Roland Charnay
Georges Combier
Marie-Paule Dussuc
Dany Madier

Cycle 3 CM1 CM2

Le Dico•Maths

Répertoire des mathématiques

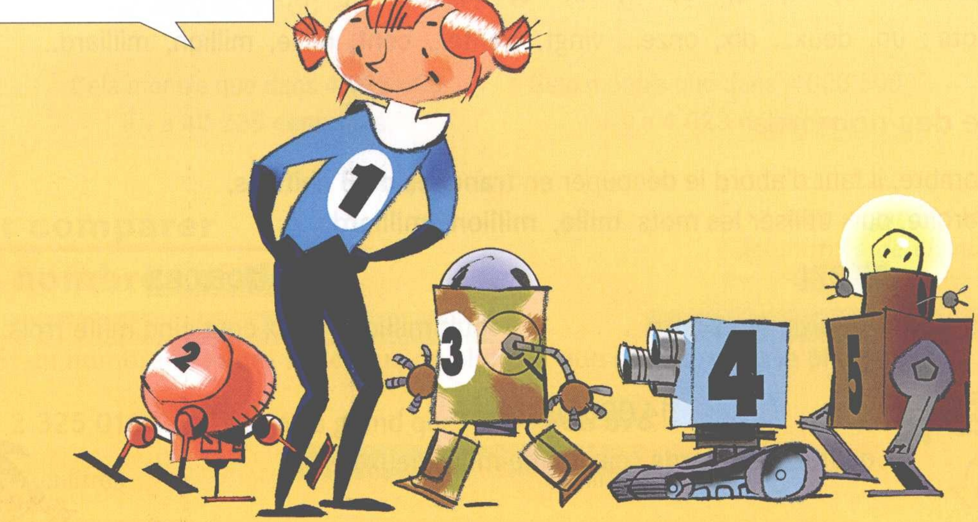
Nouveaux programmes

Hatier

NOMBRES

Il existe plusieurs catégories de nombres.
À l'école primaire, tu travailles avec les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions.

Les **nombres entiers** se suivent de 1 en 1.

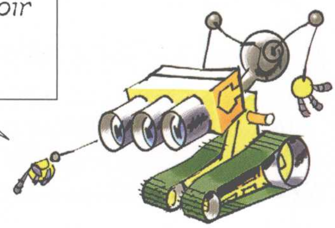


Certaines **fractions** sont inférieures à 1 (comme $\frac{2}{3}$). D'autres sont supérieures à 1 (comme $\frac{5}{3}$). Et $\frac{3}{3}$ est égal à 1 !

Entre deux **nombres décimaux**, il y a toujours une infinité de nombres décimaux.

Les nombres entiers

Pour écrire et lire les nombres entiers



Écriture des nombres

Les nombres s'écrivent :

– avec des **chiffres** : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ;

– avec des **mots** : un, deux... dix, onze... vingt, trente... cent, mille, million, milliard...

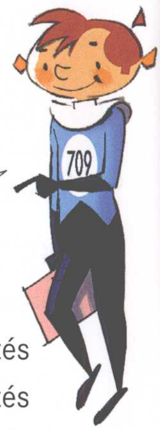
Lecture des nombres

Pour lire un nombre, il faut d'abord le découper en **tranches de 3 chiffres**, à partir de la droite, puis utiliser les mots **mille**, **million**, **milliard**...

87 071
quatre-vingt-sept **mille** soixante et onze

8 205 003
huit **millions** deux cent cinq **mille** trois

14 000 050 200
quatorze **milliards** cinquante **mille** deux cents



Pour comprendre ce que vaut un chiffre

709 → le chiffre 7 vaut 7 centaines → 700 unités

7 214 → le chiffre 7 vaut 7 milliers → 7 000 unités

348 075 → le chiffre 7 vaut 7 dizaines → 70 unités

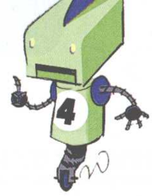
47 015 300 → le chiffre 7 vaut 7 millions → 7 000 000 d'unités

27 890 233 000 → le chiffre 7 vaut 7 milliards → 7 000 000 000 d'unités

Si tu as oublié la valeur d'un chiffre, tu peux écrire le nombre dans un tableau :

milliards			millions			milliers					
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
									7	0	9
								7	2	1	4
						3	4	8	0	7	5
				4	7	0	1	5	3	0	0
	2	7	8	9	0	2	3	3	0	0	0

Pour comprendre un nombre entier



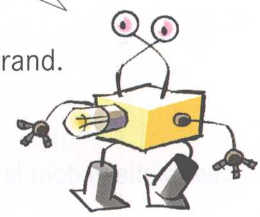
Il y a plusieurs décompositions possibles, en voici quelques-unes :

4 023 500 =
- 4 millions + 2 dizaines de mille + 3 milliers + 5 centaines
- (4 x 1 000 000) + (2 x 10 000) + (3 x 1 000) + (5 x 100)
- (4 x 1 000 000) + (23 x 1 000) + (5 x 100)
- (4 023 x 1 000) + 500
- 40 235 x 100

Cela montre que dans 4 023 500 il y a **40 235 centaines.**

Cela montre que dans 4 023 500 il y a **4 023 milliers.**

Pour comparer des nombres entiers



Si un nombre est écrit avec plus de chiffres que l'autre, c'est le plus grand.

