材料力学辅导

编 者

石福庆（清华大学）

朱志贤 臧 昆（北京化纤学院）

审阅者

蒋智翔 朱祖成（清华大学）

中国铁道出版社

1984年·北京

内 容 简 介

本书是结合中央广播电视大学所采用的教材而编写的辅导教材。每章分内容提要、要求、典型例题分析和复习思考题等四部分。其中典型例题分析是本书的主要部分，按工科院校辅导课的要求选择了一百多个典型例题，针对重点和难点，从正反两个方面加以分析和总结，帮助学生掌握基本概念和解题方法。本书可供电视大学和职工大学学员，以及自学《材料力学》者使用，也可供普通高等工科院校学生以及辅导教师参考使用。

材料力学辅导

石福庆　朱志贤　臧　昆　　编

蒋智翔　朱祖成　审阅

中国铁道出版社出版

责任编辑　冯秉明　　封面设计　王毓平

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张：14.125 字数：323 千

1 9 8 4 年1月 第1版　1 9 8 4 年1月 第1次印刷

印数：0001—45,000册　定价：1.70元

目　　录

符　号　表

符　　号	意　　　义	常 用 单 位
α	空心圆轴内径与外径的比、热膨胀系数	无量纲 无量纲
γ	剪应变	无量纲
	比重（单位体积重量）	N/m^3,kN/m^3
δ	延伸率	无量纲
δ、Δ	广义位移（线位移或角位移）	mm或rad
Δl	轴向伸长	mm
ε	线应变	无量纲
θ	单位长度扭转角或弯曲转角	rad/m或rad
λ	柔成（压杆）	无量纲
	弹簧轴向变形	mm
μ	泊松比	无量纲
	长度系数（压杆）	无量纲
ρ	曲率半径	m
	密度	kg/m^3
σ	正应力	MPa
σ^+	拉应力	MPa
σ^-	压应力	MPa
$[\sigma]$	许用正应力	MPa
σ_{bs}	挤压应力	MPa
σ_p	比例极限	MPa
σ_e	弹性极限	MPa
σ_s	流动极限（屈服极限）	MPa
σ_b	强度极限	MPa
$\sigma_{max}(\sigma_{min})$	最大（最小）正应力	MPa
σ_a	交变应力的应力幅度	MPa
σ_m	交变应力的平均应力	MPa
σ_{eq}	相当应力	MPa
σ_{-1},τ_{-1}	对称循环的疲劳极限	MPa

续上表

符　　号	意　　　　义	常 用 单 位
σ_0，τ_0	脉动循环的疲劳极限	MPa
τ	剪应力	MPa
τ_{max}	最大剪应力	MPa
$[\tau]$	许用剪应力	MPa
ϕ	扭角	rad
φ	折减系数	无量纲
ω	角速度	rad/s
b、B	宽度	mm
C	形心	
	弹簧常数	N/m， kN/m
d,D	直径	mm
E	弹性模量	GPa
F	面积	mm^2，m^2
f	挠度	mm
G	剪切弹性模量	GPa
h、H	高度	mm， m
I	惯性矩	mm^4
I_p	极惯性矩	mm^4
i	惯性半径	mm
K_d	动荷系数	无量纲
K_σ、K_τ	有效应力集中系数	无量纲
l、L	长度	mm， m
m	力偶、转矩	N·m， kN·m
M	弯矩	N·m， kN·m
N	轴力	N， kN
N_K、N_P	功率	W， kW
n	安全系数	无量纲
	转速	转/分
p	压强	Pa
P	集中力（集中载荷）	N， kN
P_j	挤压力	N， kN
q	分布载荷（或分布力偶）集度	N/m或N·m/m

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

续上表

符　号	意　义	常用单位
Q	剪力	N，kN
R	合力，支反力	N，kN
r，R	半径	mm，m
r	应力循环特征	无量纲
s	面矩（静面矩）	mm^3
T	扭矩	N·m，kN·m
U	应变能	J = N·m
V	体积	mm^3，m^3
W	功（外力功）	J
x，y，z	坐标轴	
X_1、X_2、X_3	多余反力或反力偶	N或N·m

注：1kg = 9.8N　　1Pa = N/m^2

1MPa = 10^6Pa　　1GPa = 10^9Pa

第一章　轴向拉伸与压缩

当作用于杆件的外力的作用线与杆的轴线重合时，杆件发生沿轴向的伸长或缩短，这种变形形式，称为轴向拉伸或压缩。受轴向拉伸（或压缩）的杆件，称为拉（压）杆。本章主要讨论拉(压)杆的强度和变形计算问题。对连接件的强度问题仅作简单介绍。本章所涉及的概念和方法，在材料力学中具有普遍意义。

