

結構學基本原理

習題詳解

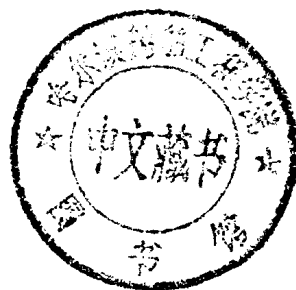
1988年第三版

〔美〕Y. Y. 谢原著



曉園出版社
世界圖書出版公司

363623



内 容 简 介

本书译自英文。书中包括结构的稳定性、静定与不静定结构、弹性变位、弯矩分配及结构动力学等方面的习题共 154 条,采用有限方法及直接劲度法等进行计算和分析,为结构工作人员提供基础知识和应用数据。

结构学基本原理习题详解

[美]Y. Y. 谢 原著

冯文龙 洪贤豪 译著

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京分公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

通州印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992 年 11 月第一版 开本:711×1245 1/24

1992 年 11 月第一次印刷 印张:12.5

印数:0001—1100

ISBN 7-5062-1371-O/TU·3

定价:9.80 元(W_B9202/26)

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向晓园出版社购得重印权
限国内发行。

0302-40

X 2001

(3)

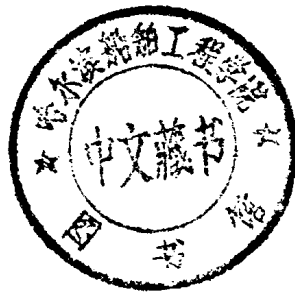
303623

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。



初等結構理論詳解

(目 錄)

第二章	結構之穩定與可定性.....	1
第三章	靜定梁.....	5
第四章	靜定結構之影響線.....	41
第五章	結構之彈性變位.....	53
第六章	用變位諧合法分析靜不定結構.....	83
第七章	用傾角撓度法分析靜不定梁及剛架.....	113
第八章	彎矩分配法：節點不移動之彎矩分配法.....	143
第九章	用有限元素法作結構之矩陣分析，第一部分：力法.....	189
第十章	用有限元素法作結構之矩陣分析，第二部分：位移法...	213
第十一章	直接勁度法.....	233
第十二章	非稜體構件之處理.....	257
第十三章	彈性穩定問題的矩陣分析法.....	271
第十四章	結構動力學.....	287