2 325 016 (7 chiffres) est plus grand que **986 876** (6 chiffres)

Dans **2 325 016**, il y a 2 millions, alors qu'il n'y en a pas dans **986 876**.

On dit aussi : 2 325 016 **est supérieur à** 986 876. On écrit : 2 325 016 > 986 876.

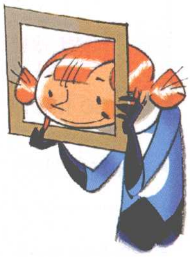
S'ils sont écrits avec autant de chiffres l'un que l'autre,
on compare leurs chiffres en partant de la gauche jusqu'à trouver deux chiffres différents.

2 325 016 (7 chiffres) est plus petit que **2 325 100** (7 chiffres)

Dans les deux nombres, il y a 2 millions et 325 milliers,
mais dans **2 325 016** il y a moins de centaines que dans **2 325 100**.

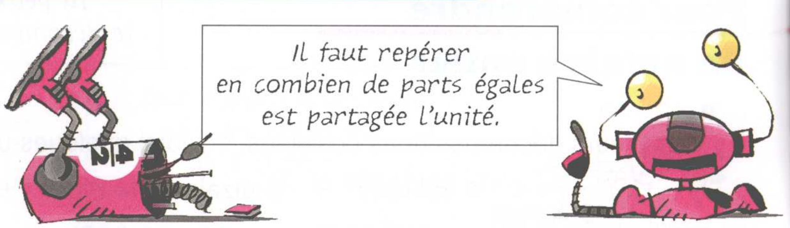
On dit aussi : 2 325 016 **est inférieur à** 2 325 100. On écrit : 2 325 016 < 2 325 100.

Pour encadrer un nombre entier



Encadrer **175 237**
- **à la dizaine près** par deux dizaines consécutives :
  175 230 < 175 237 < **175 240**
- **à la centaine près** par deux centaines consécutives :
  175 200 < 175 237 < **175 300**
- Etc.

Les fractions



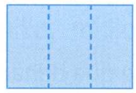
Pour comprendre une fraction

4 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 4 parts égales.

1 *u* 

$$\frac{3}{4}$$

3 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 3 fois une part.

$\frac{3}{4}$ *u* 

10 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 10 parts égales.

1 *u* 

$$\frac{14}{10}$$

14 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 14 fois une part.

$\frac{14}{10}$ *u* 

Les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000... sont appelées **fractions décimales.**

Pour lire des fractions

Demi, tiers, quart

- Les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$ ... se lisent **un demi, deux demis, trois demis...**
- Les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$ ... se lisent **un tiers, deux tiers, trois tiers...**
- Les fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ ... se lisent **un quart, deux quarts, trois quarts...**

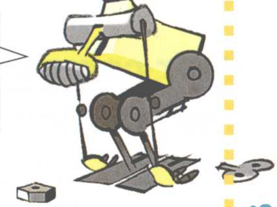
Les autres fractions

Elles se lisent en utilisant le suffixe **-ième.** Par exemple :

- La fraction $\frac{8}{7}$ se lit **huit septièmes.**
- La fraction $\frac{42}{10}$ se lit **quarante-deux dixièmes.**
- La fraction $\frac{86}{1\,000}$ se lit **quatre-vingt-six millièmes.**

Pour utiliser les fractions décimales

Il faut connaître les relations entre unité, dixième, centième, millième...



Dixième : unité partagée en dix

10 dixièmes = 1 unité ou $\frac{10}{10} = 1$

$1\,u$

$\frac{1}{10}\,u$

un dixième

Centième : unité partagée en cent

100 centièmes = 1 unité ou $\frac{100}{100} = 1$

10 centièmes = 1 dixième ou $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

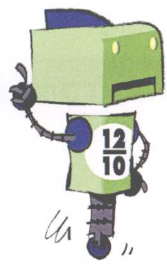
$1\,u$

$\frac{1}{100}\,u$ un centième

Millième : unité partagée en mille

$\frac{1}{1\,000}\,u$

1 000 millièmes = 1 unité	100 millièmes = 1 dixième	10 millièmes = 1 centième
$\frac{1\,000}{1\,000} = 1$	$\frac{100}{1\,000} = \frac{1}{10}$	$\frac{10}{1\,000} = \frac{1}{100}$

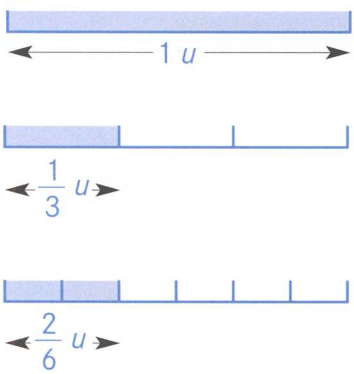


Il faut se souvenir de ce que signifie une fraction.

