

导航系统 应用数学分析方法

Applied Mathematics
Analysis Method for Navigation System

袁书明 杨晓东 程建华 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

TN 968
20133

国家自然科学基金资助(61104036)

导航系统应用数学分析方法

袁书明 杨晓东 程建华 编著

汪顺亭 赵琳 主审



国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书全面介绍了涉及现代导航技术的基本数学方法及应用,全书共分为八章,内容包括:舰船导航系统概论,舰船导航系统原理,导航系统误差,导航信息的参数估计方法,卡尔曼滤波分析,导航信息的非线性滤波方法,导航信息的评定,导航系统的控制性能分析。

本书可作为舰船导航专业师生和工程技术人员的教科书和技术参考书。

图书在版编目(CIP)数据

导航系统应用数学分析方法/袁书明,杨晓东,程建华编著. —北京:国防工业出版社,2013. 1
ISBN 978 - 7 - 118 - 08534 - 1

I. ①导... II. ①袁... ②杨... ③程... III. ①数学分析 - 应用 - 导航系统 IV. ①TN966

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 265717 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 21 $\frac{1}{4}$ 字数 518 千字

2013 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 48.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

现代舰船导航系统的先进性,除了体现在导航基本理论外,更多体现在其导航系统的各项技术应用中。而决定舰船导航系统输出导航信息精准性的重要因素之一,则是关于传感器和系统控制的数学方法。舰船导航系统技术和工程的进步与发展,证明其与应用数学紧密相关。

自1960年以来,数学方法诸如泰勒级数、偏微分方程、谱分析方法和概率论促进了控制理论的发展。1962年,R. E. Kalman(卡尔曼)提出了最优线性递推滤波,1988年N. A. Carlson提出的联合滤波理论为两个以上的导航传感器信息融合奠定了理论基础。而将现代控制理论与卡尔曼滤波结合并成功应用在各种导航系统中,促使舰船导航系统进入了信息处理时代。

舰船导航系统和设备体现了其系统性、综合性、特殊性、复杂性和适装性,舰船导航设备的发展是舰船技术发展的必然。无源性、自主性、参数全面性和精度长期稳定性是导航技术未来发展中的重要内容,这些导航方法和技术的发展均离不开相关的基础理论的深入学习和研究。

本书共分为八章,第一章简要地介绍了涉及舰船导航系统的基本知识,包括舰船导航系统发展概述、数学基础知识等;第二章主要就导航系统基本原理进行了介绍,包括惯性导航系统、卫星导航系统、天文导航系统、计程仪、罗兰C导航系统;第三章主要就导航系统误差进行了介绍,包括导航系统误差的一般分析、惯性导航误差、卫星导航误差、天文导航误差、计程仪误差和罗兰C误差分析;第四章介绍了导航信息参数估计方法,主要包括方差估计、多元线性回归分析、非线性最小二乘估计和导航信息的最优估计等计算方法;第五章介绍了卡尔曼滤波方法基本理论,主要包括基本卡尔曼滤波算法、联邦卡尔曼滤波和 Unscented 卡尔曼滤波分析;第六章介绍了导航信息的非线性滤波基本理论,包括自适应滤波、粒子滤波、神经网络和小波变换中的主要方法;第七章较详细地介绍了舰船导航系统中常用的数据处理、评定和融合方法,主要包括导航信息的不确定度评定、系统误差的发现与动态不确定度评定;第八章对导航系统中的控制性能分析作了较详细的介绍,主要包括能控性和能观测性分析、状态观测器数学描述、导航系统稳定性分析和黎卡提方程求解。

