

# 飞行器天线工程 设计指南

毛康侯 方振民 编著

723755

国防工业出版社

723755

V243/15

# 飞行器天线工程设计指南

毛康侯 方振民 编著



C0232875

国防工业出版社

## 内 容 简 介

本书较系统地讨论了飞行器天线的基础理论，并综合给出了各类天线的设计方法及部分实验结果。主要内容包括：飞行器天线概论；飞行器天线理论基础；各种金属体上天线计算公式及应用；微带天线；片形天线阵；飞行器天线设计中的若干问题等。

本书可供从事飞行器天线工程设计的工程技术人员，以及从事飞行器雷达、测控、通信、广播与电视、微波技术等有关人员和高等院校有关专业的师生参考。

## 飞行器天线工程设计指南

毛康侯 方振民 编著

责任编辑 林秀权

国防工业出版社出版、发行

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/32 印张12<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 274千字

1989年2月第一版 1989年2月第一次印刷 印数：0,001—1,180册

ISBN 7-118-00279-8/V25 定价：6.35元

## 序 言

随着航空、航天中飞机、火箭、导弹、卫星等各种飞行器的发展，近代空间无线电电子设备大量在飞行器上应用，并且，首先遇到飞行器天线的理论研究与工程设计问题，因此飞行器天线工程设计与应用是目前国内外都感到极大兴趣的一门学科。

飞行器天线如何进行理论上的研究呢？就是使它逼近于有规则的几何形状的金属体，如圆楔、楔、球、锥、椭圆柱、圆柱体等等附近的天线，从而构成了飞行器天线。在有电流源或磁流源时，满足电磁场的边界条件和辐射条件，从麦克斯韦尔方程出发，直接求解法导出场的表示式，从而通过远区场并应用玻印亭矢量法求出辐射电阻或辐射电导，或者应用感应电动势法求出输入阻抗或输入导纳。本书主要给出其结论，少量加以推导。

另一方面也收集了一些有益的实践结果。为了工程设计应用，还给出了许多图表曲线等。

本书在取材上，主要参考国内外已公开发表的文献，也有些材料是我们第一次给出的，如对偶解法的广泛应用，以及部份公式及某些实验结果。

飞行器天线的研究与应用，目前国内外学者、科研人员、教育工作者等仍在不断地探索，由于这方面的资料很多，且分布面又太广泛，不可能全部收入，本书只着重对常用的、基本的素材方面作一点工作。

本书第一、二章概述了飞行器天线的分类、特殊要求、主要技术参数和研究方法，同时介绍了基本数学知识；第三章介绍了电磁场理论基础，主要讨论了电磁场基本概念，接着介绍了几个重要定理，并对直接求解法和对偶解法作了较详细介绍；第四～六章较系统地介绍了常用的理论公式及其工程设计上的应用，主要有圆楔上的天线，椭圆柱、圆柱体上的天线，圆锥体、球体上的天线等，以介绍飞行器上电振子与开槽天线为主要内容；第七章为近年来已逐渐广泛应用的微带天线，从原理到设计作较详细的论述；第八章为高速飞行器天线与等离子体相互关系，着重介绍有等离子体存在时对天线的影响；第九章为共形天线阵，这是近几年来人们关注的问题；第十章为飞行器天线设计中的问题，包括火焰衰减和高空低气压的微波击穿等；第十一章为飞行器天线的测量问题。为了适应本书要求，在附录中给出了一些常用特殊函数表。

由于飞行器天线是一门新兴起的边缘学科，虽然文献不少，但本书只能择其主要的列入，所介绍的内容也只是飞行器天线工程的主要部份。

本书可供从事飞行器天线工程设计的工程技术人员，以及有关的天线工程师阅读，对于从事飞行器雷达、通讯、无线电、电磁场理论、微波技术等有关人员以及高等院校有关专业的师生也值得一读。