Pour reconnaître si des fractions sont égales

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

car
dans **1 tiers**,
il y a **2 sixièmes.**



$\frac{12}{10} = \frac{120}{100}$

car
dans 1 dixième,
il y a 10 centièmes ;

donc
dans **12 dixièmes,**
il y a
120 centièmes.

$\frac{12}{10}$ et $\frac{120}{100}$
sont
des fractions décimales.

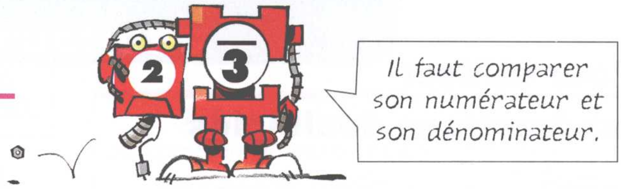
$\frac{9}{5} = \frac{18}{10}$

car
dans 1 cinquième,
il y a 2 dixièmes ;

donc
dans **9 cinquièmes,**
il y a
18 dixièmes.

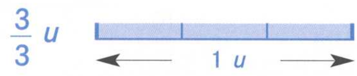
$\frac{9}{5}$
est donc égale
à une fraction décimale.

Pour comparer une fraction avec l'unité



- **Si le numérateur est égal au dénominateur,** la fraction **est égale à** 1.

$\frac{3}{3} = 1$

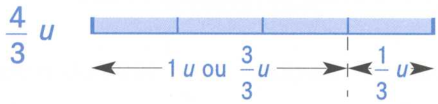


- **Si le numérateur est plus petit que le dénominateur,** la fraction **est plus petite que** 1.

$\frac{2}{3} < 1$ (c'est $\frac{1}{3}$ de moins que 1)

- **Si le numérateur est plus grand que le dénominateur,** la fraction **est plus grande que** 1.

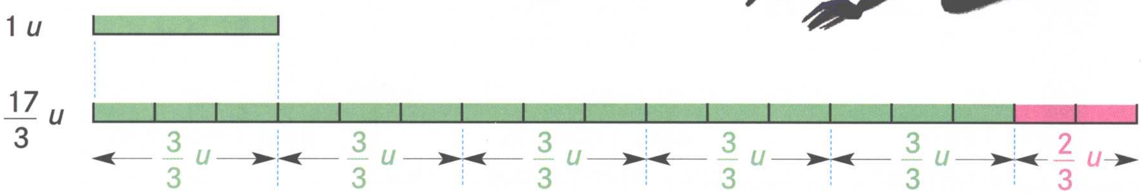
$\frac{4}{3} > 1$ (c'est $\frac{1}{3}$ de plus que 1)



Pour trouver la partie entière d'une fraction

- **Partie entière de $\frac{17}{3}$**

Dans **17 tiers,** il y a 5 fois 3 tiers et encore 2 tiers :



$\frac{17}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = (5 \times \frac{3}{3}) + \frac{2}{3} = \mathbf{5} + \frac{2}{3}$

La partie entière est 5.

- $\frac{182}{10} = \mathbf{18} + \frac{2}{10}$ car 18 unités égalent 180 dixièmes.

La partie entière est 18.

- $\frac{508}{1\,000} = \frac{500}{1\,000} + \frac{8}{1\,000} = \frac{5}{10} + \frac{8}{1\,000}$

La partie entière est 0.

Les nombres décimaux

Pour lire un nombre décimal

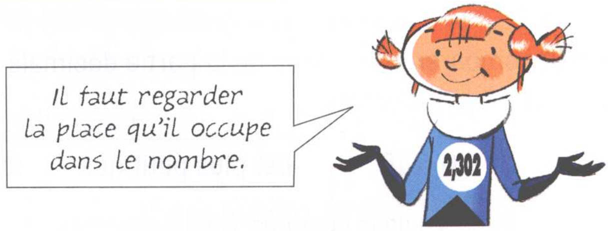
24,035 peut se lire

→ **24 unités 35 millièmes**

La partie décimale est lue en une seule fois.

→ **24 unités 3 centièmes 5 millièmes**

La partie décimale est décomposée.