第二章 結構之穩定與可定性

2-1 討論圖 2-24 所示諸梁之穩定與可定性。

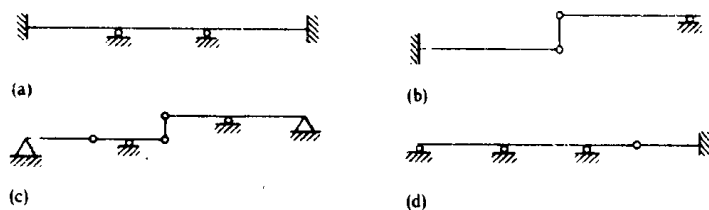


圖 2-24

解 (a) $r = 8$ $c = 0$ $r > c + 3$

$$r - (c + 3) = 8 - 3 = 5$$

此梁穩定和 5 度靜不定。

(b) $r = 4$ $c = 2$ $r < c + 3$

不穩定，因為上梁不能承受水平載重。

(c) $r = 6$ $c = 3$ $r = c + 3$

$$r - (c + 3) = 6 - 6 = 0$$

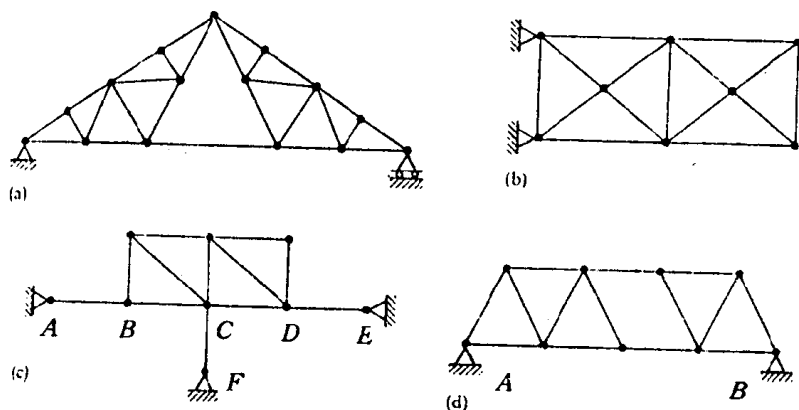
∴ 此梁為穩定和靜定。

(d) $r = 6$ $c = 1$ $r > c + 3$

$$r - (c + 3) = 6 - 4 = 2$$

∴ 此梁穩定和 2 度靜不定。

2-2 討論圖 2-25 中諸桁架之穩定與可定性。



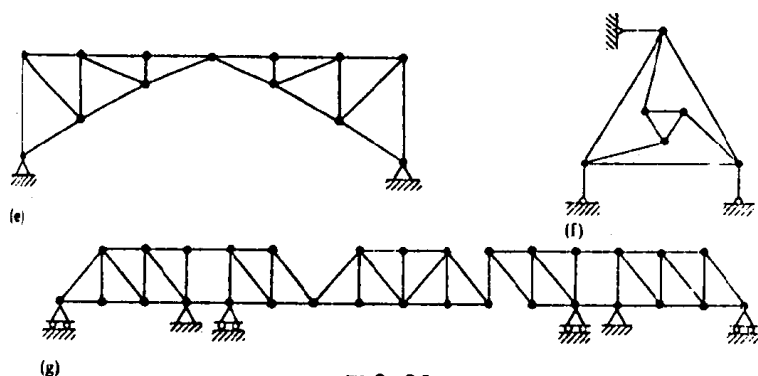


圖 2-25

解 (a) $b = 27 \quad r = 3 \quad j = 15 \quad b + r = 2j$

$$(b + r) - 2j = 30 - 30 = 0$$

穩定和靜定。

(b) $b = 15 \quad r = 4 \quad j = 8 \quad b + r > 2j$

$$(b + r) - 2j = 19 - 16 = 3$$

穩定和 3 度靜不定。

(c) $b = 12 \quad r = 6 \quad j = 9 \quad b + r = 2j$

外在不穩定

(因為 3 反力交於一點，結構不能承受對於此交點之力矩。)

由 A. E. F 之自由體圖可見，當外力不作用於 C 點時 $\sum M_c \neq 0$ 。)