各章间既有一定的连贯性,又相对独立,读者可根据需要自行选用所需内容。

参加本书编写的人员有海军装备研究院袁书明高工、海军潜艇学院杨晓东教授

和施闻明讲师、哈尔滨工程大学程建华副教授。

在编写和出版中,北京理工大学汪顺亭院士和哈尔滨工程大学赵琳教授对书稿进行了认真、细致的审阅,并提出了许多宝贵的意见和建议,特此表示感谢。

感谢国家自然科学基金(61104036)和参编人员所在单位对本书出版的大力支持。

由于作者水平有限,加上时间紧迫和资料较少,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

作者

2012年2月

目 录

第一章 舰船导航系统概论	1
1.1 舰船导航系统概述	1
1.1.1 导航技术的近代发展	1
1.1.2 导航方式的分类	3
1.1.3 现代导航技术的发展	5
1.2 舰船导航系统数学基础	6
1.2.1 矩阵及其运算	6
1.2.2 坐标变换	10
1.2.3 地球与坐标系	14
1.2.4 常用导航坐标系	19
1.3 导航信息估计原理	24
1.4 导航系统随机误差描述	27
1.4.1 导航系统随机误差	27
1.4.2 随机过程理论的主要内容	29
1.4.3 随机微分方程	34
1.4.4 随机场	40
第二章 舰船导航系统原理	48
2.1 惯性导航系统	48
2.1.1 惯性导航简介	48
2.1.2 惯性导航系统基本原理描述	48
2.1.3 惯性导航系统导航定位算法	51
2.2 卫星导航系统	54
2.2.1 卫星定位基础	54
2.2.2 多普勒定位法	56
2.2.3 伪距定位法	58
2.2.4 载波相位定位法	62
2.2.5 差分定位法	64
2.2.6 几何位置精度因子	68
2.3 天文导航系统	69

2.3.1	天文定位三角形	69
2.3.2	天体真高度	72
2.3.3	船位定位计算方法	77
2.4	计程仪	78
2.4.1	电磁计程仪	79
2.4.2	多普勒计程仪	80
2.4.3	声相关计程仪	83
2.5	罗兰 C 导航系统	85
2.5.1	系统地面台配置	85
2.5.2	系统信号格式	87
2.5.3	罗兰 C 电波传播	92
第三章	导航系统误差	99
3.1	导航系统误差分析问题的提出	99
3.2	惯性导航系统误差分析	99
3.2.1	惯性器件误差分析	99
3.2.2	惯性导航系统导航参数误差	105
3.3	卫星导航系统误差分析	109
3.3.1	卫星导航系统误差源	109
3.3.2	卫星导航参数误差	114
3.4	天文导航误差分析	118
3.4.1	高度差法的误差分析	118
3.4.2	在单天体定位时的误差讨论	119
3.4.3	多天体测天定位计算船位误差分析	120
3.5	计程仪误差分析	121
3.5.1	多普勒计程仪测速误差分析	121
3.5.2	四波束系统测速误差分析	123
3.6	罗兰 C 导航系统误差	125
3.6.1	主台和副台的同步误差	125
3.6.2	导航仪的测量误差	126
3.6.3	图表误差	126
3.6.4	包络周波差	127
第四章	导航信息的参数估计方法	130
4.1	最小二乘法估计	130
4.1.1	标准最小二乘法估计	130
4.1.2	加权最小二乘法估计	131

4.1.3	递推最小二乘法估计	132
4.2	最小方差估计	134
4.3	极大验后法及极大似然法估计	135
4.3.1	极大验后法估计	135
4.3.2	极大似然法估计	136
4.3.3	几种最优估计的优缺点比较	137
4.4	多元线性回归分析	137
4.4.1	基本假定	137
4.4.2	回归方程	138
4.4.3	回归方程的有效性和精度评价	139
4.4.4	多重相关性的危害	142
4.4.5	多重相关性的诊断	143
4.4.6	岭回归估计	144
4.5	非线性最小二乘估计	145
4.5.1	非线性最小二乘估计的理论分析	145
4.5.2	非线性最小二乘估计的方法	146
4.6	导航信息的最优估计	153
4.6.1	问题的提出	153
4.6.2	基于马尔柯夫模型的最优滤波	156
4.6.3	卡尔曼滤波器关系式	158
4.6.4	导航信息的可观测性	162
第五章	卡尔曼滤波	169
5.1	基本卡尔曼滤波算法	169
5.1.1	卡尔曼滤波的标准形式	169
5.1.2	卡尔曼滤波精度分析	172
5.1.3	初始条件对卡尔曼滤波精度的影响	172
5.1.4	噪声协方差阵对卡尔曼滤波精度的影响	172
5.2	H^∞ 卡尔曼滤波	174
5.2.1	信号和系统的范数	174
5.2.2	代数 Riccati 方程	175
5.2.3	H^∞ 范数与代数 Riccati 方程的关系	176
5.2.4	H^∞ 范数与 Riccati 不等式的关系	177
5.2.5	H^∞ 滤波基本理论	178
5.2.6	H^∞ 控制的标准设计问题求解	179
5.3	联邦卡尔曼滤波	181

