号的脉冲持续时间（脉宽）τ和边沿的陡度与信号占有的频带宽度有关。脉宽τ越宽，信号占有的频带越窄；脉宽τ越窄，信号占有的频带越宽。

1.2.3　激励信号

作用于系统输入端的信号称为激励信号，用数学的术语来描述也称为激励函数。为了以后讨论方便，这里重点介绍奇异函数做激励和普通函数做激励的表示方法。

1. 奇异函数

奇异信号，亦称奇异函数，是指函数本身有间断点，或者函数的导数不能用一般函数表示的信号。在连续系统中，常用的奇异函数有单位阶跃函数$\varepsilon(t)$、单位冲激函数$\delta(t)$等，下面分

别讨论。

1)单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$,又称为单位阶跃信号,其定义为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & (t>0)\\ 0 & (t<0)\end{cases} \tag{1-1}$$

其波形如图 1-10 所示。在图 1-10 中,单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$在 $t=0$ 处是不连续的,即波形在 $t=0$ 处有一个跳变。

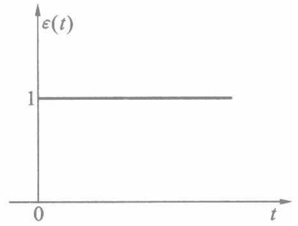


图 1-10 单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$

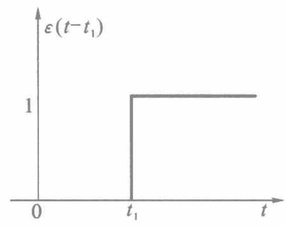


图 1-11 单位阶跃函数的延时 $\varepsilon(t-t_1)$

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$可以看成是在 $t=0$ 时,将单位电源接入某一电路,并且持续时间为无穷大。如果单位电源接入的时间向后推迟到 $t=t_1$,t_1 为正实数,持续时间同样为无穷大,就可以用单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$的延时 $\varepsilon(t-t_1)$表示。可用图 1-11 表示,即

$$\varepsilon(t-t_1)=\begin{cases}1 & (t>t_1)\\ 0 & (t<t_1)\end{cases} \tag{1-2}$$

单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$还可以用来表示信号的起始点,例如 $f(t)\varepsilon(t)$表示信号从 $t=0$ 点开始,$f(t)\varepsilon(t-1)$表示信号从 $t=1$ 点开始。

2)单位冲激函数 $\delta(t)$

单位冲激函数,又称为 δ 函数,常用 $\delta(t)$表示。它的定义为

$$\delta(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 & (t=0)\\ \delta(t)=0 & (t\neq 0)\end{cases} \tag{1-3}$$

单位冲激函数 $\delta(t)$的波形如图 1-12 所示。

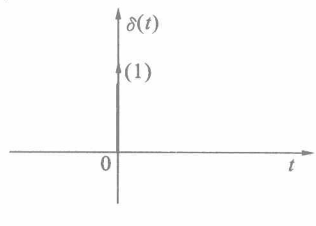


图 1-12 单位冲激函数 $\delta(t)$

单位冲激函数常用来描述出现时间极短但幅度极大的物理现象。例如天空中出现的闪电、信号采样中常用的采样脉冲等信号。

单位冲激函数 $\delta(t)$具有如下性质。

(1)采样性。

δ 函数(单位冲激函数)不是通常意义上的函数,而是广义函数,也称为分配函数或采样函数,即满足

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t) \tag{1-4}$$

式(1-4)表示采集信号 $f(t)$ 中 $t=0$ 点的样值，如果要采集 $t=1$ 点的样值，则可以写为

$$f(t)\delta(t-1)=f(1)\delta(t-1) \tag{1-5}$$

如果对式(1-4)和式(1-5)在$(-\infty,+\infty)$区间内积分，并利用单位冲激函数 $\delta(t)$ 的定义式，可得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = f(0) \tag{1-6}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-1)\mathrm{d}t = f(1)\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-1)\mathrm{d}t = f(1) \tag{1-7}$$

(2)单位冲激函数 $\delta(t)$ 与单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的关系。

根据单位冲激函数 $\delta(t)$ 的定义，有

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \begin{cases} 1 & (t>0) \\ 0 & (t<0) \end{cases} \tag{1-8}$$

将式(1-8)与单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的定义式(1-1)比较，可知式(1-4)与式(1-6)完全相同，因而有

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-9}$$

由式(1-9)可知，单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 是单位冲激函数 $\delta(t)$ 的积分。同理，单位冲激函数 $\delta(t)$ 是单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的微分，即满足

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

单位冲激函数 $\delta(t)$ 可以用单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 表示为

$$\delta(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1) \tag{1-11}$$

同样，单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 也可以用单位冲激函数 $\delta(t)$ 表示为

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^{+\infty}\delta(t-i) \tag{1-12}$$