(d) 平面桁架係假設桿件只能承受軸力，如圖無剪力可與反力 R_A 平衡故為內在不穩定。

(e) $b = 22 \quad r = 4 \quad j = 13$

$$(b + r) - 2j = 26 - 26 = 0$$

穩定和靜定

(f) $b = 9 \quad r = 3 \quad j = 6$

$$(b + r) - 2j = 12 - 12 = 0$$

穩定和靜定

(g) $b = 54 \quad r = 8 \quad j = 31 \quad (b + r) - 2j = 62 - 62 = 0$

穩定和靜定

2-3 討論圖 2-26 所示諸剛架之穩定與可定性。

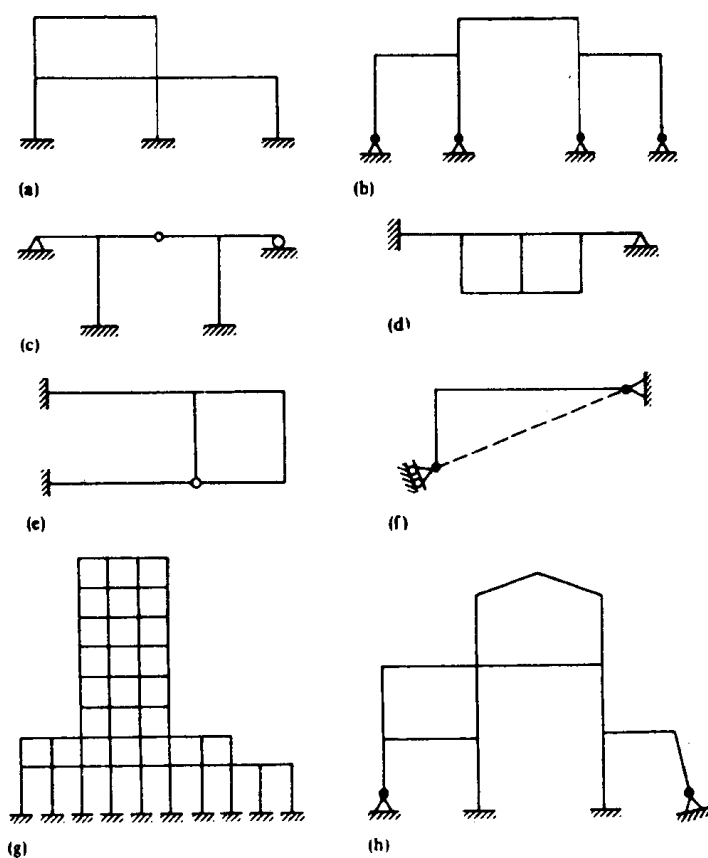


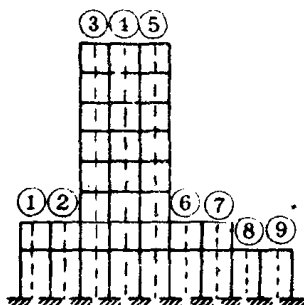
圖 2-26

- 解 (a) $b=8$ $r=9$ $j=8$ $c=0$ $3b+r > 3j+c$
 $(3b+r) - (3j+c) = 33 - 24 = 9$
 穩定和 9 度靜不定。
- (b) $b=9$ $r=8$ $j=10$ $c=0$
 $(3b+r) - (3j+c) = 35 - 30 = 5$
 穩定和 5 度靜不定。
- (c) $b=5$ $r=9$ $j=6$ $c=1$
 $(3b+r) - (3j+c) = 24 - 19 = 5$
 穩定和 5 度靜不定。
- (d) $b=9$ $r=5$ $j=8$ $c=0$
 $(3b+r) - (3j+c) = 32 - 24 = 8$
 穩定和 8 度靜不定。
- (e) $b=6$ $r=6$ $j=6$ $c=2$

$$(3b + r) - (3j + c) = 24 - 20 = 4$$

穩定和 4 度靜不定。

- (f) 因反力交於一點結構不能承受對此點之力矩，故為外在不穩定。
 (g) 本圖可沿 9 條綫切斷 34 支梁，成為 10 個穩定和靜定部份，而每個斷口含有 3 個未知數，總計未知數有 $3 \times 34 = 102$ ，故為穩定和 102 度靜不定。



(h) $b = 15 \quad r = 10 \quad j = 14 \quad c = 0$

$$(3b + r) - (3j + c) = 55 - 42 = 13 \quad \text{或} \quad 3 \times 5 - 2 = 13$$

穩定和 13 度靜不定。

第三章 靜定梁

3-1 已知圖 3-33 各部份所示之載重，試畫出與該載重一致的剪力及彎矩圖；並寫出各曲線之方程式。

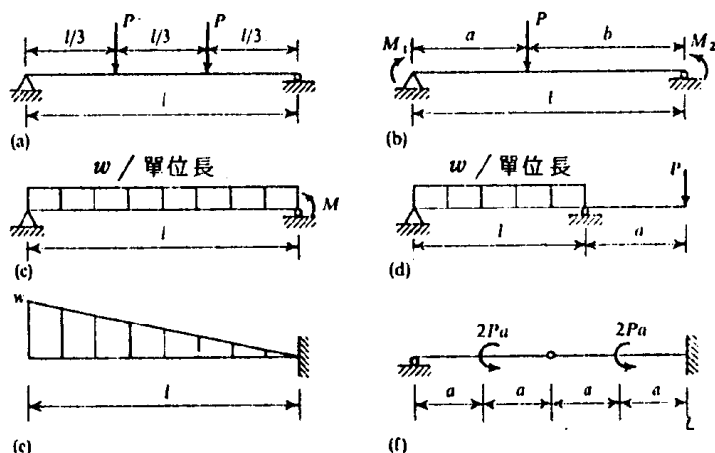
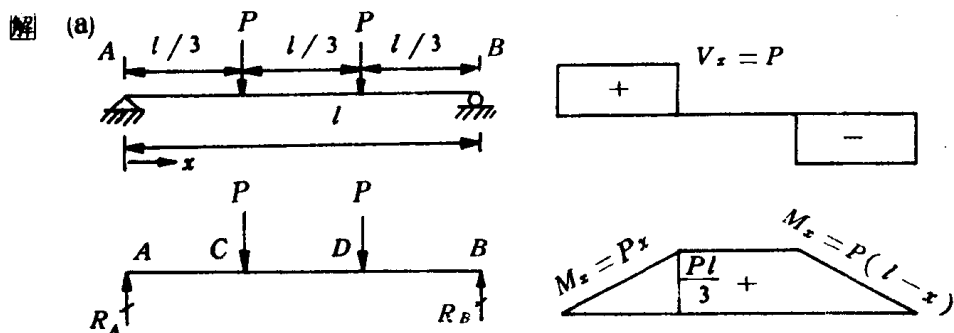
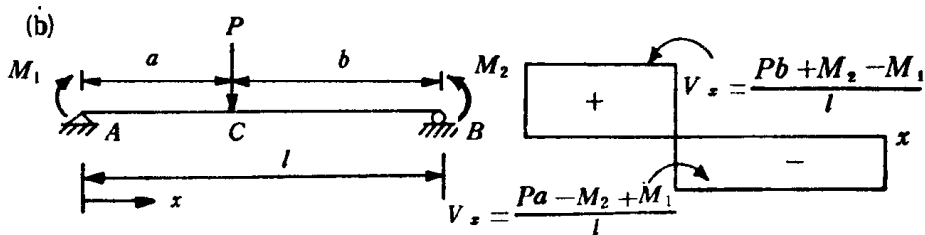