一、内 容 提 要

1. 拉（压）杆的强度计算

强度计算的一般步骤是：外力分析⟶内力计算⟶应力计算⟶强度计算。

Ⅰ. 外力分析

作用在杆件上的外力包括载荷和支反力，只有当外力的合力的作用线与杆的轴线重合时，杆件才只产生轴向拉伸或压缩。

Ⅱ. 内力

i）内力的意义：在外力作用下构件内部各部分之间所产生的相互作用力，称为“附加内力”，在材料力学中简称为“内力”。

ii）截面法

内力用截面法计算，其步骤如下：

截开——在欲求内力的截面处，假想地将构件截开成两部分，取其中任一部分作为研究对象；

代替——用作用于截面上的内力代替另一部分对所取部分的作用；

平衡——建立所取部分的平衡条件，确定截开面的未知内力。

iii） 轴力和轴力图

轴力——横截面上与杆的轴线重合（即垂直于横截面并通过其形心）的内力，称为轴力，用N表示。

轴力是拉、压杆横截面上分布内力的合力。

轴力的正负号——轴力的正负号用变形来确定。材料力学中规定：拉伸时的轴力为正，压缩时的轴力为负。根据此规定，在横截面上方向与截面的外法线正向一致的轴力为正，反之为负。图1—1所示轴力为正，图1—2所示轴力为负。

