



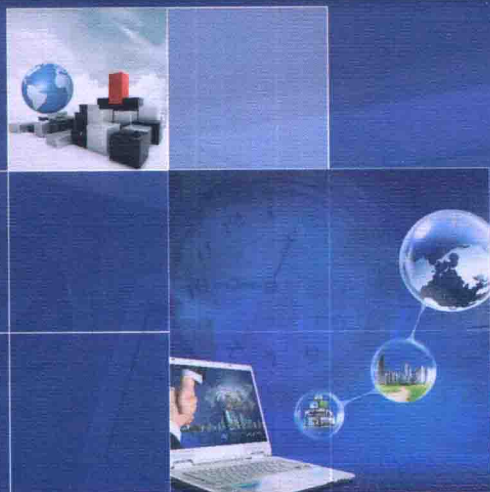
21世纪全国应用型本科计算机案例型规划教材

21st CENTURY
实用规划教材



算法设计、分析与应用教程

主 编 李文书 何利力

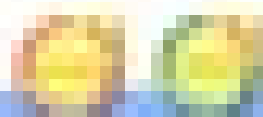


Algorithm

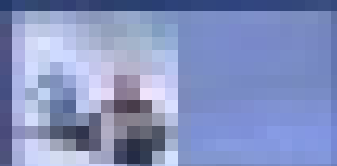
- 以讲故事的形式将概念和算法的精髓娓娓道来
- 阐述对应算法的理论基础、特点及其解题框架
- 活学活用经典问题，巧妙设计与分析ACM真题



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



算法设计、分析与应用教程



清华大学出版社

本书可作为高等院校计算机专业及相关专业的教材，也可供从事计算机工作的工程技术人员参考。

清华大学出版社

21 世纪全国应用型本科计算机案例型规划教材

算法设计、分析与应用教程

主 编 李文书 何利力
副主编 叶海荣 韩逢庆 董世都
黄 海 茅海军

国家自然科学基金、省自然科学基金及钱江人才(B类)资助项目
(60702069, Y1080851, 31271102, Y12H290045, 2012R10054)

“海洋机电装备技术”浙江省重中之重学科重点实验室
开放基金资助项目
(1203720-N)

浙江省人事厅留学人员科技活动项目
(1104707-M)

浙江省科协育才工程资助项目
宁波市第四批科技项目
(2011B710007)



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

为了适应培养 21 世纪计算机人才的需要, 结合我国高等院校教育工作的现状, 立足培养学生能跟上国际计算机科学技术的发展水平, 更新教学内容和教学方法, 本书以算法设计策略为知识单元, 系统地介绍计算机算法的设计方法与分析技巧, 以为信息技术相关学科的学生提供广泛而坚实的算法基础知识。本书主要内容包括算法概述、递归与分治策略、动态规划、贪心算法、回溯算法、分支限界算法、图的搜索算法、加密算法与安全机制、P 和 NP 问题等。书中既涉及经典算法及分析, 又包括指导 ACM 时练习的相关算法。

本书内容丰富、观点新颖、理论联系实际, 采用 C/C++ 语言描述算法, 简明清晰、结构紧凑、可读性强。本书可作为高等院校信息技术相关专业本科生和研究生学习算法设计的教材, 也可供广大工程技术人员和自学读者学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

算法设计、分析与应用教程/李文书, 何利力主编. —北京: 北京大学出版社, 2014.7

(21 世纪全国应用型本科计算机案例型规划教材)

ISBN 978-7-301-24352-7

I. ①算… II. ①李…②何… III. ①电子计算机—算法设计—高等学校—教材②电子计算机—算法分析—高等学校—教材 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 122270 号

书 名: 算法设计、分析与应用教程

著作责任者: 李文书 何利力 主编

策划编辑: 郑 双

责任编辑: 郑 双

标准书号: ISBN 978-7-301-24352-7/TP·1337

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电子信箱: pup_6@163.com

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者: 北京富生印刷厂

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 23.5 印张 彩插 4 536 千字

2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 49.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn



图 1.2 《创世纪》(a) 西斯廷教堂



图 1.2 《创世纪》(b) 西斯廷教堂天花板上的《创世纪》

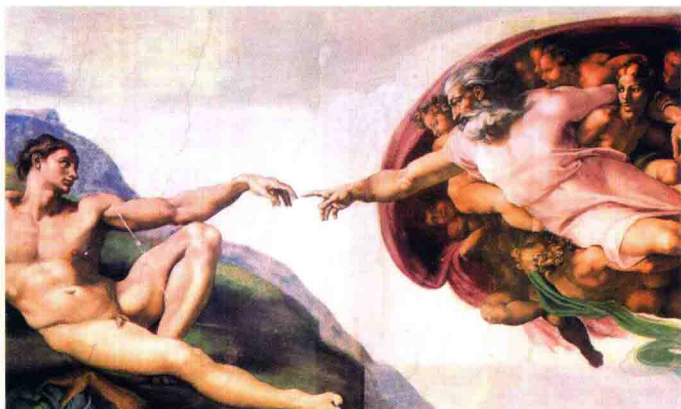


图 1.2 《创世纪》(c) 上帝与亚当



图 2.1 塔中的“递归”



图 2.2 俄罗斯套娃



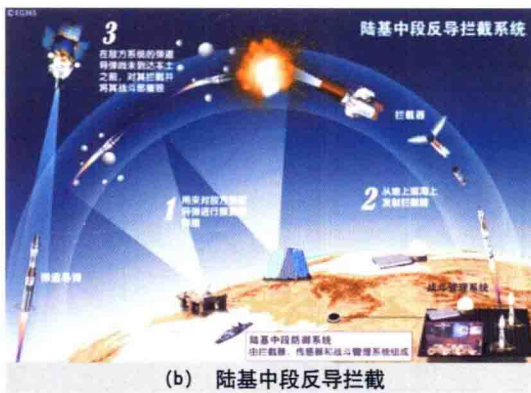
图 2.3 佛骨舍利盒



图 2.4 自然中的斐波那契数列



(a) 陆海天反导拦截



(b) 陆基中段反导拦截

图 2.9 曹冲称象

图 3.1 导弹反导拦截系统



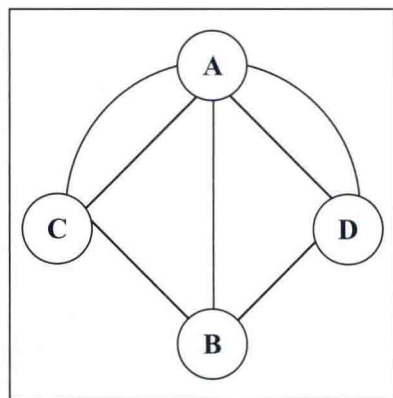
图 4.1 找零钱问题



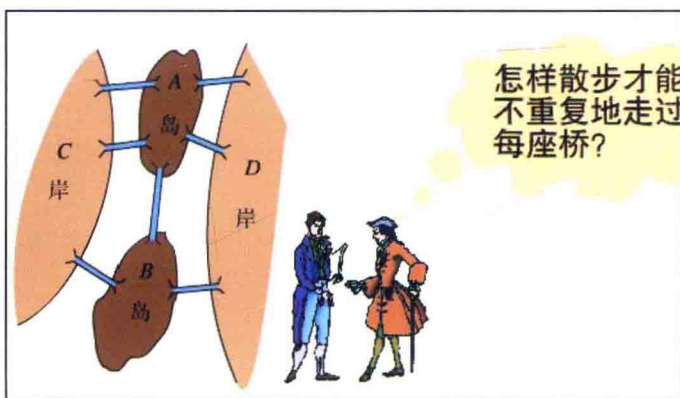
图 6.1 风筝



图 7.2 欧拉 (Euler)



(a) 问题的示意图



(b) 对应的无向图

图 7.1 七桥问题

21 世纪全国应用型本科计算机案例型规划教材

专家编审委员会

(按姓名拼音顺序)

主任 刘瑞挺

副主任 陈 钟 蒋宗礼

委员 陈代武 房爱莲 胡巧多 黄贤英

江 红 李 建 娄国焕 马秀峰

祁亨年 汪新民 王联国 谢安俊

解 凯 徐 苏 徐亚平 宣兆成

姚喜妍 于永彦 张荣梅

信息技术的案例型教材建设

(代丛书序)