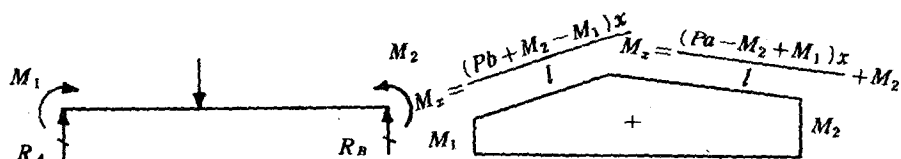
圖 3-33



$$\sum M_A = 0 \quad P \times \frac{l}{3} + P \times \frac{2l}{3} - R_B l = 0 \quad R_B = P$$

$$\sum F_v = 0 \quad R_A = P \quad M_c = P \times \frac{l}{3} = \frac{Pl}{3} \quad V_{c \text{ 左}} = P$$





$$\sum M_A = 0 \quad P \times a - M_2 + M_1 - R_B \times l = 0$$

$$R_B = \frac{Pa - M_2 + M_1}{l}$$

$$\sum M_B = 0 \quad R_A \times l + M_1 - Pb - M_2 = 0$$

$$R_A = \frac{Pb + M_2 - M_1}{l}$$

C 點左邊任一斷面之剪力與彎矩

$$V_x = R_A = \frac{(Pb + M_2 - M_1)}{l}$$

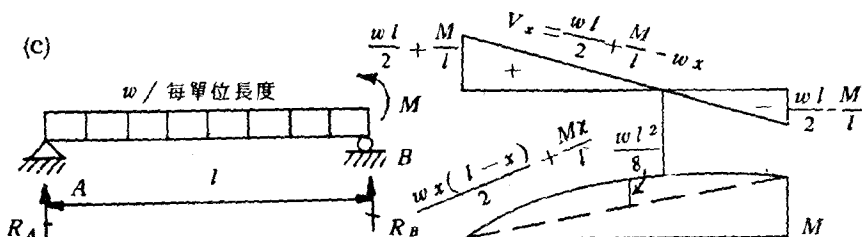
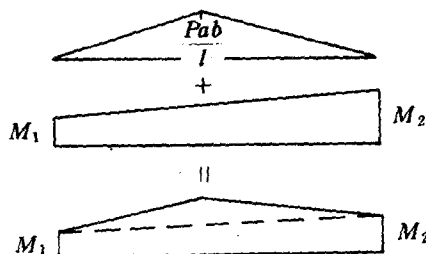
$$M_x = \frac{(Pb + M_2 - M_1)x}{l} + M_1$$