5.3.1	联邦滤波器信息分配原则	181
5.3.2	联邦滤波器的容错性	184
5.3.3	联邦滤波器的配置结构	185
5.3.4	广义联邦滤波	186
5.4	Unscented 卡尔曼滤波	188
5.4.1	Unscented 变换	189
5.4.2	Unscented 卡尔曼滤波的基本形式	194
第六章 导航信息的非线性滤波方法		197
6.1	自适应滤波	197
6.1.1	χ^2 分布检验法	198
6.1.2	新息相关法	199
6.1.3	观测噪声统计特性未知时的滤波算法	201
6.1.4	系统噪声统计特性未知时的滤波算法	202
6.2	非线性滤波的几种方法	203
6.2.1	非线性滤波的线性化	203
6.2.2	扩展卡尔曼滤波	207
6.2.3	迭代滤波	209
6.3	粒子滤波	212
6.3.1	粒子退化	214
6.3.2	重采样	214
6.3.3	重要密度函数选取	215
6.3.4	粒子滤波的基本算法步骤	215
6.4	平稳 Cholesky 分解更新 SRUKF 滤波	216
6.4.1	UKF 及其改进算法的稳健性分析	216
6.4.2	SCFU - SRUKF 滤波	219
6.4.3	平稳 Cholesky 分解更新 SRUPF 滤波	222
6.5	BP 神经网络算法	228
6.5.1	神经网络概述	228
6.5.2	误差反向传播神经网络	229
6.5.3	BP 网络在导航中的应用	232
6.5.4	BP 网络的不足之处	234
6.6	小波变换	235
6.6.1	小波变换的定义	236
6.6.2	连续小波变换	236
6.6.3	离散小波变换	237

6.6.4	小波包及其性质分析	238
6.6.5	小波基的选取	240
6.6.6	小波降噪原理	242
第七章	导航信息的评定	245
7.1	误差及误差评估方法	245
7.1.1	测量误差的定义	245
7.1.2	系统误差和随机误差	245
7.1.3	误差、随机误差和系统误差间的关系	246
7.1.4	用误差评定测量结果的不足	247
7.1.5	测量结果的表示	248
7.2	不确定度评定方法	250
7.2.1	静态不确定度评定方法	250
7.2.2	粗差的剔除	260
7.2.3	几点要说明的问题	261
7.3	系统误差的发现与消除	263
7.3.1	研究系统误差的重要性	263
7.3.2	系统误差的特征	263
7.3.3	发现系统误差的基本方法	264
7.3.4	系统误差的减小和消除	267
7.3.5	系统误差已消除的准则	268
7.4	位置误差的圆概率误差半径	268
7.5	动态不确定度评定方法	270
7.5.1	动态不确定度评定的一般方法	270
7.5.2	连续参数测量	272
7.5.3	序列参数测量	274
7.5.4	序列的预处理	278
7.5.5	Allan 方差法估计	282
7.6	数字修约	283
7.6.1	导航参数的数值修约	283
7.6.2	不确定度的数字修约	283
第八章	线性定常系统的控制性能分析	284
8.1	线性系统的数学描述	284
8.1.1	线性系统及其性质	284
8.1.2	定常线性系统及其求解	285
8.1.3	线性时变系统及其求解	287

8.1.4	线性定常系统求解举例	287
8.2	能控性和能观性的分析	289
8.2.1	系统的能控性	289
8.2.2	系统的能观性	296
8.3	定常线性系统结构及零极点分析	299
8.3.1	线性系统的标准结构	299
8.3.2	传递函数的零极相消	304
8.3.3	极点配置与系统镇定	307
8.4	状态观测器的数学描述	314
8.4.1	状态观测器的一般描述	314
8.4.2	离散定常系统的观测器描述	317
8.5	系统稳定性分析	318
8.5.1	稳定性	318
8.5.2	李雅普诺夫函数	319
8.5.3	李雅普诺夫函数的构成	320
8.6	黎卡提方程	321
8.6.1	控制系统的黎卡提方程	321
8.6.2	终端时刻 T 的伴随变量 $P(T)$ 的确定	323
8.6.3	黎卡提方程的数值解	325
8.6.4	克莱曼 (Kleiman) 方法	328
8.6.5	波特尔 (Potter) 方法	330
	参考文献	333