刘瑞挺

北京大学出版社第六事业部在 2005 年组织编写了《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》，至今已出版了 50 多种。这些教材出版后，在全国高校引起热烈反响，可谓初战告捷。这使北京大学出版社的计算机教材市场规模迅速扩大，编辑队伍茁壮成长，经济效益明显增强，与各类高校师生的关系更加密切。

2008 年 1 月北京大学出版社第六事业部在北京召开了“21 世纪全国应用型本科计算机案例型教材建设和教学研讨会”。这次会议为编写案例型教材做了深入的探讨和具体的部署，制定了详细的编写目的、丛书特色、内容要求和风格规范。在内容上强调面向应用、能力驱动、精选案例、严把质量；在风格上力求文字精练、脉络清晰、图表明快、版式新颖。这次会议吹响了提高教材质量第二战役的进军号。

案例型教材真能提高教学的质量吗？

是的。著名法国哲学家、数学家勒内·笛卡儿(Rene Descartes, 1596—1650)说得好：“由一个例子的考察，我们可以抽出一条规律。(From the consideration of an example we can form a rule.)”事实上，他发明的直角坐标系，正是通过生活实例而得到的灵感。据说是在 1619 年夏天，笛卡儿因病住进医院。中午他躺在病床上，苦苦思索一个数学问题时，忽然看到天花板上有一只苍蝇飞来飞去。当时天花板是用木条做成正方形的格子。笛卡儿发现，要说出这只苍蝇在天花板上的位置，只需说出苍蝇在天花板上的第几行和第几列。当苍蝇落在第四行、第五列的那个正方形时，可以用(4, 5)来表示这个位置……由此他联想到可用类似的办法来描述一个点在平面上的位置。他高兴地跳下床，喊着“我找到了，找到了”，然而不小心把国际象棋撒了一地。当他的目光落到棋盘上时，又兴奋地一拍大腿：“对，对，就是这个图”。笛卡儿锲而不舍的毅力，苦思冥想的钻研，使他开创了解析几何的新纪元。千百年来，代数与几何，井水不犯河水。17 世纪后，数学突飞猛进的发展，在很大程度上归功于笛卡儿坐标系和解析几何学的创立。

这个故事，听起来与阿基米德在浴缸洗澡而发现浮力原理，牛顿在苹果树下遇到苹果落到头上而发现万有引力定律，确有异曲同工之妙。这就证明，一个好的例子往往能激发灵感，由特殊到一般，联想起普遍的规律，即所谓的“一叶知秋”、“见微知著”的意思。

回顾计算机发明的历史，每一台机器、每一颗芯片、每一种操作系统、每一类编程语言、每一个算法、每一套软件、每一款外部设备，无不像闪光的珍珠串在一起。每个案例都闪烁着智慧的火花，是创新思想不竭的源泉。在计算机科学技术领域，这样的案例就像大海岸边的贝壳，俯拾皆是。

事实上，案例研究(Case Study)是现代科学广泛使用的一种方法。Case 包含的意义很广：包括 Example 例子，Instance 事例、示例，Actual State 实际状况，Circumstance 情况、事件、境遇，甚至 Project 项目、工程等。

我们知道在计算机的科学术语中，很多是直接来自日常生活的。例如 Computer 一词早在 1646 年就出现于古代英文字典中，但当时它的意义不是“计算机”而是“计算工人”，即专门从事简单计算的工人。同理，Printer 当时也是“印刷工人”而不是“打印机”。正是

由于这些“计算工人”和“印刷工人”常出现计算错误和印刷错误，才激发查尔斯·巴贝奇(Charles Babbage, 1791—1871)设计了差分机和分析机，这是最早的专用计算机和通用计算机。这位英国剑桥大学数学教授、机械设计专家、经济学家和哲学家是国际公认的“计算机之父”。

20世纪40年代，人们还用 Calculator 表示计算机。到电子计算机出现后，才用 Computer 表示计算机。此外，硬件(Hardware)和软件(Software)来自销售人员。总线(Bus)就是公共汽车或大巴，故障和排除故障源自格瑞斯·霍普(Grace Hopper, 1906—1992)发现的“飞蛾子”(Bug)和“抓蛾子”或“抓虫子”(Debug)。其他如鼠标、菜单……不胜枚举。至于哲学家进餐问题，理发师睡觉问题更是操作系统文化中脍炙人口的经典。