轴力图——表示轴力沿杆轴线变化规律的图形，称为轴力图。

当由截面法求得拉、压杆各部分上的轴力后，就可作轴力图。

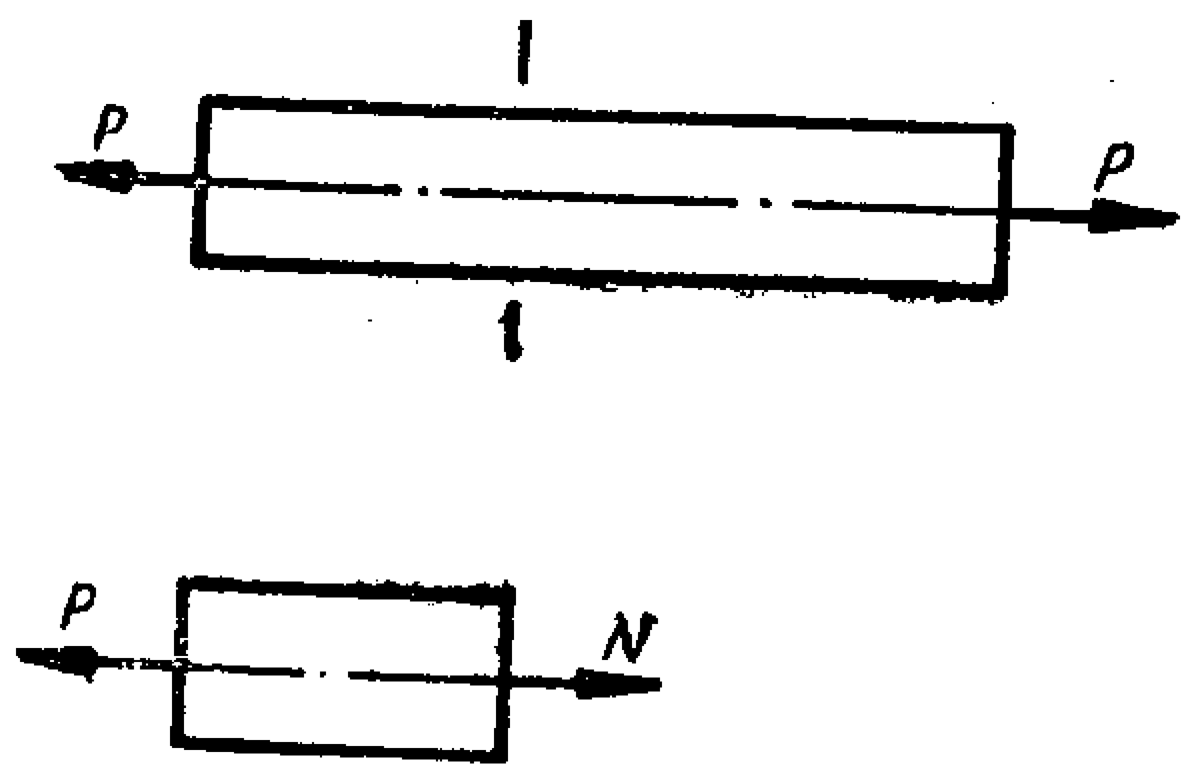


图 1—1

Ⅲ. 应力计算

i）应力——内力在截面上的分布集度，即单位面积上的内力，称为应力。

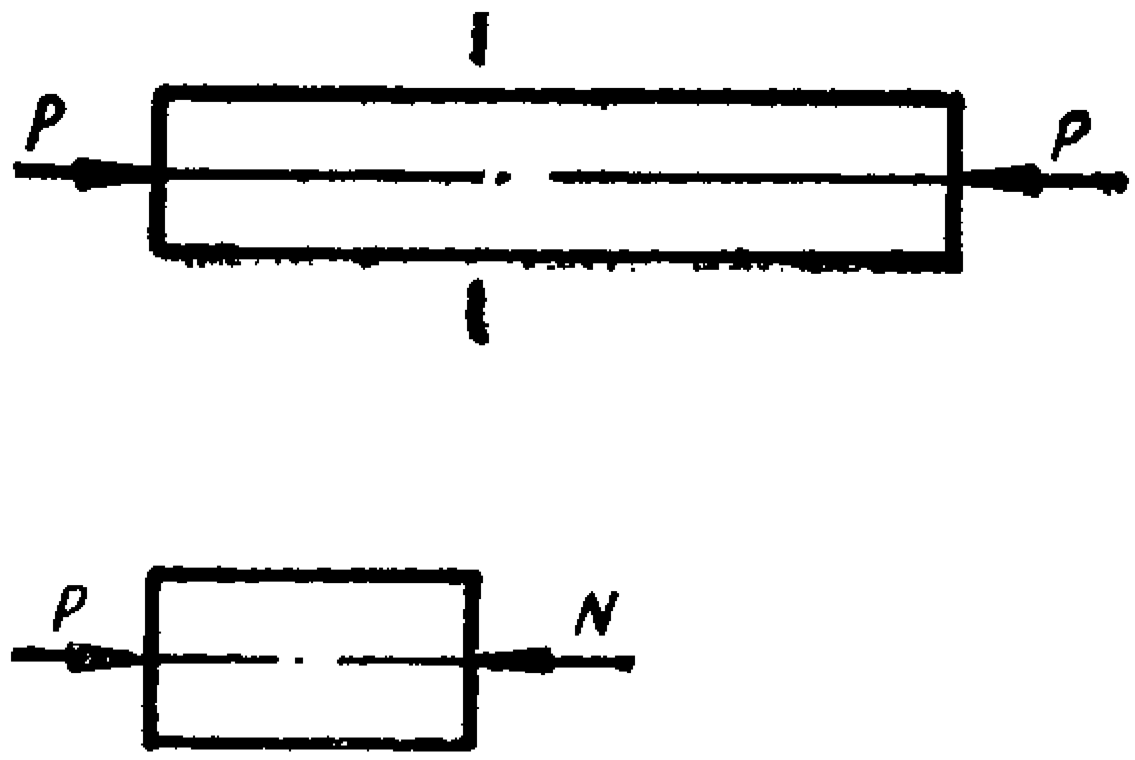


图 1—2

在国际单位制中，应力的单位是帕斯卡（Pascal），用代号帕（Pa）表示，1帕等于1牛顿每平方米（$1Pa=1N/m^2$）。在工程中，常

用兆帕（MPa）为应力单位（$1\mathrm{MPa}=10^6\mathrm{Pa}$）。

ii）拉、压杆横截面上的应力

对于均质杆件，在承受轴向拉伸或压缩时，根据“平面假设”，即杆件变形后各横截面仍保持为平面的假设，可知两横截面间的所有纵向纤维的变形是相等的，因此横截面上的内力是均匀分布的。由此得拉、压杆横截面上各点处的应力计算公式为：

$$\sigma=\frac{N}{F}$$

式中　N为横截面上的轴力；F为横截面面积；σ 为横截面上的正应力，即垂直于截面的应力。由公式可见，σ 与N有相同的正负号，$\sigma>0$，表示拉应力，$\sigma<0$ 表示压应力。

必须指出，只有当杆件承受轴向拉伸（压缩）时，才能使用上述公式。

Ⅳ．　强度计算

i）拉、压杆的强度条件为

$$\sigma_{max}=\left(\frac{N}{F}\right)_{max}\leqslant[\sigma]=\frac{\sigma^0}{n}$$

不等号左边的σ_{max}为杆件中的最大工作应力，其值取决于由载荷所引起的轴力和杆件的横截面尺寸；不等号右边的$[\sigma]$为构件的许用应力，其值取决于杆件材料的极限应力及相应的安全系数n。对于由塑性材料制成的杆件，取屈服极限σ_s为极限应力，相应的安全系数为n_s，得$[\sigma]=\frac{\sigma_s}{n_s}$，对于由脆性材料制成的杆件，以强度极限$\sigma_b$为极限应力，相应的安全系数为$n_b$，得$[\sigma]=\frac{\sigma_b}{n_b}$

ii）拉、压杆强度条件的应用

根据上述强度条件，可以解决工程实际中三种类型的强度问题：

强度校核——已知杆件材料的许用应力〔σ〕、横截面尺寸以及杆件所承受的载荷，校核杆件是否满足强度条件。

选择截面尺寸——已知杆件的材料和承受的载荷，根据强度条件选择合理的截面尺寸，即选择横截面的面积F，使满足下式：

$$F \geqslant \frac{N_{max}}{[\sigma]}$$

确定许可载荷——已知杆件的材料和横截面面积，根据强度条件由下式

$$N = N(P) \leqslant [\sigma] \cdot F$$

确定杆件所容许的最大轴力，从而确定结构的许可载荷〔P〕。

2． 拉、压杆的变形，应变和虎克定律

Ⅰ． 变形

杆件受轴向拉伸时，沿纵向尺寸增加，沿横向尺寸减小；杆件受轴向压缩时，沿纵向尺寸减小，沿横向尺寸增加，杆件发生变形。如果杆件的原长为l，横向尺寸为b，受力后杆件长变为l_1，横向尺寸变为b_1，如图1－3所示，则杆的纵向变形为：