C 點右邊任一斷面之剪力與彎矩

$$V_x = -R_B = -\frac{Pa - M_2 + M_1}{l}$$

$$M_x = R_B \times (l - x) + M_2 = \frac{(Pa - M_2 + M_1)}{l} (l - x) + M_2$$

另解



$$\Sigma M_A = 0 \quad wl \times \frac{l}{2} - R_B \times l - M = 0$$

$$R_B = \frac{wl}{2} - \frac{M}{l}$$

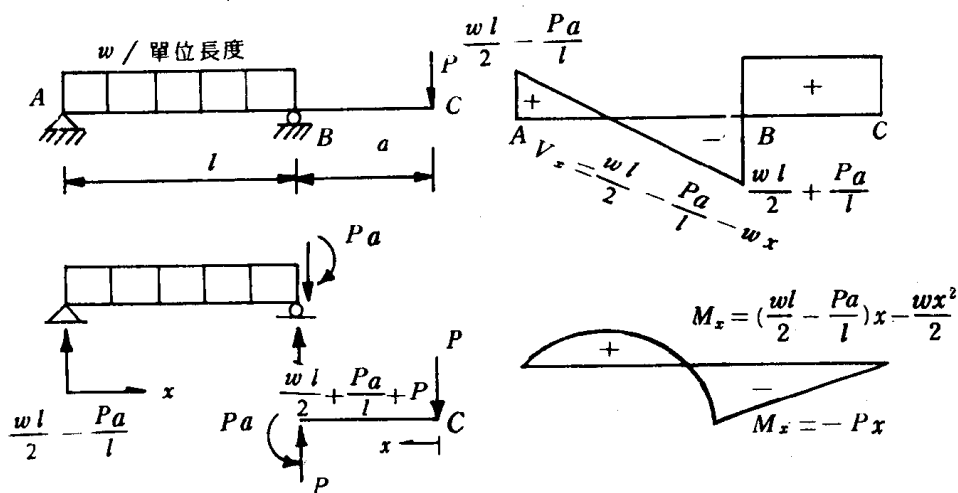
$$\Sigma F_v = 0 \quad R_A = wl - \left(\frac{wl}{2} - \frac{M}{l} \right) = \frac{wl}{2} + \frac{M}{l}$$

$$V_x = R_A - wx = \frac{wl}{2} + \frac{M}{l} - wx$$

$$M_x = R_A \cdot x - \frac{wx^2}{2} = \frac{wlx}{2} + \frac{Mx}{l} - \frac{wx^2}{2}$$

$$= \frac{wx(l-x)}{2} + \frac{Mx}{l}$$

(d)



$$\Sigma M_A = 0 \quad P(l+a) + \frac{w}{2} l^2 - lR_B = 0$$

$$R_B = \frac{Pa}{l} + P + \frac{wl}{2}$$

$$\Sigma F_v = 0 \quad R_A = wl + P - R_B = \frac{wl}{2} - \frac{Pa}{l}$$

BC 間任一距離 C 點 x 長之斷面其剪力及彎矩

$$V_x = P \quad M_x = -Px$$

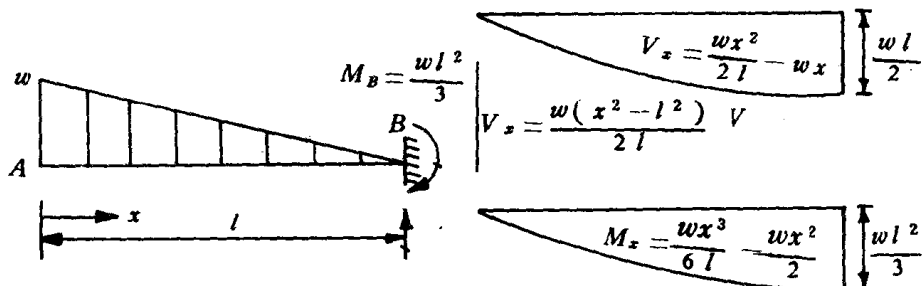
在支承 B 右邊一極小距離之剪力及彎矩

$$V_B = P \quad M_B = -Pa$$

考慮 AB 部份其所承受之載重如圖，距離 A 點 x 長之斷面其剪力及彎矩

$$V_x = \frac{wl}{2} - \frac{Pa}{l} - wx \quad M_x = \left(\frac{wl}{2} - \frac{Pa}{l} \right) x - \frac{wx^2}{2}$$

(e)



$$w(x) = w - \frac{wx}{l} \quad \frac{dV_x}{dx} = -w(x) \quad \frac{dV_x}{dx} = \frac{wx}{l} - w$$

$$V_x = \frac{wx^2}{2l} - wx + C_1$$

當 $x = 0$ 時 $V_x = 0$ 故 $C_1 = 0$

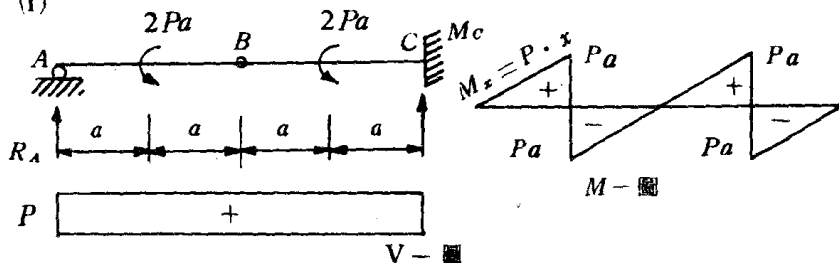
$$V_x = \frac{wx^2}{2l} - wx$$

$$\frac{dM_x}{dx} = V_x \quad \text{故} \quad M_x = \frac{wx^3}{6l} - \frac{wx^2}{2} + C_2$$