以计算机为核心的信息技术，从一开始就与应用紧密结合。例如，ENIAC用于弹道曲线的计算，ARPANET用于资源共享以及核战争时的可靠通信。即使是非常抽象的图灵机模型，也受益于二战时图灵博士破译纳粹密码工作的关系。

在信息技术中，既有许多成功的案例，也有不少失败的案例；既有先成功而后失败的案例，也有先失败而后成功的案例。好好研究它们的成功经验和失败教训，对于编写案例型教材有重要的意义。

我国正在实现中华民族的伟大复兴，教育是民族振兴的基石。改革开放30年来，我国高等教育在数量上、规模上已有相当的发展。当前的重要任务是提高培养人才的质量，必须从学科知识的灌输转变为素质与能力的培养。应当指出，大学课堂在高新技术的武装下，利用PPT进行的“高速灌输”、“翻页宣科”有愈演愈烈的趋势，我们不能容忍用“技术”绑架教学，而是让教学工作乘信息技术的东风自由地飞翔。

本系列教材的编写，以学生就业所需的专业知识和操作技能为着眼点，在适度的基础知识与理论体系覆盖下，突出应用型、技能型教学的实用性和可操作性，强化案例教学。本套教材将会有机融入大量最新的示例、实例以及操作性较强的案例，力求提高教材的趣味性和实用性，打破传统教材自身知识框架的封闭性，强化实际操作的训练，使本系列教材做到“教师易教，学生乐学，技能实用”。有了广阔的应用背景，再造计算机案例型教材就有了基础。

我相信北京大学出版社在全国各地高校教师的积极支持下，精心设计，严格把关，一定能够建设出一批符合计算机应用型人才培养模式的、以案例型为创新点和兴奋点的精品教材，并且通过一体化设计、实现多种媒体有机结合的立体化教材，为各门计算机课程配齐电子教案、学习指导、习题解答、课程设计等辅导资料。让我们用锲而不舍的毅力，勤奋好学的钻研，向着共同的目标努力吧！

刘瑞挺教授 本系列教材编写指导委员会主任、全国高等院校计算机基础教育研究会副会长、中国计算机学会普及工作委员会顾问、教育部考试中心全国计算机应用技术证书考试委员会副主任、全国计算机等级考试顾问。曾任教育部理科计算机科学教学指导委员会委员、中国计算机学会教育培训委员会副主任。PC Magazine《个人电脑》总编辑、CHIP《新电脑》总顾问、清华大学《计算机教育》总策划。

前 言

算法作为数学的一个分支已经存在几百年了，然而算法真正焕发青春得到长足的发展还是发生在 20 世纪计算机发明的时代。随着计算机技术的广泛应用，人们越来越清楚地认识到，作为计算机科学与工程最主要的技术——程序设计，其灵魂就是解决问题的算法。