$$\Delta l = l_1 - l$$

横向变形

$$\Delta b = b_1 - b$$

变形的正负号，以伸长为正、缩短为负。

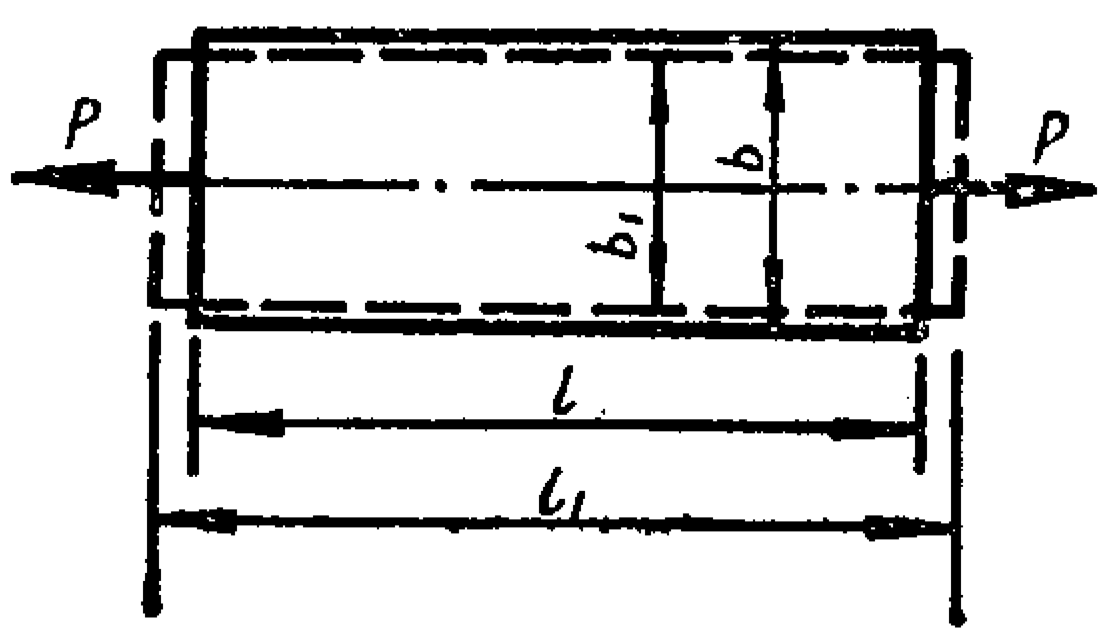


图 1－3

Ⅱ． 线应变ε

杆件受力后，单位尺寸的长度变化（变形），称为线应变，用ε表示，它表示杆件的变形程度。

纵向线应变 $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$；

横向线应变 $\varepsilon'=\frac{\Delta b}{b}$。

线应变的正负号，以伸长变形时的线应变为正，缩短变形时的线应变为负。

横向线应变ε'与纵向线应变ε间的关系：当拉（压）杆内的应力不超过材料的比例极限时，横向线应变ε'与纵向线应变ε成正比，而符号相反，即

$$\varepsilon'=-\mu\varepsilon$$

式中，此例系数μ称为泊松比，其值随材料而异，由试验测定。当拉（压）杆内的应力不超过材料的比例极限时，μ是一个常数。对于各向同性材料，横向各方向的μ值都相同。

Ⅲ． 轴向拉伸（压缩）时应力与应变间的关系

由实验可知，当应力不超过材料的比例极限时，横截面上的正应力σ与纵向线应变ε成正比，此规律称为轴向拉伸（压缩）时的虎克定律。其数学表达式为

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}$$

式中E称为材料的拉（压）弹性模量，其单位与应力相同，其数实随材料而异，由实验测定。

对于在l长度范围内E、F和N均为常数的拉（压）杆，由$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$和$\sigma=\frac{N}{F}$，虎克定律也可写为

$$\Delta l=\frac{Nl}{EF}$$

3． 拉伸（压缩）静不定问题

Ⅰ． 仅用静力平衡方程不能确定全部未知力的结构或系统，称为静不定结构或静不定系统。

Ⅱ． 求解静不定问题时，必须综合考虑静力平衡条件、变形几何（协调）条件和物理条件三个方面。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