當 $x = 0$ 時 $M_x = 0$ 故 $C_2 = 0$

$$M_x = \frac{wx^3}{6l} - \frac{wx^2}{2}$$

(f)



$$\sum M_B = 0 \quad R_A \cdot 2a - 2Pa = 0 \quad R_A = P$$

$$\sum F_v = 0 \quad V_c = -P$$

$$\sum M_c = 0 \quad R_A \cdot 4a + M_c - 2Pa - 2Pa = 0 \quad M_c = 0$$

3-2 試畫圖 3-34 中各載重梁之剪力及彎矩圖。應用載重、剪力及彎矩間之關係。

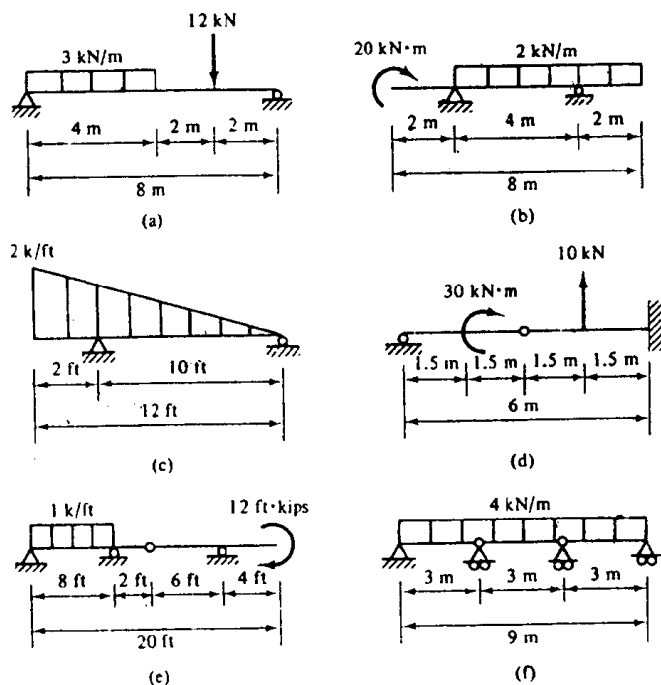
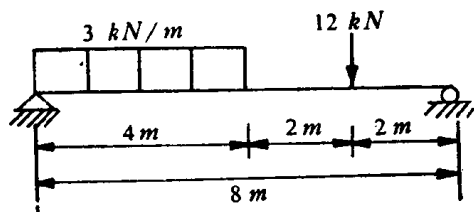
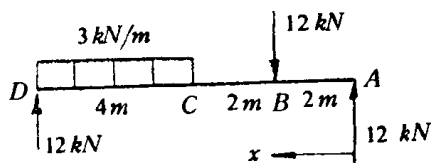


圖 3-34

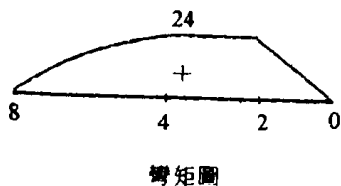
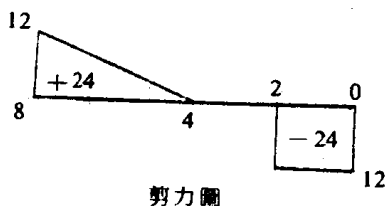
解 (a)



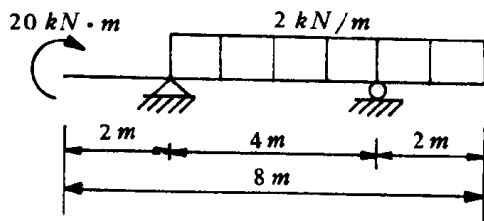
$$R_A \times 8 = 12 \times 6 + \frac{3 \cdot 4^2}{2} \quad R_A = 12 \text{ kN } (\uparrow)$$



$$\begin{aligned}
 0 < x < 2 \text{ 時} \quad V_x &= -12 \text{ kN} & M_x &= 12x \\
 2 < x < 4 \quad V_x &= 0 & M_x &= 12x - 12(x-2) = 24 \\
 4 < x < 8 \quad V_x &= wx = 3(x-4) & M_x &= 24 - \frac{w}{2}(x-4)^2 = 24 - \frac{3}{2}(x-4)^2
 \end{aligned}$$