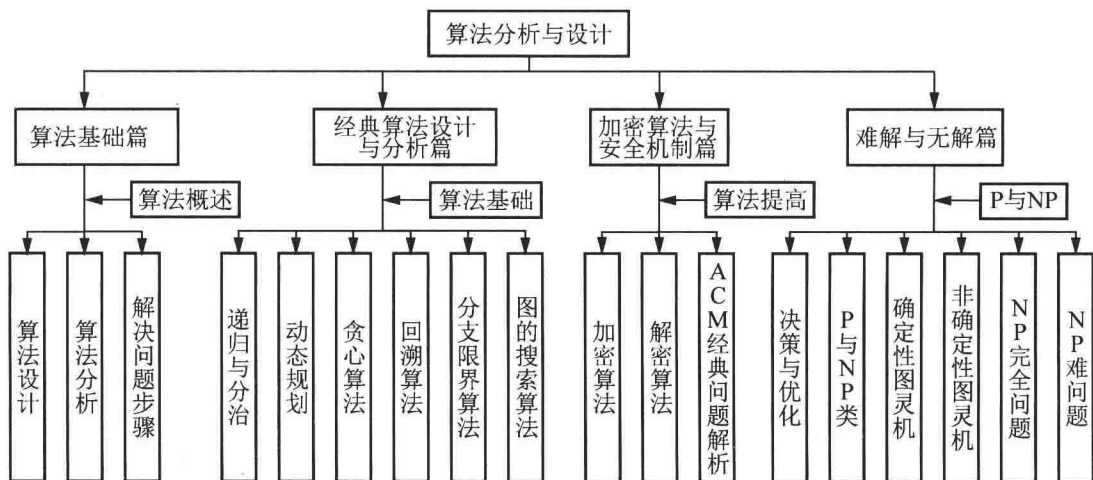
很多人对算法学习都有一种“枯燥繁难”的先入为主的感觉。如何有效地学习算法的设计与分析，是本书试图与读者一起探讨的最重要的目标之一。其实，算法都是针对具体问题的，可以说算法无处不在。每个人每天都在使用不同的算法来活出自己的人生。比如，你去食堂买饭会选择较短的队列，而有人则可能选择一个推进速度更快的队列；每天起床后，你可能先读一会儿书，再去吃早饭，另外一个人则可能先去吃早饭，然后读书。所有这些行为都是算法问题或算法一部分的体现。也许运行这些算法并没在你的思想意识里，也许你并不知道算法在帮助自己的生活，但它确实是存在的。这些算法也许没有经过精心设计，没有经过仔细分析，但它还是算法！

此外，算法的发现问题是相关的问题驱动的。拿排序来说，因为生活中到处都充满次序，每个人都要接受自己在某个次序里的位置，如各种排名、评估、民意调查等，最后的结果都体现为一个次序。看来，“没有次序无以成方圆”并不是空穴来风。而谈到排序用的方法，人们很自然地想到插入法，因为这种朴素的算法和人的思维方式非常类似，它就是人们打牌时整理手中扑克的算法。但随着数据量的增大，插入排序的效率缺陷迅速变为人们无法容忍的缺点。于是人们发明了归并排序、堆排序、快速排序等，这些排序的方法大大改善了速度，但是人们却并不满足于此。因此，又发明了效率更高的线性排序。

因此，本书的特点是以讲故事的形式将概念和算法的精华娓娓道来，然后讨论对应算法的理论基础、特点及其形式表达，最后通过对经典问题和 ACM 问题的设计与分析，让读者由浅入深地理解和消化该章的理论知识。这和我们中国人学习过程的 4 个境界(比、从、北、化)是对应的。其中，“比”就是接受先辈留下的智慧，“从”就是跟随先辈的经验认识世界，“北”就是借鉴先辈的智慧和经验解决现在的问题，而“化”就是融合先辈和自己的经验产生新的知识、解决新的问题。

著名数学家华罗庚先生曾经说过，读数学书若不做习题似“入宝山而空返”。先生的意思是说思想不经过实践检验，再好的理论和技能也难以掌握和应用。为此，本书在每个经典问题和 ACM 的算法分析之后，都配有对应问题实现的代码。

本书内容主要包括四部分，具体如下：



第一部分(第1章)为算法基础篇,介绍了算法的基本概念及算法分析的相关基础知识,包括算法的设计、算法的分析、解决问题的一般步骤。

第二部分(第2~7章)为经典算法设计与分析篇,介绍了递归与分治、动态规划、贪心算法、回溯算法、分支限界算法及图的搜索算法。以故事起,典型算法设计策略为知识单元,采用算法基本思想、算法描述、算法分析的模式展开,从算法设计和算法分析的理论入手,根据各类算法的基本技术原理,给出算法的分析与证明方法,并将经典算法与ACM相结合,实现理论与实践相结合。其中,递归与分治主要包括算法的设计、分析及解决问题的一般步骤等分析;动态规划主要包括递归算法、分治算法及相关ACM的经典问题解析;贪心算法主要包括理论基础、贪心选择的性质、求解过程及相关ACM的经典问题解析;回溯算法主要包括其中问题的解空间、搜索的解空间、回溯的基本步骤及相关的经典问题(图的m着色问题、n皇后问题、装载问题、0-1背包问题、旅行商问题、流水作业调度问题等)的解析;分支限界算法主要包括搜索策略、分支结点的选择、限界函数及相关的经典问题(单源最短路径问题、装载问题、0-1背包问题、旅行商问题、ACM经典问题等);图的搜索算法主要包括图的广度优先搜索遍历、深度优先搜索遍历、有向图的强连通分支、无向图的又连通分支、流网络与最大流问题及相关的ACM经典问题解析。