Ⅲ．与静定结构相比较，静不定结构的特点是内力分配与各杆件的刚度有关，且一切与变形有关的外界因素都会产生杆件的内力，例如温度的变化，杆件的制造误差等。

4．连接件的剪切和挤压强度计算

连接件的受力和变形一般都比较复杂。因此，在工程实际中，通常采用“假定计算”的方法。

Ⅰ．剪切强度计算

以图1—4所示的螺栓连接为例，假设剪应力在受剪面n-n上均匀分布，即

$$\tau=\frac{Q}{F}$$

式中　Q为受剪面上的剪力；F为受剪面面积。

螺栓的剪切强度条件为

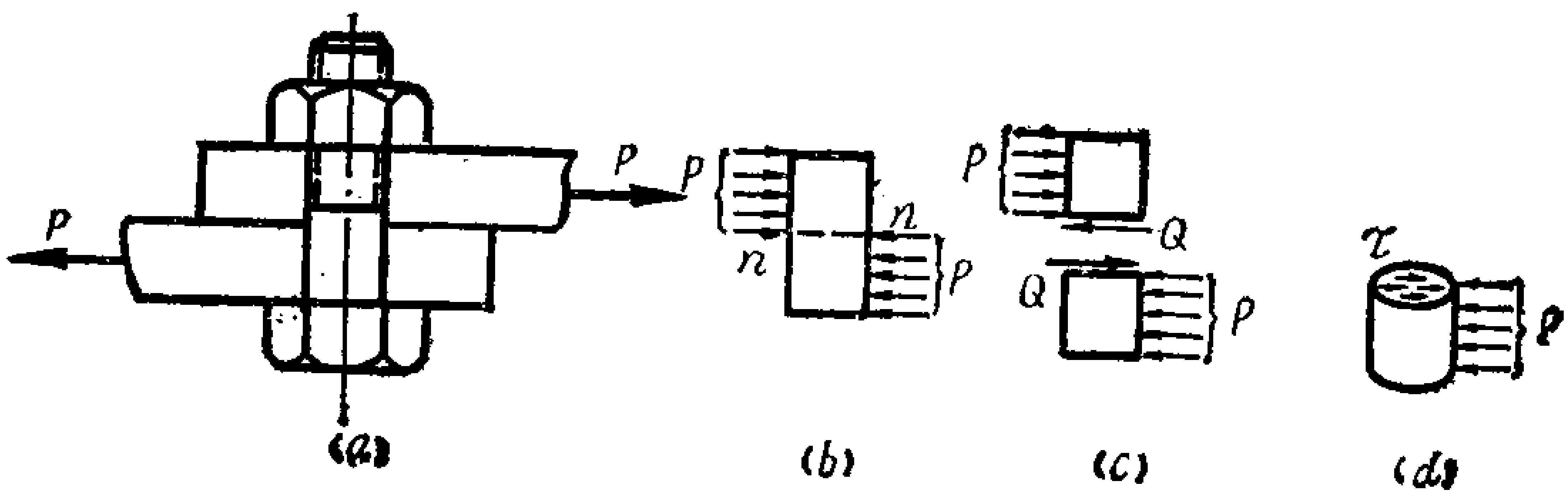


图　1—4

$$\tau=\frac{Q}{F}\leqslant[\tau]_{剪}$$

式中　$[\tau]_{剪}$为螺栓的许用剪切应力。

Ⅱ．挤压强度条件

两相互接触的构件，在其接触面上的压力称为挤压力，用P_j表示。由P_j引起的应力称为挤压应力，用σ_{bs}表示。在假定计算中，挤压应力按下式计算：

$$\sigma_{bs}=\frac{P_j}{F_j},$$

式中 F_j为挤压面的计算面积。对于图1—5所示的键（接触面为平面），F_j 即为接触面面积 $ABCD$；对于螺栓、销子等圆柱形连接件，如图1—6（a）所示，以挤压面的正投影面积作为计算面积 F_j，如图1—6（c）中的 $ABCD$ 所示。