Pour comprendre ce que vaut un chiffre

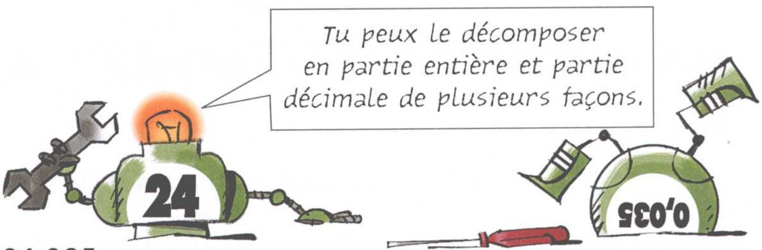
24,053 → le chiffre 2 vaut 2 dizaines d'unités → **20** unités

0,352 → le chiffre 2 vaut 2 millièmes de l'unité → $\frac{2}{1\,000}$ d'unité

Si tu as oublié la valeur d'un chiffre, tu peux écrire le nombre dans un tableau :

...	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	...
	1 000	100	10	1 ,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$	
			2	**4**	**0**	**5**	**3**	
				0	**3**	**5**	**2**	

Pour comprendre un nombre décimal

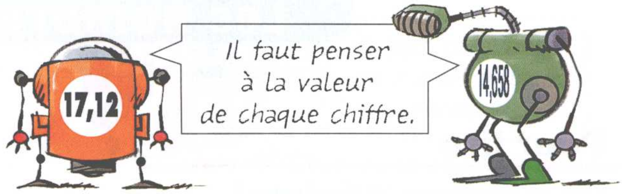


24,035

$$24 + \frac{35}{1\,000} \qquad 24 + 0{,}035 \qquad 24 + (35 \times 0{,}001)$$

$$\frac{3}{100} + \frac{5}{1\,000} \qquad 0{,}03 + 0{,}005 \qquad (3 \times 0{,}01) + (5 \times 0{,}001)$$

Pour comparer des nombres décimaux



S'ils n'ont pas la même partie entière,
le plus grand nombre est celui qui a la plus grande partie entière.

17,12 est plus grand que 14,658

Dans **17,12** il y a **17 unités** alors que dans **14,658** il n'y a que **14 unités**.

On dit aussi : 17,12 **est supérieur à** 14,658. On écrit : 17,12 **>** 14,658.

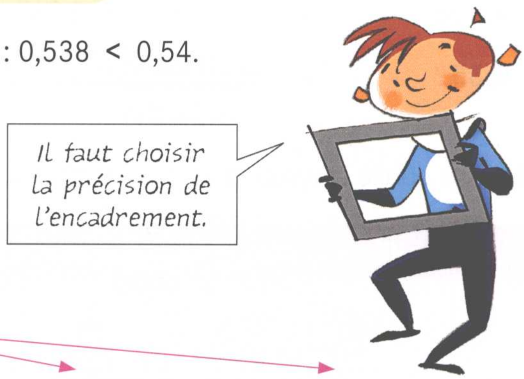
S'ils ont la même partie entière,
il faut comparer les chiffres de la partie décimale en partant de la gauche jusqu'à trouver deux chiffres différents.

0,538 est plus petit que **0,54**

Dans les deux nombres, il y a 5 dixièmes,
mais dans **0,538** il y a moins de centièmes que dans **0,54**.

On dit aussi : 0,538 **est inférieur à** 0,54. On écrit : 0,538 **<** 0,54.

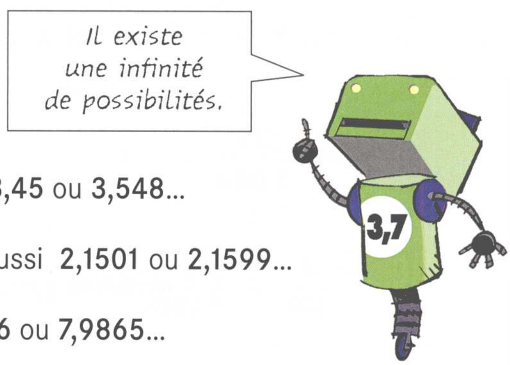
Pour encadrer un nombre décimal



Encadrer **25,507**

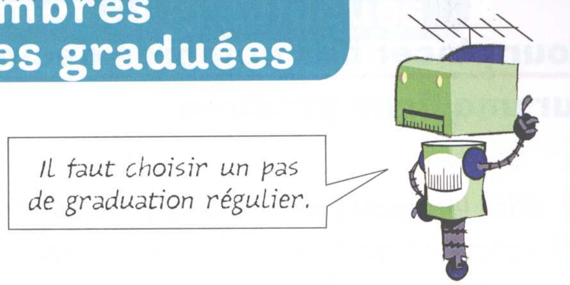
• au centième près	• au dixième près	• à l'unité près	• à la dizaine près
à $\frac{1}{100}$ près	à $\frac{1}{10}$ près	à **1** près	à **10** près
25,50 < 25,507 < **25,51** ou 25,5	**25,5** < 25,507 < **25,6**	**25** < 25,507 < **26**	**20** < 25,507 < **30**