第三部分(第8章)为加密算法与安全机制篇。主要包括RSA公钥密码算法、因子分析算法、离散对数密码算法、离散对数算法及相关ACM经典问题解析。

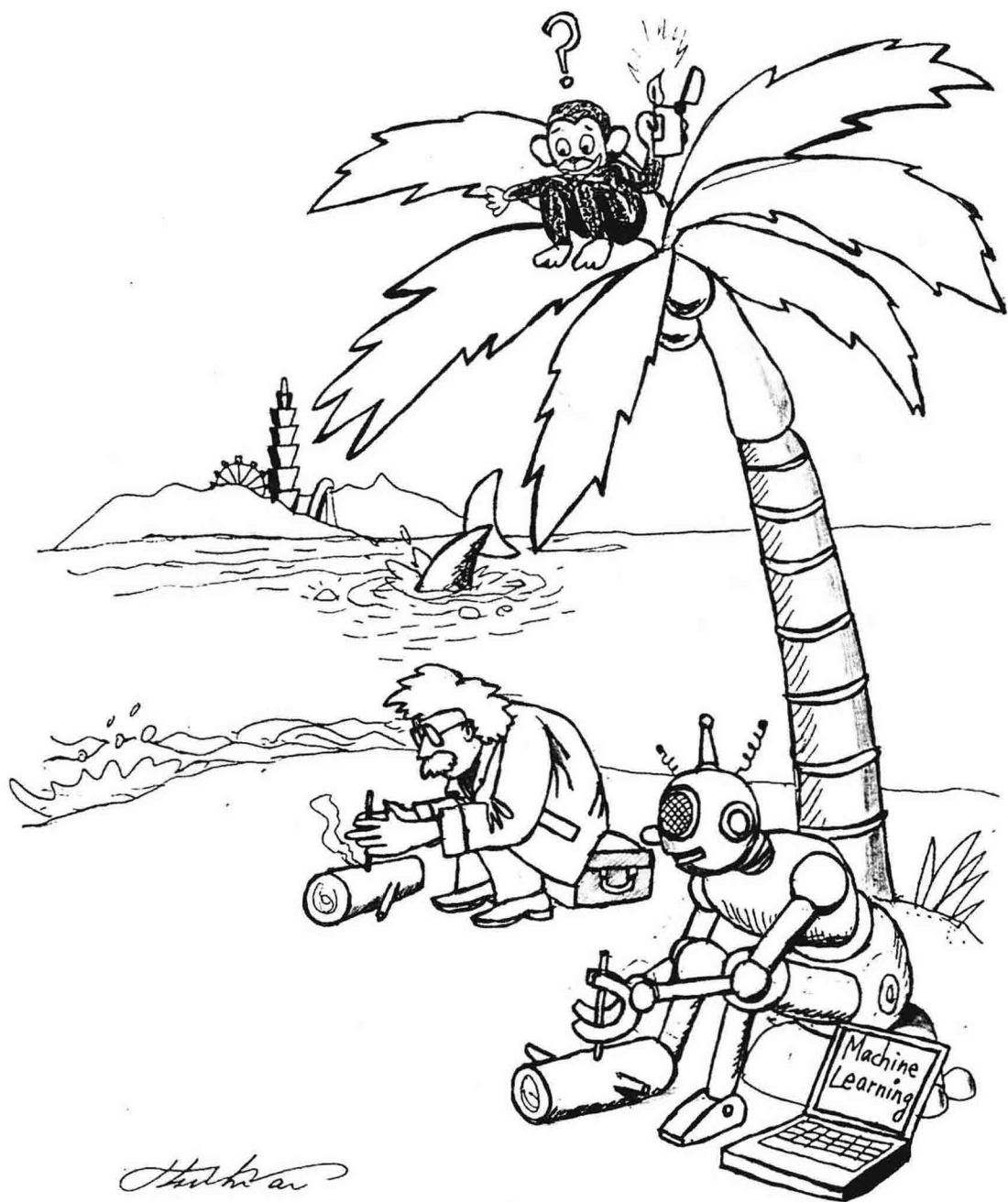
第四部分(第9章)为难解与无解篇。从决策问题、优化问题出发,介绍图灵机、非确定性图灵机,给出NP完全性的理论基础及NP完全问题、NP难问题近似算法的基本技术及分析方法。