第一章 舰船导航系统概论

1.1 舰船导航系统概述

1.1.1 导航技术的近代发展

导航,英文叫做 Navigation,源自拉丁文 Navigare(navis 表示船, agere 表示指引),原意为“引导船舶航行”,现代引申为引导包括舰船、飞机、航天器、车辆等在内的运载体以及个人自出发地准确、高效、安全地到达目的地的过程。

导航的历史至迟可以追溯到人类新石器时代晚期。社会文明进步的两大驱动力(商业的利益和征服的欲望)一直是导航技术发展的原动力,导航是人类从事政治、经济和军事活动所必不可少的信息技术。纵观导航的发展历史可以毫不夸张地说,导航发展史就是人类文明发展史的写照。一方面,很多科学发现和技术发明是由于人类导航的需要而产生的;另一方面,大量科学技术的新进展,如数学、地理学、天文学、气象学、海洋学、制图学、无线电技术、计算机技术、卡尔曼滤波技术、卫星技术、微机电技术等,都率先在导航领域得到成功应用,极大地促进了导航技术的发展。

20 世纪是人类导航技术发展突飞猛进的时代。首先无线电导航技术在半个多世纪的时间里从萌芽状态迅猛发展为海、陆、空导航的基本手段。早在 1891 年,无线电报就出现在海洋中航行的船舶上,1902 年,美国数学家斯通(John Stone)发明了无线电测向技术,1906 年装备了美国海军运输船,1912 年研制出世界上第一个无线电导航设备,即无线电测向器(Radio Direction Finder),也称无线电罗盘(Radio Compass),并在三四十年代得到广泛应用。1921 年建立了第一座无线电导航塔。1935 年,法国首先在商船上装备了 VHF 频段的雷达,以观测海岸和附近的船只,用于近岸航行和船间避碰。英国在 1937 年提出建立低频连续波相位无线电导航系统台卡(Decca),并于 1946 年投入使用。1942 年 11 月,由美国麻省理工学院无线电实验室(Radiation Laboratory)研制的具有四个台站的罗兰 A(Long Range Navigation System)系统正式启用,它的改进型罗兰 C 台链随后于 1957 年由美国海岸警卫队建成,这是一种脉冲体制的双曲线型陆基中远程无线电导航系统,1975 年被美国政府批准为标准航海导航系统,在航海、航空、陆地以及军事方面都有成功应用。我国在 1988 年建成了第一个远程无线电导航系统南海台组,1990 年起正式向国内用户开放使用,称作“长河二号”。而鉴于所有其他无线电导航系统都达不到全球覆盖的目的,美国政府于 1968 年还批准研制奥米伽(Omega)甚低频双曲线全球导航系统,并于 1971 年开始运行,它由分布在全球的八个甚低频地面发射台组成,由于信号工作频率低,因而传播距离远,还可深入水下十几米,既可以为边远地区的远洋作业和飞机越洋飞行提供导航,也可以为潜艇水下位置校正提供信息,不足之处在于信号传播易受干扰、定位