(b)



$$R_A = \frac{\frac{2}{2} \times 6^2 + 20}{4} = 14$$

$$R_B = 12 - 14 = -2 (\downarrow)$$

$$0 < x < 2$$

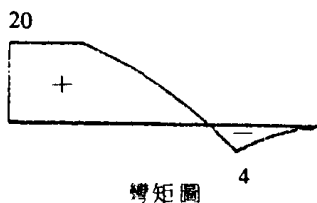
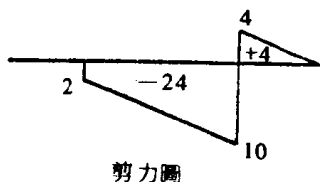
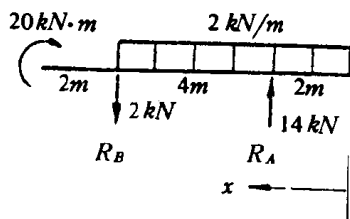
$$V_x = 2x \quad M_x = -x^2$$

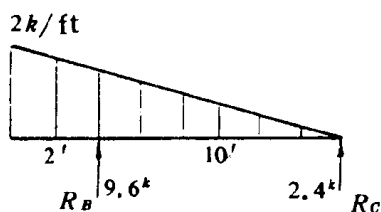
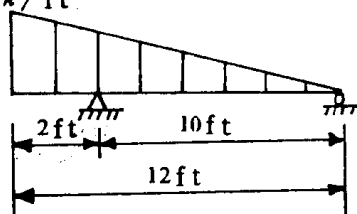
$$2 < x < 6$$

$$V_x = 2x - 14 \quad M_x = -x^2 + 14(x-2)$$

$$6 < x < 8$$

$$V_x = 0 \quad M_x = 20$$



(c) 2 k/ft


$$\Sigma M_C = 0 \quad 10 R_B - 12 \times 8 = 0 \quad R_B = 9.6 \text{ kips}$$

$$\Sigma F_v = 0 \quad R_C = 12 - 9.6 = 2.4 \text{ kips}$$

 $0 < x < 10$ (由C點起算)

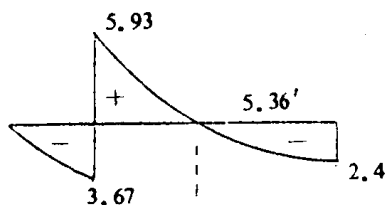
$$V_x = -2.4 + \frac{x^2}{12} \quad (V_x = 0 \text{ 時 } x = 5.37 \text{ ft})$$

$$M_x = 2.4x - \frac{x^3}{36} \quad (V_x = 0 \text{ 時 } M_{\max} = 8.6)$$

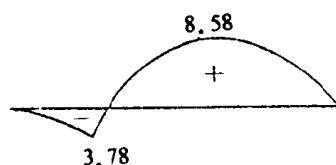
 $10 < x < 12$

$$V_x = -2.4 + \frac{x^2}{12} - 9.6 = -12 + \frac{x^2}{12}$$

$$M_x = 2.4x - \frac{x^3}{36} + 9.6x = +12x - \frac{x^3}{36}$$

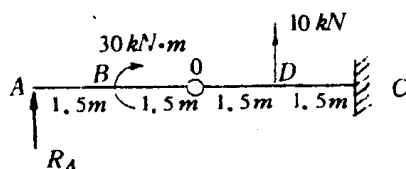
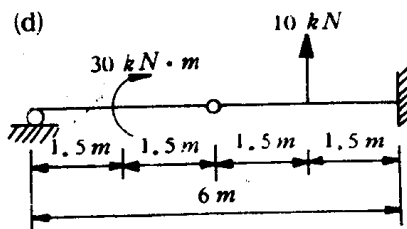