Pour écrire un nombre décimal entre deux autres



- **Entre 3,4 et 3,7** on peut écrire **3,5** et **3,6** mais aussi **3,45** ou **3,548**...
- **Entre 2,15 et 2,16** on peut écrire **2,151** et **2,158** mais aussi **2,1501** ou **2,1599**...
- **Entre 7 et 8** on peut écrire **7,15** et **7,5** mais aussi **7,006** ou **7,9865**...

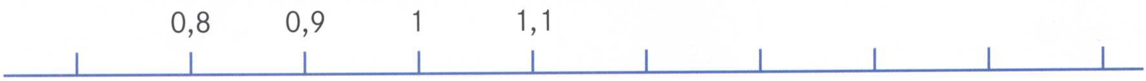
Les nombres sur des lignes graduées

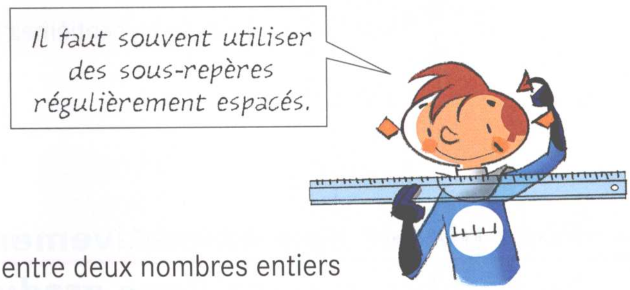


Pour utiliser une ligne graduée

Sur cette ligne graduée, le pas est de 500 : les nombres vont de 500 en 500.

Sur cette ligne graduée, le pas est de 0,1 : les nombres vont de 0,1 en 0,1.



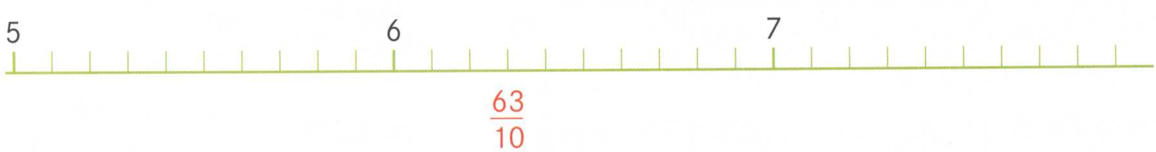


Pour placer des fractions sur une ligne graduée

Pour placer $\frac{9}{4}$, on partage chaque intervalle entre deux nombres entiers en quatre parties égales : on obtient une **ligne graduée en quarts**.

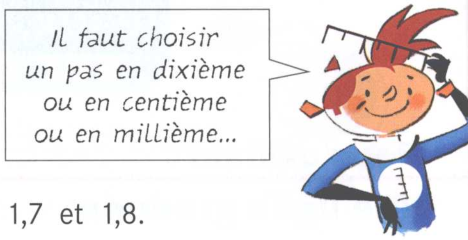
$\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$, ce qui permet de placer $\frac{9}{4}$ à un quart après le repère marqué 2.

Pour placer $\frac{63}{10}$, on partage chaque intervalle entre deux nombres entiers en dix parties égales : on obtient ainsi **une ligne graduée en dixièmes**.



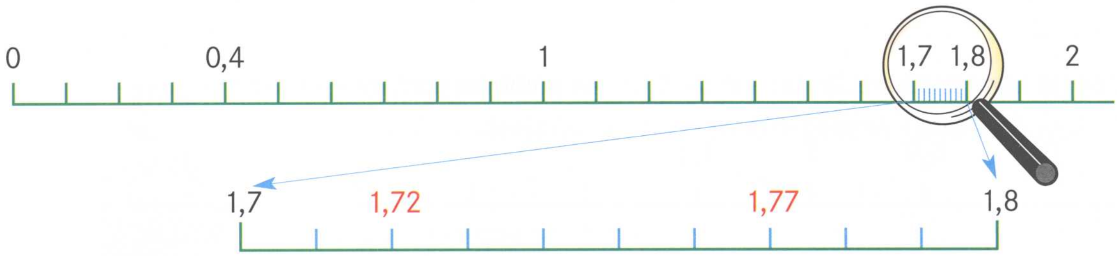
$\frac{63}{10} = 6 + \frac{3}{10}$, ce qui permet de placer $\frac{63}{10}$ à trois dixièmes après le repère marqué 6.