由于我们水平有限，难免有不足之处，敬请读者批评指正。

编著者

1986年

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	<b>1</b>
§ 1-1 飞行器天线的用途和分类 .....	1
§ 1-2 飞行器天线的设计特点和要求 .....	2
§ 1-3 飞行器天线的主要技术参数 .....	4
§ 1-4 飞行器天线的研究方法 .....	6
<b>第二章 基本数学知识 .....</b>	<b>8</b>
§ 2-1 坐标系 .....	8
§ 2-2 梯度、散度和旋度及在各坐标系的运算 .....	17
§ 2-3 分离变量法 .....	20
<b>参考文献 .....</b>	<b>30</b>
<b>第三章 电磁理论基础 .....</b>	<b>31</b>
§ 3-1 麦克斯韦尔方程 .....	32
§ 3-2 边界条件 .....	35
§ 3-3 辐射条件和表示式 .....	36
§ 3-4 互易性 .....	39
§ 3-5 天线能量关系的三条定理 .....	40
§ 3-6 电磁模型理论 .....	40
§ 3-7 飞行器天线的边值问题及其直接求解法 .....	42
§ 3-8 飞行器上天线的边值问题分类 .....	45
§ 3-9 正交曲面坐标系各分量表达式 .....	50
§ 3-10 天线边值问题中对偶解法 .....	52
§ 3-11 直接求解法和对偶求解法应用举例 .....	58
<b>附录 I .....</b>	<b>54</b>
<b>附录 II .....</b>	<b>69</b>

参考文献 .....	74
<b>第四章 金属圆楔上天线 .....</b>	<b>75</b>
§ 4-1 圆楔上振子天线远区场和辐射电阻 .....	75
§ 4-2 金属楔形体上电振子天线远区场 .....	79
§ 4-3 金属楔形体上电振子天线的辐射电阻 .....	82
§ 4-4 带半片的金属圆柱体上电振子远区场和辐射电阻 .....	84
§ 4-5 半片上电振子的远区场和辐射电阻 .....	89
§ 4-6 圆楔上开槽天线远区场和辐射电导 .....	93
§ 4-7 金属楔形体上单向辐射开槽天线 .....	99
§ 4-8 半片上双向辐射开槽天线 .....	102
§ 4-9 计算举例 .....	105
参考文献 .....	113
<b>第五章 椭圆柱体和圆柱体上天线 .....</b>	<b>114</b>
§ 5-1 金属椭圆柱体上天线坐标系概述 .....	114
§ 5-2 在金属椭圆柱体上纵向单元电振子 .....	117
§ 5-3 在金属椭圆柱体上纵向开槽天线 .....	118
§ 5-4 在金属椭圆柱体附近横向单元电振子 .....	121
§ 5-5 在金属椭圆柱体上横向开槽天线 .....	122
§ 5-6 在金属椭圆柱体附近径向单元电振子 .....	124
§ 5-7 在金属椭圆柱体上径向单元磁振子 .....	126
§ 5-8 在金属圆柱体上纵向单元电振子 .....	128
§ 5-9 在金属圆柱体上纵向单元开槽 .....	129
§ 5-10 在金属圆柱体上横向单元电振子 .....	130
§ 5-11 在金属圆柱体上横向开槽 .....	131
§ 5-12 在金属圆柱体上横向斜切口天线 .....	133
§ 5-13 在金属圆柱体上升槽天线辐射电导公式 .....	136
§ 5-14 计算举例 .....	138
参考文献 .....	144