(3)冲激函数的导函数 $\delta'(t)$。

冲激函数的导函数称为冲激偶，用 $\delta'(t)$ 表示。冲击偶 $\delta'(t)$ 表示在 $t=0$ 处有上下对称的两个冲激，故称为冲激偶，如图1-13所示。因为冲激偶信号包含正负两个冲激，所以它包含的面积为零，因此其积分为零，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t = 0 \tag{1-13}$$

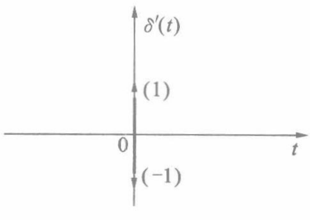


图 1-13 冲激偶 $\delta'(t)$

当冲激偶与普通函数相乘时，具有如下性质：

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1-14}$$

式(1-14)可由冲激函数乘积的微分性质来证明，即

$$[f(t)\delta(t)]'=f'(t)\delta(t)+f(t)\delta'(t)$$

整理得

$$f(t)\delta'(t)=[f(t)\delta(t)]'-f'(t)\delta(t)$$

$$=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1-15}$$

将式(1-14)在$(-\infty,+\infty)$区间内积分，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0) \tag{1-16}$$

对于冲激偶的延迟$\delta'(t-t_1)$，同样有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-f'(t_0) \tag{1-17}$$

(4)冲激函数$\delta(t)$的奇偶性。

冲激函数$\delta(t)$是偶函数，即满足

$$\delta(t)=\delta(-t) \tag{1-18}$$

(5)冲激函数$\delta(t)$的尺度变换性质。

当冲激函数在时间轴上发生尺度变化时，其强度也发生相应的变化，即

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1-19}$$

2. 普通函数

由前面的讨论可知，用奇异函数做激励时，由于奇异函数的特殊性质，可以简化系统的分析和求解过程。在实际应用中，常用的激励函数并不是奇异函数，而是普通激励函数$e(t)$。但是，如果可以用奇异函数来表示普通激励函数$e(t)$，就同样可以利用奇异函数的性质来简化计算过程，降低系统分析和求解过程的难度。

从函数的叠加积分可看出：普通激励函数$e(t)$可以分解成一系列的阶跃函数之和，也可以分解成一系列脉冲之和，当脉冲间隔$\Delta t\to 0$时，它们就变成了奇异函数之和。

例如，普通激励函数$e(t)$如图1-14(a)所示。可以将$e(t)$分解为如图1-14(b)所示的一系列阶跃函数之和，也可以将$e(t)$分解为如图1-14(c)所示的一系列脉冲函数之和。

将普通激励函数$e(t)$分解为一系列的阶跃函数时，有

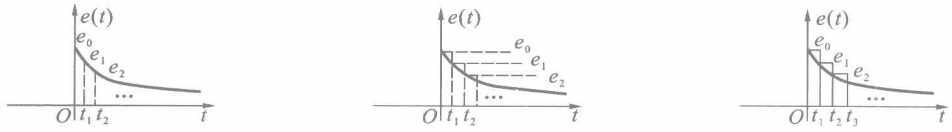
$$e(t)\varepsilon(t)=e_0\varepsilon(t)+(e_1-e_0)\varepsilon(t-t_1)+(e_2-e_1)\varepsilon(t-t_2)+\cdots$$

将$e(t)$分解为一系列的脉冲函数时，有

$$e(t)\varepsilon(t)=e_0[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_1)]+e_1[\varepsilon(t-t_1)-\varepsilon(t-t_2)]+\cdots$$

式中，$e(t)\varepsilon(t)$表示激励函数是一个有始信号，起始点是$t=0$。

令$\Delta t=t_2-t_1$，当$\Delta t\to 0$时，上述两个等式完全成立，这些系列函数就变成了奇异函数。因而，普通激励函数完全可用系列奇异函数表示了。



(a) $e(t)$的波形　　(b) $e(t)$分解为系列阶跃函数　　(c) $e(t)$分解为系列脉冲函数

图 1-14　$e(t)$的波形及分解

1.3　系统的概念

1.3.1　系统的概念及分类

系统是由若干元件、部件以特定方式连接，为完成某一特定功能而组成的一个有机整体。譬如，通信系统、广播电视系统、计算机系统等。一个简单的系统，一般由激励函数 $e(t)$、系统函数 $h(t)$、响应函数 $r(t)$ 三部分组成，如图 1-15 所示。