剪力圖



彎矩圖

(d)



$$\Sigma M_0 = 0 \quad R_A \times 3 + 30 = 0 \quad R_A = -10 \text{ kN}$$

 $A \sim B$

$$V_x = -10 \text{ kN} \quad M_x = -10x$$

 $B \sim 0$

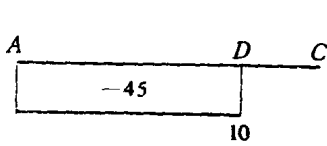
$$V_x = -10 \quad M_x = -10x + 30$$

0 ~ D

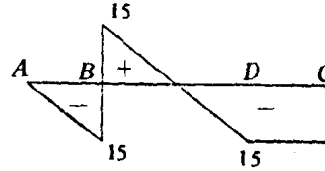
$$V_x = -10 \quad M_x = -10x + 30$$

D ~ C

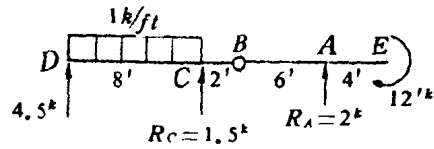
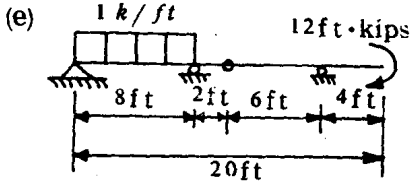
$$V_x = 0 \quad M_x = -10x + 30 + 10(x - 4.5) = -15$$



剪力圖



彎矩圖



$$\Sigma M_B = 0 \quad R_A \times 6 = 12 \quad R_A = 2 \text{ kips}$$

$$\Sigma M_D = 0 \quad 12 + \frac{1 \times 8^2}{2} - 2 \times 16 - R_C \times 8 = 0$$

$$R_C = 1.5 \text{ kips (}\uparrow\text{)}$$

E ~ A

$$V_x = 0 \quad M_x = -12$$

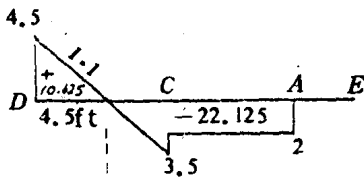
A ~ C

$$V_x = -2 \quad M_x = -12 + 2(x - 4)$$

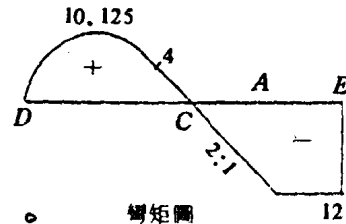
C ~ D

$$V_x = -2 - 1.5 + (x - 12) = x - 15.5$$

$$M_x = -12 + 2(x - 4) + 1.5(x - 12) - \frac{(x - 12)^2}{2}$$

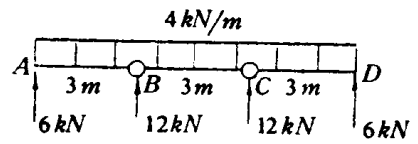
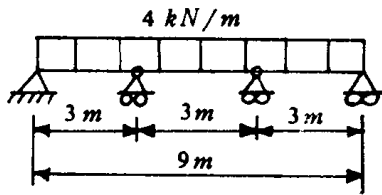


剪力圖



彎矩圖

(f)



$$R_A \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3^2}{2} \quad R_A = 6 = R_D \text{ (對稱)}$$

$$4 \times 9 - 6 \times 2 = 24$$

$$R_B = R_C = \frac{24}{2} = 12 \text{ (對稱)}$$

 $w :$

$$V_x = -wx = -4x \quad M_x = -\frac{wx^2}{2} = -2x^2$$

 $R_A :$

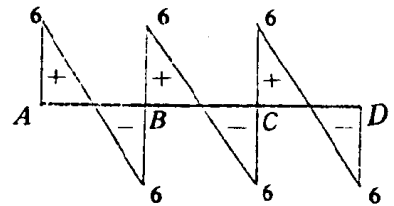
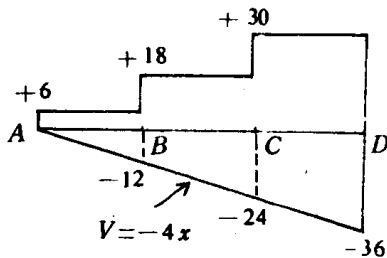
$$V_x = 6 \quad M_x = 6x$$

 $R_B :$

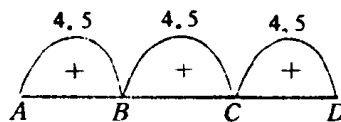
$$V_x = 12 \quad M_x = 12x$$

 $R_C :$

$$V_x = 12 \quad M_x = 12x$$



剪力圖



彎矩圖

(有如三根簡支梁)