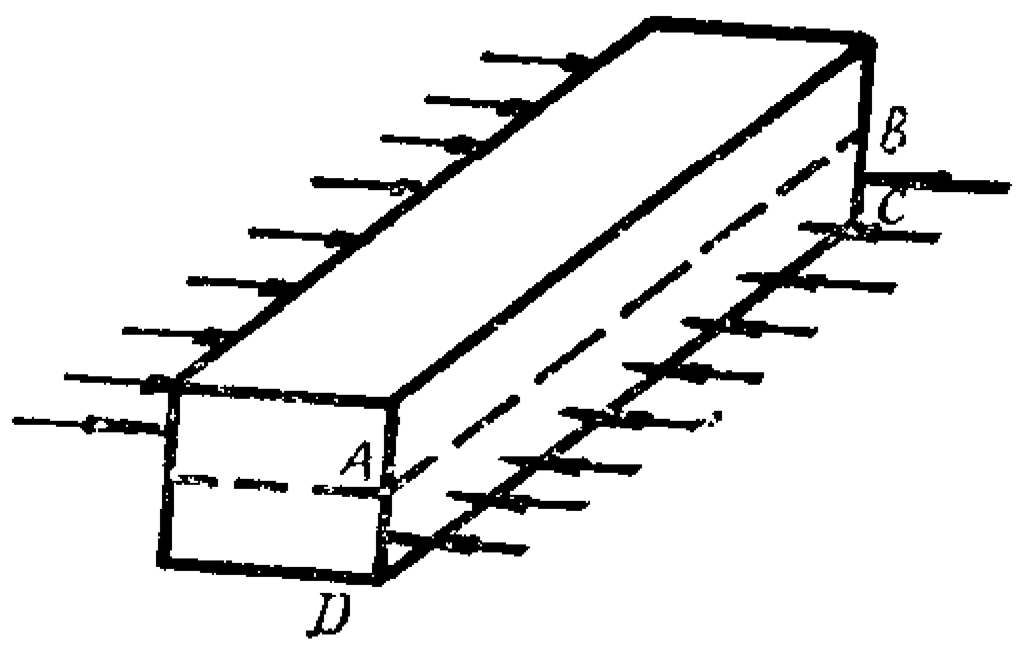


图 1—5

挤压强度条件为：

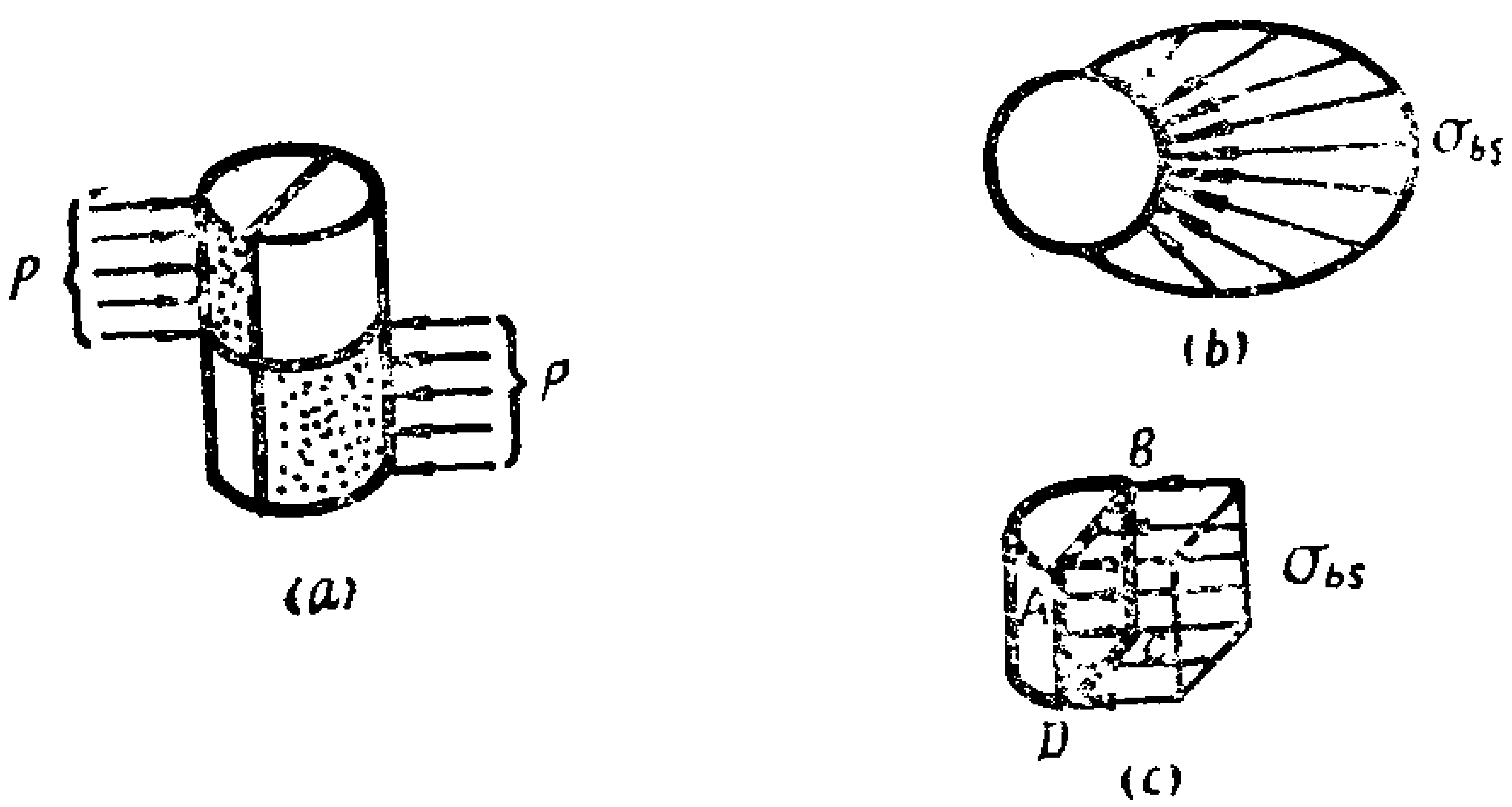


图 1—6

$$\sigma_{bs}=\frac{P_j}{F_j}\leqslant[\sigma_{bs}]$$

式中 $[\sigma_{bs}]$为构件的许用挤压应力。

二、要 求

1． 掌握内力、轴力和应力以及变形和应变等基本概念。

2． 熟练地掌握用截面法计算轴力、并能正确地作轴力

图。

3. 了解拉、压杆横截面上正应力公式的推导方法及公式的使用条件。

4. 掌握拉、压杆强度条件 $\sigma=\dfrac{N}{F}\leqslant[\sigma]$ 中不等号两边的意义，并能熟练地应用强度条件解决强度校核、设计截面尺寸和确定许可载荷三方面的强度计算问题。