<b>第六章 圆锥体和球体上天线</b>	.....	146
§ 6-1 在金属圆锥体上振子天线远区场	.....	146
§ 6-2 金属圆锥体上电振子天线辐射电阻	.....	158
§ 6-3 在金属圆锥体上开槽天线远区场	.....	161
§ 6-4 金属圆锥体上开槽天线的辐射电导公式	.....	170
§ 6-5 球体上电振子天线	.....	171
§ 6-6 金属球上开槽天线远区场	.....	173
§ 6-7 金属球上开槽天线辐射电导公式	.....	179
§ 6-8 金属球上开槽天线方向性系数	.....	180
参考文献	.....	182
<b>第七章 微带天线</b>	.....	183
§ 7-1 微带天线的基本工作原理和分析	.....	184
§ 7-2 矩形微带天线	.....	196
§ 7-3 圆形微带天线	.....	215
§ 7-4 圆环形微带天线	.....	227
§ 7-5 微带天线的双频工作	.....	241
§ 7-6 圆极化微带天线	.....	242
§ 7-7 微带天线工作频带的展宽	.....	244
§ 7-8 飞行器应用的微带天线设计	.....	247
参考文献	.....	247
<b>第八章 高速飞行器天线与等离子体</b>	.....	250
§ 8-1 各向同性等离子体覆盖在圆柱体上开槽天线的辐射	.....	251
§ 8-2 各向异性等离子体覆盖在圆柱体上开槽天线辐射	.....	262
§ 8-3 等离子体覆盖在圆柱体上开槽天线方向图实例	.....	268
参考文献	.....	284
<b>第九章 共形天线阵</b>	.....	286
§ 9-1 天线阵种类及辐射场计算方法	.....	286
§ 9-2 柱体表面的圆形天线阵	.....	289
§ 9-3 柱体表面的弧形天线阵	.....	297

§ 9-4 圆柱形天线阵 .....	307
§ 9-5 球面附近的圆形天线阵和球形天线阵 .....	309
§ 9-6 锥表面附近的直线、圆形和二维天线阵 .....	312
参考文献 .....	315
<b>第十章 飞行器天线设计中的有关问题 .....</b>	<b>316</b>
§ 10-1 设计飞行器天线的考虑因素 .....	316
§ 10-2 天线之间的隔离度 .....	320
§ 10-3 飞行器天线的高空低气压的微波击穿 .....	325
§ 10-4 飞行器动力飞行段的火焰影响 .....	335
§ 10-5 飞行器天线的应用材料 .....	340
§ 10-6 飞行器天线的结构设计 .....	346
参考文献 .....	348
<b>第十一章 飞行器天线测量 .....</b>	<b>349</b>
§ 11-1 天线阻抗测量 .....	350
§ 11-2 天线方向图测量 .....	351
§ 11-3 飞行器天线增益测量 .....	356
§ 11-4 天线极化测量 .....	359
§ 11-5 典型试验前、后的天线测量 .....	360
§ 11-6 飞行器天线之间隔离比的测量 .....	361
参考文献 .....	362
<b>附录 数表 .....</b>	<b>363</b>

# 第一章 绪 论

航天与导弹技术中的各类无线电系统，如制导、信标、应答、遥测、测高和引爆等，它们都需要在飞行器表面设置天线，称为飞行器天线。飞行器天线是这些系统的耳目，其性能优劣，大大决定了整个系统的工作特性。飞行器天线是工作在自由空间运动着的物体上，它要经受住运动时的冲击、振动、加速度和热效应等环境变化的影响。因而，飞行器天线的设计特点和使用要求与地面天线不完全相同，其理论研究和实验方法也有它的独特之处。现在，飞行器天线已成为天线工程中的一个独特分支，它的研究设计和试验已受到人们愈加广泛的重视。

人造地球卫星、宇宙飞船、星际自动站、导弹、探空火箭等，由于它们的结构、所处的空间环境、姿态、飞行轨道等的差别，对其无线电设备的要求也就不一样，再加上各无线电系统的作用和功能上的不同，因而就造成了飞行器天线的种类繁多、性能各异。