精度和数据更新率较低，1997年9月30日美国政府宣布关闭了奥米伽系统。

20世纪上半叶，惯性导航技术也得到了迅猛发展。惯性导航的理论基础是牛顿力学定律，其发展要追溯到19世纪初。1817年，德国测量学的先驱博耐伯格(Frederick von Bohnenberger)研制了世界上第一只陀螺仪。法国科学家傅科(Jean Bernard Léon Foucault)试图利用陀螺的定轴性验证地球的旋转，在1852年发明了可实用的陀螺仪，配上简单的修正装置和阻尼装置后，制成了世界上第一台试验用陀螺罗经，他用希腊文 *gyros*(意即“旋转”)和 *skopein*(意即“观察”)两个词命名了“陀螺仪”(Gyroscope)，意思是“用以观测地球旋转的装置”。1890年，美国科学家霍普金斯(G. M. Hopkins)演示了第一个电动陀螺仪(Electrically-driven Gyroscope)。德国科学家安修茨(Hermann Anschütz-Kaempfe)在1903年设计了第一个陀螺罗经(Gyro-compass)，他和美国人斯佩里(Elmer Ambrose Sperry)分别于1908年和1911年先后制成了船用陀螺罗经。德国哥廷根大学(Göttingen University)数学家舒勒(Max Schuler)在1923年提出固有振荡周期为84.4min的机械装置不受其在地球表面运动加速度的影响，从理论上和技术上完善了罗经的设计和结构，大大提高了导航精度。20年代起，飞机上先后出现了陀螺地平仪和陀螺方位仪。40年代中期，由冯·布劳恩(Wernher Von Braun)领导的德国科学家首次在V-2火箭上安装了初级的惯性制导装置，利用陀螺仪稳定火箭的水平和航向姿态，沿火箭纵轴方向安装了陀螺积分加速度计，用以提供火箭入轨的初始速度，这是人类导航定位史上的一次革命。第二次世界大战后，尤其50年代中后期，制造工艺和计算机技术得到飞速发展，美国现代惯性制导之父德雷珀(Charles Stark Draper)领导的MIT仪表实验室率先在陀螺精度上取得突破，研制出惯性级的陀螺仪和惯导系统，1953年利用平台式惯导系统首次在B-29轰炸机上成功地进行了横贯北美大陆的试飞，1954年，进行了潜艇惯导系统(Submarine Inertial Navigation System)的海上试验。美国海军“鹦鹉螺”号潜艇(USS NAUTILUS SSN571)装备了北美航空公司机电工程部(Autonetics)研制的N6A(MK1)型惯性导航系统和MK-19型平台罗经，在1957年开始水下探索北冰洋，并在1958年8月3日成功水下穿越北极，历时21天，航程8146n mile，定位误差仅为20n mile。这一震惊世界的成功，充分显示了惯性导航系统有别于其他导航系统的独特优点，即自主性、隐蔽性、信息的完备性，这些特点在军事应用中尤为重要。德雷珀教授1961年开始主持研制具有历史意义的Apollo登月计划的制导系统，在1970年第三次登月途中，Apollo-13服务舱氧气系统爆炸，指令舱的电源遭到破坏，主惯导系统无法正常工作，正是利用该实验室研制的用作备份的捷联式制导系统才得以安全返航。到了20世纪80年代，随着计算机技术的发展、激光陀螺和光纤陀螺等新型陀螺的出现以及基础加工制造工艺的日益完善，捷联式惯性导航系统应用而生，它省去了复杂的物理实体平台，结构简单、体积小、成本低、维护简单，正在各个领域逐步取代平台式惯性导航系统。

20世纪中期，1957年俄罗斯首次发射了人造地球卫星Sputnik，之后不久诞生了由约翰·霍普金斯大学应用物理实验室(Applied Physics Lab, John Hopkins Univ)研制的人类第一个卫星导航系统——美国海军导航卫星系统(Navy Navigation Satellite System)，又称作子午仪(Transit)系统，它预示着经典的导航定位技术面临着一场重大的变革，在导航技术的发展史上具有划时代的意义。该系统于1964年正式建成，共有七颗导航卫星，美国政府1967年批准该系统解密，并提供民间使用。1973年至1996年美国采用扩频通信体

制建立了由 24 颗卫星构成的全球定位系统 GPS, 它可以提供全球、全天时、全天候的高精度多维连续定位、测速和授时功能, 实时定位速度快, 采用了数字通信的伪随机噪声编码技术, 具有良好的抗干扰性和保密性, 是继惯性导航系统成功应用于导航领域后的又一次重大技术突破, 被誉为 20 世纪导航技术史上的又一次革命。在这期间, 俄罗斯也先后研制了两代卫星导航系统, 分别是 1965 年研制的 CICADA 系统和 1995 年正式启用的 GLONASS 系统, 它们在系统配置、定位机理、信号频段、导航精度等方面与美国的两代卫星导航系统极为相似。GLONASS 的建成和公开化打破了美国对卫星导航独家经营的局面, 既可为民间用户提供独立的导航服务, 又可与 GPS 组合提供更好的卫星几何位置。