Pour placer des nombres décimaux sur une ligne graduée



Avec une ligne graduée en dixièmes, on peut placer 0,4 ; 1,7 et 1,8.

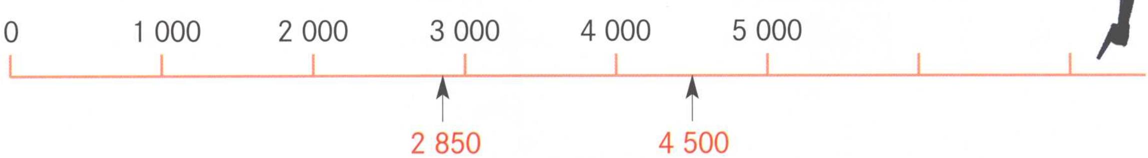
Avec une ligne graduée en centièmes, on peut placer 1,72 et 1,77.



Il faut graduer en centièmes la partie de la ligne entre 1,7 et 1,8.

Pour placer approximativement un nombre sur une ligne graduée

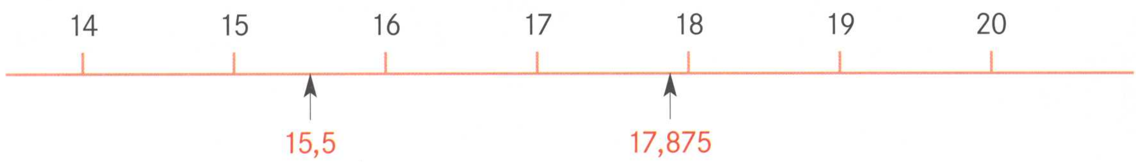
Sur une ligne graduée de 1 000 en 1 000



2 850 est entre 2 000 et 3 000,
mais il est plus proche de 3 000 que de 2 000.

4 500 est à égale distance de 4 000 et de 5 000.
Il peut être placé avec précision.

Sur une ligne graduée de 1 en 1



15,5 est à égale distance de 15 et de 16.
Il peut être placé avec précision.

17,875 est entre 17 et 18,
mais il est plus proche de 18 que de 17.

Tableaux, diagrammes et graphiques

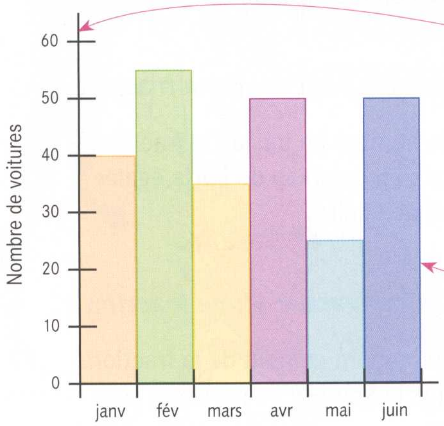
Pour présenter des informations et mieux les comprendre

Voici, par exemple, trois façons de représenter le nombre de voitures vendues par un garagiste pendant les six premiers mois de l'année.

Tableau

Mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin
Nombre de voitures vendues	40	55	35	50	25	50

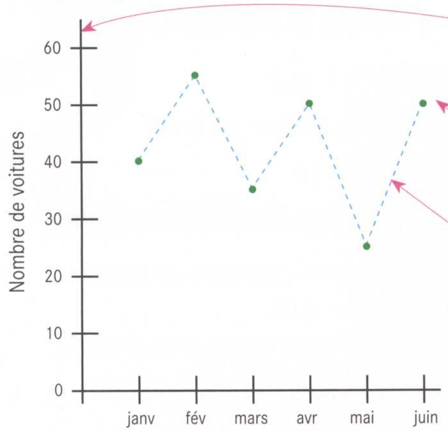
Diagramme



L'axe « Nombre de voitures » est gradué régulièrement.

La hauteur de chaque barre représente le nombre de voitures vendues pour le mois correspondant.

Graphique



L'axe « Nombre de voitures » est gradué régulièrement.

Chaque point du graphique représente le nombre de voitures vendues pour le mois correspondant.

Les traits en pointillés tracés entre deux points indiquent si le nombre de voitures vendues a augmenté ou diminué.

Dizaine

Groupement de dix unités.

1 dizaine = 10 unités

Centaine

Groupement de cent unités
ou de dix dizaines.

1 centaine = 100 unités
1 centaine = 10 dizaines

Millier

Groupement de mille unités
ou de cent dizaines ou de dix centaines.

1 millier = 1 000 unités
1 millier = 100 dizaines
1 millier = 10 centaines

Million

Groupement d'un million d'unités
ou de mille milliers.

1 million = 1 000 000 d'unités
1 million = 1 000 milliers

Milliard

Groupement d'un milliard d'unités
ou de mille millions.