图 1-15　简单系统组成

根据系统中激励函数、系统函数与响应函数的性质，系统可归纳为以下几种类型。

1）因果系统

如果某个系统的响应是由过去或现在的激励产生的结果，那么此系统为因果系统。若 $e(t)$ 为激励、$r(t)$ 为响应，则有

$$e(t_1),e(t_2)\rightarrow r(t_2)\quad (t_1<t_2) \tag{1-20}$$

因果系统是物理可实现系统。

与过去和现在激励都有关的系统也称为动态系统（或记忆系统），可表示为

$$e(t_1)+e(t_2)\rightarrow r(t_2)\quad (t_1<t_2) \tag{1-21}$$

只与现在激励有关的系统称为即时系统（或无记忆系统），即时系统可以表示为

$$e(t_2)\rightarrow r(t_2) \tag{1-22}$$

2）可逆系统

若某系统对于不同的激励函数，对应有不同的响应函数，即响应与激励是单值对应的关系，则称此系统为可逆系统。用原系统和它的逆系统级联组合，可以组成恒等系统（见图 1-16），即输出信号与输入信号相同。

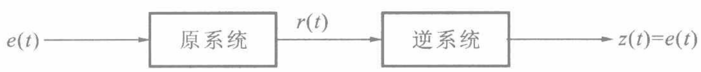


图 1-16　恒等系统

图 1-16 中，$e(t)$ 是原系统的激励函数，$z(t)$ 是逆系统的响应函数。当原系统和逆系统级联时，输入信号 $e(t)$ 和输出信号 $z(t)$ 相等。

3）线性系统

同时具有齐次性（比例性）和叠加性（可加性）的系统称为线性系统。其中齐次性是指当激励变成原来激励 $e(t)$ 的 k（k 为任意常数）倍时，响应也相应地变为原来响应 $r(t)$ 的 k 倍。用符号表示为

若　　$$e(t)\rightarrow r(t)$$

则有 $$ke(t) \rightarrow kr(t) \tag{1-23}$$

系统的叠加性是指当有几个激励同时作用于系统时，系统的响应为各个激励分别作用于系统时所产生的响应之和。如果激励 $e_1(t)$ 产生的响应为 $r_1(t)$，激励 $e_2(t)$ 产生的响应为 $r_2(t)$，a_1 和 a_2 为任意常数，则叠加性可以用符号表示为

若 $$e_1(t) \rightarrow r_1(t), \quad e_2(t) \rightarrow r_2(t)$$

则 $$a_1e_1(t)+a_2e_2(t) \rightarrow a_1r_1(t)+a_2r_2(t) \tag{1-24}$$

4）非时变系统

响应的形状不随激励施加的时间不同而改变的系统，称为非时变系统，或称为时间平移系统，用符号表示为

若 $$e(t) \rightarrow r(t)$$

则 $$e(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0) \tag{1-25}$$

5）线性非时变系统

同时具有齐次性、叠加性和时间平移性的系统，称为线性非时变系统（LTIS，linear time invariant system）。

6）稳定系统

在有界信号激励下，系统的响应也是有界的，则该系统是稳定的，即“有界的输入，产生有界的输出”（BIBO），此系统称为稳定系统。

下面以例题说明如何判断系统的线性质。

【例 1.2】 已知：(1) $r(t)=r(t_0)+ae(t)$，(2) $r(t)=r(t_0)+e(t)\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$，当 $t=t_0$ 时，$e(t_0)=0$。试判断系统的线性问题。

解 (1) $r(t)=r(t_0)+ae(t)$。

设 $$e_1(t) \rightarrow r_1(t)=r(t_0)+ae_1(t), e_2(t) \rightarrow r_2(t)=r(t_0)+ae_2(t)$$

则 $$b_1e_1(t) \rightarrow r(t_0)+ab_1e_1(t), b_2e_2(t) \rightarrow r(t_0)+ab_2e_2(t)$$

有 $$b_1e_1(t)+b_2e_2(t) \rightarrow r(t_0)+a(b_1e_1(t)+b_2e_2(t)) \neq b_1r_1(t)+b_2r_2(t)$$

因而系统不是线性系统。但是激励增量 Δe 和响应增量 Δr 之间有线性的关系，即

$$\Delta e=b_1e_1(t)-e_1(t)=(b_1-1)e_1(t)$$

$$\Delta r=[r(t_0)+ab_1e_1(t)]-[r(t_0)+ae_1(t)]=(b_1-1)ae_1(t)$$

观察可知，Δe 与 Δr 是线性关系，称这样的系统为增量线性系统。

(2) $r(t)=r(t_0)+e(t)\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$。

由题(1)的结论可知，$r(t)=r(t_0)+e(t)\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$ 不是线性系统，下面来判断它是否为增量线性系统。判断如下：

$$\Delta e=b_1e_1(t)-e_1(t)=(b_1-1)e_1(t)$$

$$\Delta r=\left[r(t_0)+b_1e_1(t)\frac{\mathrm{d}b_1e_1(t)}{\mathrm{d}t}\right]-\left[r(t_0)+e_1(t)\frac{\mathrm{d}e_1(t)}{\mathrm{d}t}\right] \neq K(b_1-1)e_1(t)$$