鉴于卫星导航在军事、民用等各个领域的成功应用和巨大发展潜力, 欧洲在 2002 年正式批准了“伽利略”卫星导航系统的研制计划, 中国也于 2002 年完成了“北斗一号”卫星导航系统的建设, 投入试运行。卫星导航对人类活动的影响极大, 应用价值极高, 一经推出便风靡全球, 无论是航空、航天、陆地、海洋, 还是交通、测绘、农业、旅游, 各行各业都有其广阔的应用前景。

1.1.2 导航方式的分类

导航的分类方式有很多种。如按测量的参数分类包括测距、测角、测距差、测多普勒频移等; 按工作区域可以分为全球导航系统、区域导航系统等; 按用户是否发射信号可以分为有源系统和无源系统; 等等。

1. 按定位方法分类

按定位方法的不同, 导航系统可以分为两大类, 一类是直接定位系统, 如天文导航、无线电导航、卫星导航、陆标定位等, 这类导航定位系统的定位误差不积累, 精度与定位时间无关, 但其定位依赖于外部条件, 如天文定位需要在良好的天候和气象条件下观测到天体, 无线电和卫星导航需要能接收到岸台或卫星发射的无线电信号, 因此这类导航系统也称为非自主式的导航系统。另一类导航定位系统依赖推算方法来确定载体位置, 如由罗经和计程仪构成的推算系统、惯性导航系统等, 称作自主式导航系统。这类系统的最大优点在于不依赖于任何外部信息, 因而具有独立自主、安全、隐蔽的特点, 非常适合于军事目的的应用, 但这类系统的误差是随时间积累的, 必须经常进行校正。

2. 按定位原理分类

根据导航的技术机理不同, 导航技术可以分为以下类型。

(1) 陆标定位(Terrestrial Fixing)。陆标定位, 有时也称地文导航, 一般是在船舶航行时使用的导航方法。陆标是指海上或岸边的明显固定的标志物, 如灯塔、山顶、礁石、建筑物等。陆标定位就是根据陆标的位置坐标及其相对载体的距离和/或方位关系确定船舶位置的方法。因为这些标志物的位置是确定且精确已知的(或可在海图上查找出来), 测量出陆标的距离/方位参数, 就可以用计算或作图的方法确定船位。

(2) 天文导航(Celestial Navigation)。天文导航可能是人类最古老的导航方法之一, 它利用光学仪器(如六分仪)人工观测天体(日、月、星等的统称)高度角和方位角, 通过计算或作图确定载体的位置。目前已出现利用光学或射电望远镜接收星体发射的电磁波来测量天体高度角和方位角的星体跟踪器。天文导航既可以为航海导航, 也可以为航空和航

天载体提供导航服务。甚至，天文导航对宇宙航行还是比较理想的，因为它可以避免航海时受到的天候和气象条件限制。有学者形容天文导航“起源于航海，发展于航空，辉煌于航天”。

(3) 推算航法(Dead Reckoning)。根据测量得到的载体速度和航向信息，在已知前一时刻载体位置的条件下，考虑风、流引起的位置偏差影响，解算载体位置的方法，称为推算航法。在船舶导航时还称为船位推算、航迹绘算。推算航法的特点是简单易行，但定位精度较低，只能给出载体的概略位置，一般需要通过其他导航方式经常地对其位置进行修正。

(4) 无线电导航(Radio Navigation)。无线电导航是利用无线电电波在理想均匀媒质中按直线传播，且速度为常数，并在任何两种媒质界面上产生反射，反射波和入射波同在一铅垂面内的传播规律，测定运动载体位置的导航方法。无线电导航的类型较多，按测量方式可分为测向(测角)、测距、测距离差以及测距测向等；按作用距离可分为近程(100km~500km)、中程(500km~1000km)、远程(3000km以内)、超远程(10000km以上)；按信号发射形式可分为振幅式、频率式、脉冲式、相位式、混合式无线电导航系统等；按信号发射频率可以分为甚低频、低频、中频、高频、甚高频无线电导航系统等。无线电导航具有测量速度快、精度高、可靠性好的特点。不足之处在于其信号容易受到外界干扰。典型的无线电导航系统包括：伏尔(VHF Omnidirectional Range, VOR)；测距器(Distance Measuring Equipment, DME)；塔康(Tactical Air Navigation, TACAN)；无线电定向机(Radio Direction Finder, RDF)；仪表着陆系统(Instrument Landing System, ILS)；罗兰系统(Long-range Navigation, Loran)；奥米伽系统 Omega 等。由于以上系统的信号发射台均在陆地，因此也被称为陆基无线电导航系统。