本章主要讨论飞行器天线的分类、特殊要求、主要技术参数和研究方法。

## § 1-1 飞行器天线的用途和分类

飞行器天线是飞行器上各类无线电系统的重要组成之一，它和其它各类天线的作用一样，是用来接收或发射无线电信号，即将高频或微波振荡信号变成电磁波向空间辐射出

去（或者相反）。飞行器天线和其无线电设备一起去完成它们整个系统的功用。如无线电遥测系统，可随时将飞行中的有关部件参数（温度、压力、电性能、工作状态等）传送到地面站，这需要在飞行器安装遥测发射天线；无线电应答和信标系统则需要天线同时具有发射和接收无线电波的能力；无线电遥控接收机，则需要接收天线才能获得来自地面的控制指令信号；此外，属于无线电控制设备的还有：引爆装置、制导系统、高度表和敌我识别器等。

#### 飞行器天线的分类：

(1) 按其用途可分为：遥测天线、引爆天线、高度表天线、应答与信标天线、安全指令天线、制导天线、通信及广播电视天线。

(2) 按天线突出于飞行器表面的高低程度可分为：外伸天线，低剖面天线，平装天线。

(3) 按天线本身的结构形式可分为：振子天线，叶片天线，开槽天线，螺旋天线（平面、对数、等角及阿基米德螺旋），波导天线，微带天线。

### § 1-2 飞行器天线的设计特点和要求

飞行器天线的设计特点，由它本身所具有的几个特殊要求所决定，即特定的电气指标、合适的结构形式、满意的机械强度及在飞行的恶劣条件下能正常工作。飞行器天线和飞行器的结构密切相关，可以说，在电气性能上，由于飞行器的金属表面（或结构的一部份）是天线的“地”，因而，飞行器结构本身是天线的一部份；而在结构上，飞行器天线又必须安装在飞行器表面，且占有一定的面积，所以天线又是飞行器结构的一部份。

设计和制造飞行器天线，涉及非常广泛的知识领域。除了电磁理论方面之外，还应具有一定程度的气动、防热、介质材料、强度计算、高空物理等方面的知识。又由于飞行器的复杂外形，导致了分析和计算上的困难，因而，还应有相当水平的数学基础。

对飞行器天线的主要技术要求有以下几点。

(1) 气动阻力要小 飞行器天线必须安装在飞行器表面，应尽量采用低剖面或平装的天线形式，若采用突出于飞行器表面的外伸天线，其气动外形要好，迎风面要小。在满足电气性能情况下，天线的尺寸应尽可能小。

(2) 足够的机械强度 能经得起飞行器本身的振动、冲击和过载。

(3) 介质材料的温度稳定性要好 天线本身由于防热、支撑、填充等要求，必不可少的要用一些介质材料。飞行器在飞行过程中可能在较大的温度范围内变化，这时介质材料的温度特性，对天线性能影响很大。因此，必须采用高强度、低温度系数、损耗小的介质材料。

(4) 良好的耐电击穿强度 在一些飞行器上，如果天线辐射功率足够大，有可能在某一飞行高度范围内，由于天线附近气体的被击穿，会造成天线的阻抗特性和方向图的变化而影响整个无线电系统的正常工作。这是不希望的，应设法防止。

(5) 满足天线方向图的一些特殊要求 在飞行器姿态任意的情况下，如希望可靠的连续传送信号，这时天线必须具有各向均匀的方向图；在飞行器姿态稳定时，天线可为定向的方向图。实际上，飞行器天线的方向图，除了决定于天线本身的结构形式之外，又大大受到飞行器表面结构、尺寸

和形状的影响。因此，天线的方向图，不仅决定于天线本身，在很大程度上也决定于飞行器结构。

(6) 天线的极化特性和相位特性要在允许范围内变化有时需要知道飞行器天线的极化方向图和相位方向图，以保证整个系统的可靠正常工作。但由于天线受到飞行器结构外形和飞行器姿态的影响，往往难以满足。

(7) 天线的数量和布置要合理 依据天线方向图的要求，来决定天线的数量及其布置。但是数量和布置的选取又受到飞行器本身结构的制约。理想的天线位置，往往又不一定能允许安放天线，通常需要采取折衷方案，以统筹兼顾。