本书由李文书、何利力主编,叶海荣、韩逢庆、董世都、黄海、茅海军为副主编,郑军红、邹玉金、刘建平、徐洋洋、盛实旺、赵超、朱宁馨、王柯、谷广兵、史步娥、陈莲娜、奚圣波、刘智等为参编。具体编写分工如下:第1、2、3、7、9章及附录由李文书教授编写,第4章主要由茅海军副教授编写,第5、6章由韩逢庆教授和董世都副教授编写,第8章由黄海副教授编写,叶海荣、邹玉金及史步娥对各章的ACM经典算法进行编写,何利力教授、郑军红博士和刘建平副教授对各章的编写进行了多次指导与修改。此外,徐洋洋、盛实旺、赵超、朱宁馨、王柯和谷广兵等参加校对书稿、算法实验、课件制作、

试题演算等工作，在此一并对他们表示感谢！在写作过程中作者得到了许多教授的帮助和支持，审稿时提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢！同时，在本书的编写过程中，得到了北京大学出版社有关同志的关心和大力支持，谨此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免存在不妥之处，敬请读者指正。本书的程序代码可通过编者电子信箱获得，E-mail 地址：wshlee@163.com。也可以从教学资源网 www.pup6.com 下载。

编 者
2014 年 2 月



非淡泊无以明志，非宁静无以致远

目 录

第 1 章 算法概述 1	
1.1 引言..... 1	
1.1.1 算法的描述..... 2	
1.1.2 算法的特性..... 2	
1.1.3 为什么学习算法..... 3	
1.2 算法的设计..... 5	
1.3 算法的分析..... 8	
1.3.1 正确性分析..... 9	
1.3.2 时空效率分析..... 10	
1.3.3 时空特性分析..... 13	
1.4 解决问题的一般步骤..... 13	
1.5 小结..... 15	
1.6 习题..... 16	
第 2 章 递归与分治策略 17	
2.1 递归算法..... 18	
2.1.1 递归的概念..... 18	
2.1.2 具有递归特性的问题..... 19	
2.1.3 递归算法分析..... 22	
2.2 分治策略..... 28	
2.2.1 分治法的基本步骤..... 28	
2.2.2 分治法的适用条件..... 29	
2.2.3 二分搜索技术..... 29	
2.2.4 棋盘覆盖问题..... 30	
2.2.5 快速排序..... 33	
2.2.6 大整数乘法..... 36	
2.2.7 矩阵乘法..... 39	
2.3 ACM 经典问题解析..... 45	
2.3.1 蜂窝问题 (难度: ★☆☆☆☆)..... 45	
2.3.2 Humble Numbers (难度: ★★☆☆☆)..... 46	
2.3.3 Copying Books (难度: ★★★☆☆)..... 48	
2.3.4 Fractal(难度: ★★★☆☆)..... 51	
2.3.5 TOYS(难度: ★★☆☆☆)..... 53	
2.3.6 Cable master (难度: ★★☆☆☆)..... 56	
2.4 小结..... 58	
2.5 习题..... 59	
第 3 章 动态规划 62	
3.1 何谓动态规划..... 63	
3.1.1 动态规划的基本思想..... 63	
3.1.2 设计动态规划法的步骤..... 63	
3.1.3 动态规划问题的特征..... 63	
3.1.4 动态规划与静态规划的关系... 64	
3.2 矩阵连乘积问题..... 65	
3.2.1 分析最优解的结构..... 67	
3.2.2 建立递归关系..... 68	
3.2.3 计算最优值..... 69	
3.2.4 构造最优解..... 71	
3.3 动态规划算法的基本要素..... 72	
3.3.1 最优子结构..... 72	
3.3.2 重叠子问题..... 72	
3.3.3 备忘录方法..... 73	
3.4 最长公共子序列..... 75	
3.4.1 最长公共子序列的结构..... 75	
3.4.2 子问题的递归结构..... 76	
3.4.3 计算最优值..... 76	
3.4.4 构造最长公共子序列..... 78	
3.5 最大子段和..... 78	
3.5.1 递归关系分析..... 78	
3.5.2 算法实现..... 79	
3.6 0-1 背包问题..... 80	
3.6.1 递归关系分析..... 81	
3.6.2 算法实现..... 81	
3.7 ACM 经典问题解析..... 83	
3.7.1 数塔(难度: ★★☆☆☆)..... 83	
3.7.2 免费馅饼 (难度: ★★★☆☆)..... 84	