(5) 卫星导航(Satellite Navigation)。卫星导航系统通过测定运载体到导航卫星的距离或距离差等参数，并结合获取的或计算得到的导航卫星瞬时位置来确定载体位置。现代卫星导航方法是近代科学技术，如航天技术、天文和地球物理学、精密时间和时间同步技术、扩频通信技术、信号处理技术、计算机和微电子技术、导航定位技术等相结合的产物。从本质上讲，卫星导航系统是无线电导航系统的一种，属于空基无线电导航系统。但由于其独特的定位方式和广泛的应用背景，一般把它从无线电导航系统里单列出来，作为独立分类。

根据定位方法的不同，卫星导航可以分为多普勒定位、伪距定位、载波相位定位等多种形式。

(6) 雷达导航(Radar Navigation)。雷达导航有两种含义。在船舶上安装的雷达通过对目标发射电磁波并接收回波，可以探索物标并测定物标的距离和/或方位，据此在海图上标绘出或通过计算求出船位，从而实现定位的目的。从本质上讲，这是陆标定位的一种具体实现方式。除此以外，雷达导航还常用作船舶避碰的手段之一。当船舶在沿岸航行，特别是进入港区、岛礁区、海峡和江河等狭窄水道航行时，地形复杂、危险物多、往来船只频繁，利用自动雷达标绘仪(Automatic Radar Plotting Aid, ARPA)捕获目标、自动跟踪并以矢量形式显示目标的航向和航速，自动以各种方式提醒驾驶员采取避让措施。

在航空的应用上，基于多普勒测速的基本原理，雷达测量出射向地面电磁波的回波信号多普勒频移，解算出飞机相对于地面的低速和偏流角(即飞机的三维速度分量)，采用

推算航法求得飞机的实际位置。从本质上讲，这是推算航法的一种具体实现。随着全天候、高分辨率合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)技术的不断成熟，雷达图像目标的匹配定位也必将得到飞速发展和广泛应用。

(7) 惯性导航(Inertial Navigation)。惯性导航系统(简称惯导系统)利用惯性敏感元件(陀螺、加速度计)测量载体相对惯性空间的线运动和角运动参数，在给定的运动初始条件下，根据牛顿运动定律，推算载体的瞬时速度和位置，一般还可获得载体姿态信息。从本质上讲，它属于推算航法。它是一种自主式的导航系统，无需接收或发射任何外部信息即可定位。根据惯性敏感元件在载体上的安装方式不同，惯导系统可以分为平台式惯性导航系统(Platform Inertial Navigation System)和捷联式惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System)两大类。

(8) 组合导航(Integrated Navigation)。组合导航是 20 世纪后半叶兴起的提高导航定位精度和可靠性的技术。它以导航计算机为核心，充分利用各导航系统的资源，发挥各导航系统的优势，克服单个导航系统的不足，将装备在载体上的各导航信息有机地组合在一起，通过数字滤波等信号处理技术，为用户提供更加精确、可靠的导航信息。采用组合的模式，可以发挥单一导航设备各自的特点，扬长避短，使得导航能力、精度、可靠性和自动化程度大大提高。

组合导航系统的产生和发展离不开导航技术和信息融合技术的进步。随着众多的不同原理、不同性能的导航设备的出现，INS/GPS、地形辅助 INS、罗兰 C/DR 等一大批组合导航系统相继出现。同时，以卡尔曼滤波为代表的信息融合技术进展也很迅速，特别是为解决集中滤波问题而产生的联邦滤波、为解决非线性问题的粒子滤波等正在受到普遍关注。