1 milliard = 1 000 000 000 d'unités
1 milliard = 1 000 millions

Comparer deux nombres

Chercher quel est le plus petit nombre
et quel est le plus grand.

- **Le symbole <** signifie « est inférieur à » ou « est plus petit que » : 12 < 20.
- **Le symbole >** signifie « est supérieur à » ou « est plus grand que » : 20 > 12.

Ranger des nombres

- **Dans l'ordre croissant :** les écrire du plus petit au plus grand.
- **Dans l'ordre décroissant :** les écrire du plus grand au plus petit.

Encadrer un nombre

Écrire un nombre entre deux autres nombres.

- 2 784 < 2 785 < 2 786 → 2 785 est encadré **à l'unité près** (ou à 1 près).
- 2 000 < 2 785 < 3 000 → 2 785 est encadré **au millier près** (ou à 1 000 près).

Arrondir un nombre

Remplacer un nombre par un autre,
en respectant la précision souhaitée.

- **L'arrondi à la dizaine** de 6 053 est 6 050, car il est plus proche de 6 050 que de 6 060.
- **L'arrondi à la centaine** de 6 053 est 6 100, car il est plus proche de 6 100 que de 6 000.
- **L'arrondi à la dizaine** de 785 est 790, il est à égale distance de 780 et de 790, mais dans ce cas on choisit le plus grand nombre comme arrondi.

Dénominateur d'une fraction

C'est le nombre en bas de la fraction.
Il indique en combien de parts égales
on partage l'unité.

Numérateur d'une fraction

C'est le nombre en haut de la fraction.
Il indique le nombre de parts qui sont
utilisées.

Partie entière d'un nombre décimal

- 25 est la partie entière de 25,04 car $25{,}04 = 25 + \frac{4}{100}$
- 0 est la partie entière de 0,152.

Partie décimale d'un nombre décimal

- 0,04 est la partie décimale de 25,04 car 25,04 = 25 + 0,04. C'est le complément de la partie entière.
- 0,152 est la partie décimale de 0,152 car 0,152 = 0 + 0,152.

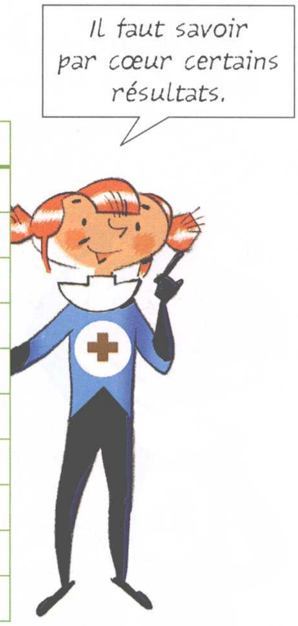
CALCUL


Pour effectuer un calcul, tu as le choix entre trois moyens différents.
Effectuer le calcul mentalement...
Utiliser la calculatrice.
Poser le calcul par écrit...
437
× 5

Pour calculer rapidement une somme ou une différence

Les résultats de la table d'addition

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	**15**	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18



À partir de cette table tu peux trouver tout de suite :

- une somme : 8 + 7 = 15
- un complément : de 8 à 15, il y a 7
- une différence : 15 − 8 = 7
- une décomposition : 15 = 8 + 7

Savoir par cœur 8 + 7 = 15 te permet de déduire que :

- 80 + 70 = 150
- 68 + 7 = 75 (60 + 15)
- 0,8 + 0,7 = 1,5
- 1,5 − 0,8 = 0,7

Des compléments

de 36 pour aller à 40 → 4
de 36 pour aller à 100 → 64
de 65 pour aller à 70 → 5
de 65 pour aller à 100 → 35

de 0,3 pour aller à 1 → 0,7
de 7,4 pour aller à 8 → 0,6
de 9,5 pour aller à 10 → 0,5
de 13,95 pour aller à 14 → 0,05

Des résultats qui servent souvent

25 + 25 = 50	50 + 50 = 100	25 + 75 = 100
2,5 + 2,5 = 5	0,5 + 0,5 = 1	2,5 + 7,5 = 10
0,25 + 0,25 = 0,5	0,05 + 0,05 = 0,1	0,25 + 0,75 = 1

Pour obtenir un résultat exact

Avec une addition

Pour calculer $7{,}4 + 2{,}6$ tu as plusieurs possibilités.

Tu peux décomposer
7,4 en 7 + 0,4 et 2,6 en 2 + 0,6

7 + 0,4 plus 2 + 0,6
c'est donc
$\underbrace{\underline{7 + 2} \text{ plus } \underline{0{,}4 + 0{,}6}}_{10}$

Tu peux décomposer 2,6 en 0,6 + 2

7,4 plus 0,6 + 2
c'est donc
$\underbrace{\underline{7{,}4 + 0{,}6} \text{ plus } \underline{2}}_{10}$

Avec une soustraction

Pour calculer $428 - 197$ tu as plusieurs possibilités.