### § 1-3 飞行器天线的主要技术参数

一个性能满意的天线，应能在给定的环境条件下，把一定的电磁信号沿给定的方向向空间高效率的辐射。通常，飞行器天线的主要技术参数应包括电气和结构两方面的内容。

#### 1. 电气方面

(1) 阻抗特性 天线输入阻抗应与馈线匹配，这样可以获得最大的传输效率。人们常以驻波比来表示匹配性能，有时也用行波系数，它和驻波比互为倒数。

(2) 方向图 飞行器天线的方向图表示天线向空间辐射（或自空间接收）电磁波的指向性或均匀性。在飞行器姿态比较稳定时，可用强方向性的天线；若飞行器姿态不固定时，必须用弱方向性或均匀方向图的天线。

天线方向图有功率图、极化图和相位图。通常只用功率图就可以了。在特定的一些雷达应用中，有时还要给出极化图和相位图。

(3) 增益 天线增益的定义为一个天线的辐射强度与

$$\left. \begin{aligned} r &= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \\ \theta &= \arctg \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{z} \\ \varphi &= \arctg \frac{y}{x} \end{aligned} \right\} \quad (2-45)$$

## (7) 小结

表2-1 各坐标系的坐标线和度量系数

坐标系	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
直角坐标系	$x$	$y$	$z$	1	1	1
圆柱坐标系	$\rho$	$\varphi$	$z$	1	$\rho$	1
球坐标系	$r$	$\theta$	$\varphi$	1	$r$	$r \sin \theta$

表2-2 各坐标系无限小量

无限小量	直角坐标系	圆柱坐标系	球坐标系
$dl$	$dx + dy + dz$	$d\rho + d\rho d\varphi + dz$	$dr + r d\theta + r \sin \theta d\varphi$
$ds_1$	$dy dx$	$d\rho d\varphi dz$	$r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$
$ds_2$	$dz dx$	$dz d\rho$	$r \sin \theta d\rho d\varphi$
$ds_3$	$dx dy$	$d\rho d\varphi$	$r dr d\theta$
$dv$	$dx dy dz$	$d\rho d\varphi dz$	$r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$

表2-3 坐标变换

直角坐标系	圆柱坐标系	球坐标系
$x$	$\rho \cos \varphi$	$r \sin \theta \cos \varphi$
$y$	$\rho \sin \varphi$	$r \sin \theta \sin \varphi$
$z$	$z$	$r \cos \theta$
$u_x$	$u_x \cos \varphi - u_y \sin \varphi$	$u_x \sin \theta \cos \varphi + u_y \cos \theta \cos \varphi - u_z \sin \theta$
$u_y$	$u_x \sin \varphi + u_y \cos \varphi$	$u_x \sin \theta \sin \varphi + u_y \cos \theta \sin \varphi + u_z \cos \theta$
$u_z$	$u_z$	$u_z \cos \theta - u_y \sin \theta$

圆柱坐标系	球坐标系	直角坐标系
$\rho$	$r \sin \theta$	$(x^2 + y^2)^{1/2}$
$\varphi$	$\varphi$	$\operatorname{arctg} y/x$
$z$	$r \cos \theta$	$z$
$a_\rho$	$a_x \sin \theta + a_y \cos \theta$	$(a_x x + a_y y) / (x^2 + y^2)^{1/2}$
$a_\varphi$	$a_\varphi$	$(-a_x y + a_y x) / (x^2 + y^2)^{1/2}$
$a_z$	$a_z \cos \theta - a_y \sin \theta$	$a_z$

  