1.1.3 现代导航技术的发展

在卫星导航领域，美国旨在提升全球定位系统精度、安全性、抗干扰能力和实现军民信号分离的 GPS 现代化进程正在大力推进当中。欧盟也一直致力于一个雄心勃勃的民用全球导航卫星系统(GNSS)计划，估计到 2020 年全世界将有四大全球导航卫星系统，即现有的美国 GPS 和俄罗斯 GLONASS，欧盟计划在 2013 年建成的“伽利略”系统和我国正在建设的“北斗二代”卫星导航系统(COMPASS)，届时天空中将有超过 100 颗导航卫星为各类用户提供导航服务。GNSS 实际上泛指卫星导航系统，包括全球星座、区域星座以及相关的星基增强系统。根据 ICAO 国际民航公约的规定，GNSS 的增强系统共分为三类，即陆基增强系统 GBAS(Ground Based Augmentation System)、星基增强系统 SBAS(Satellite Based Augmentation System)和机载增强系统 ABAS(Aircraft Based Augmentation System)。除了上述的四个全球系统及其增强系统(美国的 WAAS、欧洲的 EGNOS 和俄国的 SDCM)外，其他一些国家也在建设自己的区域系统和增强系统，如日本的 QZSS(准天顶卫星系统)和 MSAS(多功能卫星增强系统)，印度的 IRNSS(印度无线电导航卫星系统)和 GAGAN(GPS 与 GEO 静地增强导航)，以及尼日利亚运用通信卫星搭载实现的 NICOMSAT-1 星基增强等。未来的全球导航卫星系统将会呈现多层次增强、多系统兼容、多模化应用以及多手段集成的趋势，形成一个以 GNSS 为主体的应用服务体系，实现全时段、全空间的无缝服务，推动产业的全球化、规模化、规范化和大众化发展。

在惯性导航领域,随着计算机技术、光学陀螺技术、微机电系统(MEMS)技术,甚至纳米机电系统(NEMS)技术的发展,捷联式惯导系统逐渐受到人们的瞩目。捷联式惯导系统将惯性传感器直接固联于载体,用“数学平台”取代了复杂的陀螺机械稳定平台,因此具有结构简单、成本低等许多优点,当代计算机技术,尤其是微型计算机的优良性能,为捷联式惯导提供了实时高效的运算工具,光学陀螺(包括激光陀螺和光纤陀螺)的出现又为捷联式惯导提供了理想的敏感元件。光学陀螺具有结构简单、体积小、角速率动态范围宽、启动时间特别短和可靠性高等优点,已在多种环境下有大量成功的应用,采用光学陀螺的捷联惯导系统被认为是一种极有发展前途的导航系统。同时,随着 MEMS 技术的发展,微机械惯性技术应运而生,与传统的惯性器件相比,微机械惯性器件具有微型化、集成化的优点,其尺寸达到微米数量级,而且其测量范围大、可靠性好、功耗低,易于实现数字化。目前虽然其精度较低,但由于其无可比拟的优点,在军用和民用领域受到普遍的重视,具有广阔的应用前景。

同时,新兴的无源定位技术,也称作地球物理导航,利用载体上的设备敏感地形、重力场、重力梯度场以及地球磁场的变化,通过与已有数据库进行匹配达到导航的目的,这一技术也正在被广泛关注,成为导航技术领域的一朵奇葩。还应该提及的是,组合导航技术在新世纪里也受到前所未有的重视,美国、英国、法国等工业技术先进国家在微机和电子集成化技术的推动下,竞相发展各种用途的组合导航系统,先后装备于多种航空、航天、航海载体上。目前,随着信息融合技术的发展,特别是组合滤波技术的发展,组合导航技术正在突破单一导航设备的局限性,已经成为导航技术发展的方向之一,能够为航行提供更高精度、更高可靠性、更加安全的导航信息。

1.2 舰船导航系统数学基础

1.2.1 矩阵及其运算

在舰船导航系统的方程和运算表达式中,若采用向量和矩阵,则会使其方程及表达具有简洁的形式,且有利于数学展开。

1. 向量与矩阵的表达形式

具有 n 个标量 x_i 的向量 \mathbf{x} , 可以表示为

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

其转置形式为

$$\mathbf{x}^T = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n] \quad (1.2.2)$$

一个向量可以看作 $n \times 1$ 的矩阵, 而由 $n \times m$ 个标量 a_{ij} 组成的矩阵 A 则可表述为