5. 熟练地应用虎克定律，计算拉、压杆的变形。

6. 了解静不定问题的概念，并能求解简单的拉、压静不定问题。

7. 了解连接件的强度计算方法。

三、典型例题分析

（一）轴力和轴力图

例1—1 已知：$P_1=6\,\text{kN}$，$P_2=P_3=4\,\text{kN}$。试求图（a）所示各指定截面上的轴力，并作杆的轴力图。

解 1. 求支反力

解除固定端的约束，以一沿轴线的支反力 X_A 代替。由平衡方程：

$$\Sigma X=0 \qquad -X_A+P_1+P_2-P_3=0$$

得：
$$X_A=P_1+P_2-P_3=6+4-4=6\,\text{kN}$$

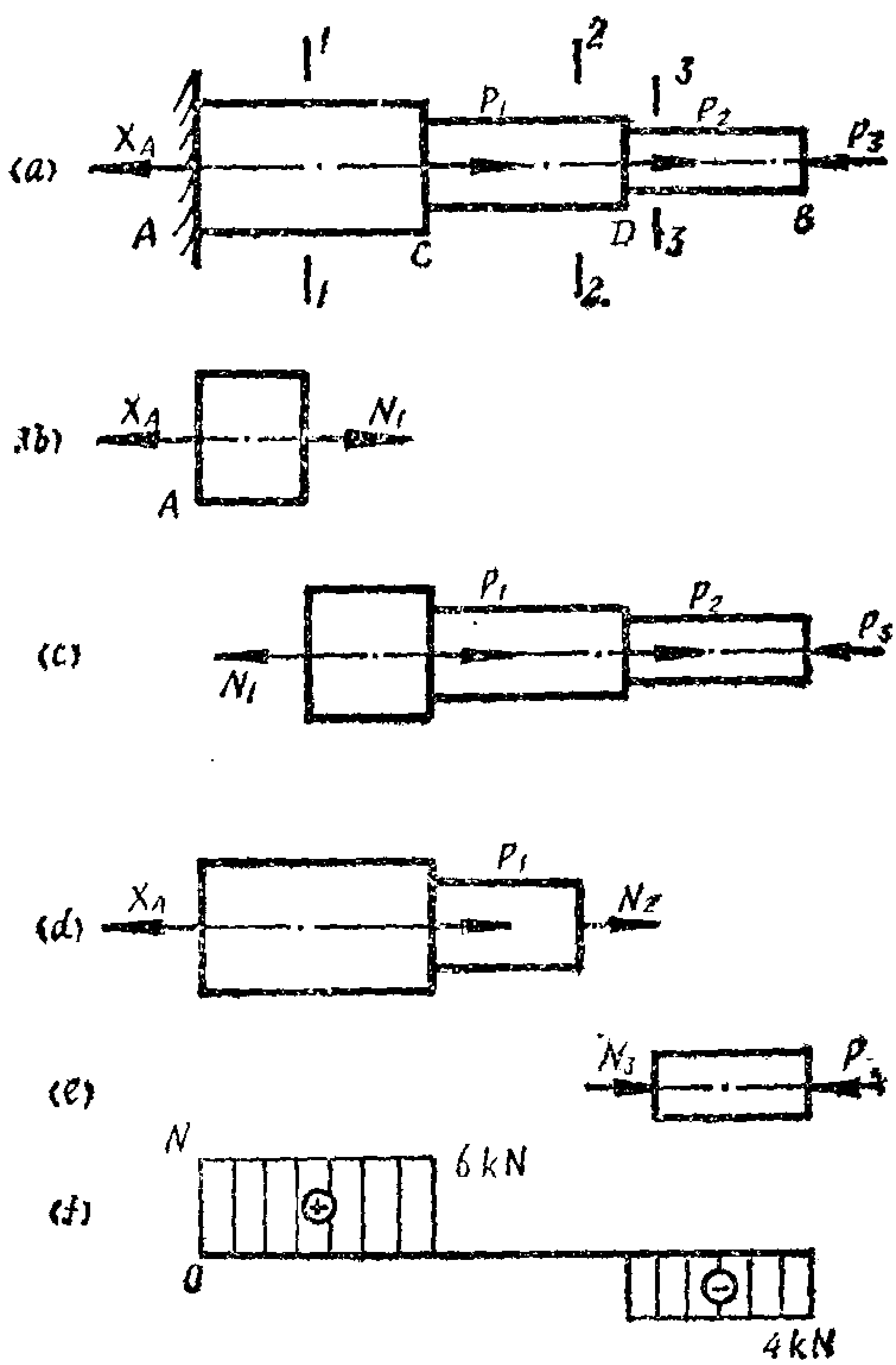
2. 求轴力

杆AB在C和D处，均受集中力作用，使各段上的轴力发生变化。故应分段计算轴力。先用截面法计算1—1截面上的轴力N_1，具体步骤是：

Ⅰ. 截开——假想地在1—1截面处将杆截开。

Ⅱ. 代替——用轴力N_1代替左右两段在截开处的相互作用。一般可先假设N_1为正，即假设轴力方向与截面的外

法线正向一致，如图（b）和（c）所示。



例 1－1图

Ⅲ. 平衡——任取一段为分析对象，由平衡方程 $\Sigma X=0$ 求得该截面上的轴力N_1。

如取 1－1 截面的左段作为研究对象，见图（b）。由

$$\Sigma X=0 \qquad -X_A+N_1=0$$

得

$$N_1=X_A=6\ \text{kN}$$

如取 1－1 截面的右段作为研究对象，见图（c）。由

$$\Sigma X=0 \qquad -N_1+P_1+P_2-P_3=0$$

得　　$N_1=P_1+P_2-P_3=6+4-4=6\,\mathrm{kN}$

所得N_1为正值，说明N_1的实际方向与所设方向一致。

由计算结果可见，无论选择哪一段为研究对象，其结果均相同。为便于计算，通常选取外力较少，便于计算的一段为研究对象。

用同样方法可以计算2—2和3—3截面上的轴力。

设2—2截面上的轴力为N_2，取截面左侧为研究对象，见图（d），则由平衡方程

$$\Sigma X=0 \qquad -X_A+P_1+N_2=0$$