球坐标系	直角坐标系	圆柱坐标系
$r$	$(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$	$(\rho^2 + z^2)^{1/2}$
$\theta$	$\operatorname{arctg} [(x^2 + y^2)^{1/2} / z]$	$\operatorname{arctg} \rho/z$
$\varphi$	$\operatorname{arctg} y/x$	$\varphi$
$a_r$	$(a_x x + a_y y + a_z z) / (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$	$a_\rho \sin \theta + a_z \cos \theta$
$a_\theta$	$z(a_x x + a_y y) - a_x(x^2 + y^2)$ $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}(x^2 + y^2)^{1/2}$	$a_\rho \cos \theta - a_z \sin \theta$
$a_\varphi$	$-\frac{a_y x - a_x y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$	$a_\varphi$

## § 2-2 梯度、散度和旋度及在各坐标系的运算

### 1. 正交曲线坐标系中的梯度

标量场的梯度可以按一般正交坐标系场的微分表示式进行计算，如  $T(u_1, u_2, u_3)$  为一个标量场，则

$$dT = \operatorname{grad} T \cdot dl \quad (2-46)$$

把  $\operatorname{grad} T(u_1, u_2, u_3)$  写成分量形式，即

$$\operatorname{grad} T = a_1 G_1 + a_2 G_2 + a_3 G_3$$

并把式 (2-46) 写成方向导数，则

$$dT = \frac{\partial T}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial T}{\partial u_2} du_2 + \frac{\partial T}{\partial u_3} du_3$$

$$\begin{aligned}
 &= (a_1 G_1 + a_2 G_2 + a_3 G_3) \cdot (a_1 h_1 du_1 + a_2 h_2 du_2 + a_3 h_3 du_3) \\
 &= G_1 h_1 du_1 + G_2 h_2 du_2 + G_3 h_3 du_3
 \end{aligned} \tag{2-47}$$

因为  $du_1, du_2, du_3$  是互不相关的增量，从式 (2-47) 可得

$$\left. \begin{aligned}
 G_1 &= \frac{1}{h_1} = \frac{dT}{du_1} \\
 G_2 &= \frac{1}{h_2} = \frac{dT}{du_2} \\
 G_3 &= \frac{1}{h_3} = \frac{dT}{du_3}
 \end{aligned} \right\} \tag{2-48}$$

又  $dl_1 = a_1 h_1 du_1, dl_2 = a_2 h_2 du_2, dl_3 = a_3 h_3 du_3$ ，场的梯度为正交方向导数的矢量和，故圆柱坐标系中的梯度为

$$\text{grad } T(\rho, \varphi, z) = \frac{\partial T}{\partial \rho} a_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \varphi} a_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} a_z \tag{2-49}$$

球坐标系中的梯度为

$$\begin{aligned}
 \text{grad } T(r, \theta, \varphi) &= a_r \frac{\partial T}{\partial r} + a_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\
 &\quad + a_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \varphi}
 \end{aligned} \tag{2-50}$$

## 2. 正交坐标系中的散度

矢量场的散度是一个面积与一个体积比的极限。由式 (2-11)~(2-15) 可知，正交坐标系中的散度为

$$\begin{aligned}
 \text{div } A(u_1, u_2, u_3) &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial u_2} (h_3 h_1 A_2) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 A_3) \right]
 \end{aligned} \tag{2-51}$$

故得

直角坐标系的散度为

$$\operatorname{div} A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2-52)$$

圆柱坐标系的散度为

$$\operatorname{div} A = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\theta + \rho \frac{\partial}{\partial z} A_z \right] \quad (2-53)$$

球坐标系中的散度为

$$\operatorname{div} A = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \theta A_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta A_\theta) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r A_\varphi) \right] \quad (2-54)$$

### 3. 正交坐标系中的旋度

$$\operatorname{curl} A = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 a_1 & h_2 a_2 & h_3 a_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix} \quad (2-55)$$

由此可得

直角坐标系的旋度为

$$\operatorname{curl} A = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (2-56)$$

圆柱坐标系的旋度为

$$\operatorname{curl} A = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} a_\rho & \rho a_\theta & a_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_\rho & A_\theta & A_z \end{vmatrix} \quad (2-57)$$

球坐标系的旋度为