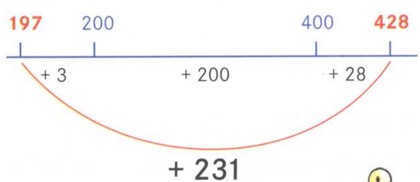
Tu peux décomposer
197 en 200 − 3

428 moins 200 − 3
c'est donc
$\underbrace{\underline{428 - 200} + \underline{3}}_{231}$

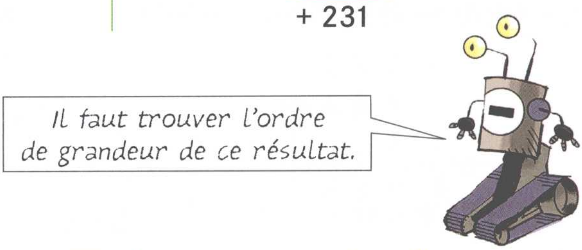
Tu peux **ajouter 3** à chacun des deux termes

428 + 3 moins 197 + 3
c'est donc
$\underbrace{\underline{431} - \underline{200}}_{231}$

Tu peux aussi remplacer une différence par un complément :
428 − 197 c'est comme
197 pour aller à 428.



Pour obtenir un résultat approché



Avec une addition

Pour trouver une valeur approchée de

$2\,789 + 23\,258 + 6\,078$

Tu peux remplacer
2 789 par 3 000
23 258 par 23 000
6 078 par 6 000
3 000 + 23 000 + 6 000

résultat approché : **32 000**
résultat exact : **32 125**

Avec une soustraction

Pour trouver une valeur approchée de

$23\,252 - 2\,178$

Tu peux remplacer
23 252 par 23 000
2 178 par 2 000
23 000 − 2 000

résultat approché : **21 000**
résultat exact : **21 074**

Addition et soustraction
calcul posé

Pour calculer une somme

Avec les nombres entiers

Il faut commencer par additionner
les unités et ne pas oublier les retenues.

$$\begin{array}{rrrrrr} & & {\scriptsize 1} & {\scriptsize 2} & {\scriptsize 2} & \\ & & 5 & 4 & 7 & 8 \\ + & & & 7 & 8 & 8 \\ + & & 8 & 0 & 5 & 7 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 2 & 3 \end{array}$$

- **Pour les unités : 8 + 8 + 7 = 23**
23 c'est 3 unités et 2 dizaines :
tu écris **3** unités et tu mets **2** dizaines en retenue.
- Etc.

Avec les nombres décimaux

Il faut bien placer les uns sous les autres les chiffres qui correspondent à la même valeur : dizaines, unités, dixièmes, centièmes...

$$\begin{array}{rrrrcrrr} & & {\scriptsize 1} & & & {\scriptsize 1} & & \\ & & 4 & 3 & , & 0 & 5 & 6 \\ + & 2 & 0 & 8 & , & 7 & 8 & \\ \hline & 2 & 5 & 1 & , & 8 & 3 & 6 \end{array}$$

Ensuite, on calcule comme avec les nombres entiers.

Pour calculer une différence

Avec les nombres entiers

Il faut commencer par soustraire
les unités et ne pas oublier les retenues.

$$\begin{array}{rrrrr} & 5 & 0 & 7 & 2 \\ - & & 7 & 8 & 4 \\ & {\scriptsize 1} & {\scriptsize 1} & {\scriptsize 1} & \\ \hline & 4 & 2 & 8 & 8 \end{array}$$

- **Pour les unités :**
4 pour aller à **12**, c'est **8**.
Tu écris **8** unités.
Tu vérifies : **4 + 8 = 12**.
Il y a donc **1** dizaine de retenue.
- **Tu continues avec les dizaines :**
8 + 1 = 9.
9 pour aller à **17**, c'est **8**. Tu écris **8**.
Tu vérifies : **8 + 1 + 8 = 17**.
Il y a donc **1** centaine de retenue.
- Etc.

Avec les nombres décimaux

Il faut bien placer les uns sous les autres les chiffres qui correspondent à la même valeur.

$$\begin{array}{rrrrcrrr} & 7 & 4 & 9 & , & 0 & 5 & \\ - & 2 & 0 & 8 & , & 7 & 8 & 6 \\ & & & {\scriptsize 1} & & {\scriptsize 1} & {\scriptsize 1} & \\ \hline & 5 & 4 & 0 & , & 2 & 6 & 4 \end{array}$$

Ensuite, on calcule comme avec les nombres entiers.
Mais ici, il faut comprendre qu'il y a 0 millième dans le premier nombre.

Attention !
Il existe d'autres techniques pour soustraire !