3.7.3	Dividing (难度: ★★★☆☆).....	86	4.7.4	算法实现.....	121	
3.7.4	Win the Bonus (难度: ★★★☆☆).....	88	4.7.5	复杂度分析.....	122	
3.7.5	Monkey and Banana (难度: ★★★☆☆).....	90	4.8	ACM 经典问题解析.....	122	
3.7.6	Railroad(难度: ★★★☆☆) ..	93	4.8.1	Fat Mouse Trade (难度: ★★☆☆☆).....	122	
3.8	小结.....	96	4.8.2	Sorting the Photos (难度: ★★★☆☆).....	124	
3.9	习题.....	97	4.8.3	Moving Tables (难度: ★★★☆☆).....	126	
第 4 章 贪心算法.....			101	4.8.4	Box of Bricks (难度: ★★★☆☆).....	127
4.1	活动安排问题.....	102	4.8.5	Wooden Sticks (难度: ★★★☆☆).....	128	
4.2	贪心算法的理论基础.....	104	4.8.6	钓鱼问题 (难度: ★★★☆☆).....	130	
4.2.1	贪心算法的基本思想.....	105	4.8.7	树形 DP 问题 (难度: ★★★☆☆).....	133	
4.2.2	贪心算法的基本要素.....	105	4.8.8	Frogs' Neighborhood (难度: ★★★☆☆).....	135	
4.2.3	贪心算法的基本步骤.....	106	4.9	小结.....	137	
4.3	删数问题.....	107	4.10	习题.....	138	
4.3.1	贪心策略选择.....	107	第 5 章 回溯法.....			140
4.3.2	最优子结构.....	107	5.1	回溯法的基本思想.....	140	
4.3.3	算法实现.....	107	5.1.1	问题的解空间.....	141	
4.3.4	复杂度分析.....	108	5.1.2	搜索的解空间.....	143	
4.4	背包问题.....	109	5.1.3	回溯的基本步骤.....	144	
4.4.1	最优子结构性质.....	109	5.1.4	回溯法实现.....	145	
4.4.2	贪心选择性质.....	110	5.2	图的 m 着色问题.....	147	
4.4.3	算法实现.....	110	5.2.1	问题的解空间.....	147	
4.4.4	复杂度分析.....	112	5.2.2	约束条件.....	148	
4.5	最优装载问题.....	112	5.2.3	搜索解空间.....	148	
4.5.1	贪心选择性质.....	113	5.2.4	代码实现.....	148	
4.5.2	最优子结构性质.....	113	5.2.5	算法时间复杂度分析.....	150	
4.5.3	算法实现.....	113	5.3	n 皇后问题.....	150	
4.5.4	复杂度分析.....	114	5.3.1	问题的解空间.....	151	
4.6	单源最短路径.....	115	5.3.2	约束条件.....	151	
4.6.1	算法基本思想.....	115	5.3.3	搜索过程.....	151	
4.6.2	贪心选择性质.....	116	5.3.4	算法的时间复杂度分析.....	154	
4.6.3	最优子结构性质.....	117	5.4	装载问题.....	154	
4.6.4	Dijkstra 算法实现.....	117	5.4.1	问题的解空间.....	154	
4.6.5	复杂度分析.....	119				
4.7	多处最优服务次序问题.....	120				
4.7.1	贪心选择策略.....	120				
4.7.2	贪心选择性质.....	120				
4.7.3	最优子结构性质.....	120				