得　　$N_2=X_A-P_1=6-6=0$

所得N_2为零，说明该截面上无内力。

设3—3截面上的轴力为N_3，取截面右侧为研究对象，见图（e）。则由平衡方程

$$\Sigma X=0 \qquad -N_3-P_3=0$$

得　　$N_3=-P_3=-4\,\mathrm{kN}$

所得N_3为负值，说明N_3的实际方向与所设方向相反。

3．作轴力图

在AC、CD和DB各段上，外力无变化，故轴力为常数，因而1—1、2—2和3—3截面上的轴力分别表示各段上的轴力。作轴力图，其步骤是：

Ⅰ．选坐标轴　$N—x$。

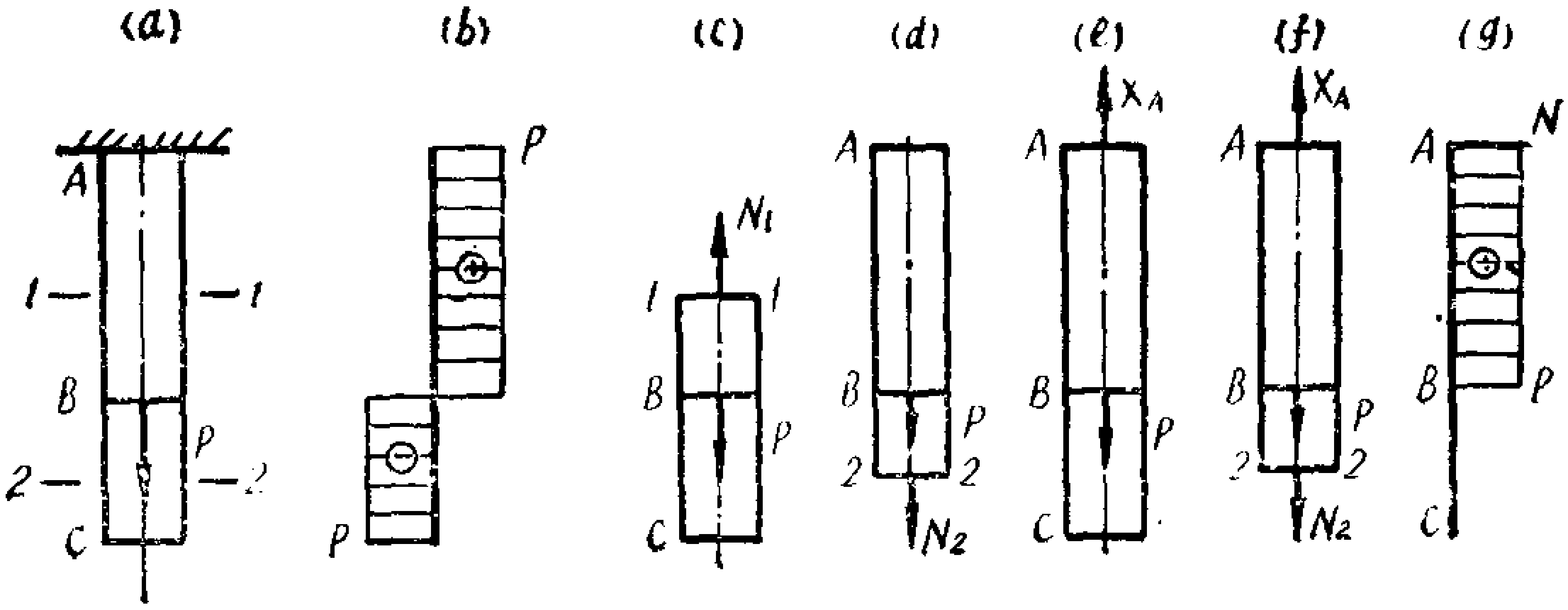
Ⅱ．根据各段的轴力值按一定的比例作图。

Ⅲ．标注正负号和数值。

所作得AB杆的轴力图，如图（f）所示。由图可见，AC段受拉伸，拉力为6 kN；CD段不受力；DB段受压缩，压力为4 kN。

7. **例1—2**　直杆AC上端固定，在B截面处作用着外力P，如图（a）所示。今有三位同学作此杆的轴力图，其结果

都如图（b）所示，他们的理由分别如下，试分析他们的理由是否正确？



例 1—2图

第一种理由是，因为P力向下，它对B截面以上部分是拉力，而对于B截面以下部分是压力，因此杆的轴力图如图（b）所示。

第二种理由是，在P力作用下使AB段拉长而使BC段向下移，则可画出杆的轴力图（b）。

第三种理由是，假设用1—1截面将杆截开，以N_1表示轴力，取下段（图（c）所示）为研究对象，考虑其平衡，得$N_1=P$。再假设用2—2截面将杆截开，以N_2表示轴力，取2—2截面上段为研究对象（如图（d）所示），考虑它的平衡，得$N_2=-P$。于是所得杆的轴力图也是如图（b）所示。

解 以上三种分析方法都有错误。它们所作出的轴力图（b）也是不正确的。

第一种理由的错误在于没有注意到内力的产生不但与所作用的外力有关，而且与约束条件有关。由于A端为固定端，在B截面受力后，AB段受轴力$N_1=P$是正确的。但C端为自由端，在B截面受力后，BC段可以自由移动，故不

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com