

射 频 电 路

陈章友 编著



科学出版社

射 频 电 路

陈章友 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书以传输线理论和网络理论为基础介绍射频电路设计的基本概念、基本理论及设计分析方法。鉴于集总参数器件的工作上限频率不断升高,书中射频功能电路的实现同时兼顾集总参数和分布参数这两种器件。分布参数电路的实现一般基于微带传输线。全书共有8章,各章依次为传输线理论、网络理论、功率分配器与耦合器、滤波器、放大器、振荡器和混频器、射频天线简介、无线系统概论。

本书可作为高等院校电子与信息工程类(电磁场与微波技术、电子工程、信息工程、通信工程等)专业的教材和参考书,也可供从事射频电路方面工作的科技人员和自学者参考。

图书在版编目(CIP)数据

射频电路 / 陈章友编著. —北京: 科学出版社, 2016.9
ISBN 978-7-03-049758-1

I. ①射… II. ①陈… III. ①射频电路 IV. ①TN710

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 209205 号

责任编辑: 陈 静 邢宝钦 / 责任校对: 桂伟利

责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年9月第 一 版 开本: 720×1 000 1/16

2016年9月第一次印刷 印张: 10 3/4 彩插: 1

字数: 216 000

定价: 66.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

射频电路是针对信号频率较高时电路设计的一门课程。当信号频率升高，所对应波长小到元器件及其连线的尺寸量级时，传统的集总参数电路设计方法会失效。在实际中，解决这一问题的射频电路设计方法有两个方向：一个是基于传输线理论，它能够考虑信号传输的波动效应，加上与传输线理论匹配的关于器件模型的网络理论，就可以完成射频电路的设计；另一个是集成电路，由于集成电路中的元件尺寸可以做到远小于信号波长，集总参数电路设计方法依然有效，但设计中广泛使用传输线理论及网络理论的概念。本书侧重于传输线理论的射频电路设计方法。

近年来射频电路领域发展迅速，而各高校对射频电路设计方面的人才培养相对滞后，尤其教材建设需要跟上形势发展。由于理论及工程实用性均较强，射频方面的教材不仅要包括各功能部件理论及设计的内容，而且要对射频电路系统设计方面知识加以介绍。由于很多重要公式繁复冗长，提供相应程序软件可以帮助学生更快进入相关内容学习。基于以上考虑，在参考其他书目的基础上，综合几年来的教学经验编写了本书。与书中重要公式及例题相对应的程序，若有需要可与作者联系获取。

本书作为讲义在武汉大学使用过程中，许多同学提出了宝贵意见并帮助完善，他们是高帆同学、秦清晨同学、易建新同学、邵羽同学、杨山山同学等。本书的出版得到了武汉大学电子信息学院领导的大力支持，在此致以诚挚谢意！

由于学识有限，难免存在不妥之处，敬请批评指正。

作 者

2016年3月

目 录

前言

| | | |
|-------|---------------|----|
| 第 1 章 | 传输线理论 | 1 |
| 1.1 | 传输线理论 | 1 |
| 1.1.1 | 传输线方程及其解 | 1 |
| 1.1.2 | 反射系数 Γ | 3 |
| 1.1.3 | 输入阻抗 Z_{in} | 6 |
| 1.2 | 阻抗圆图 | 7 |
| 1.2.1 | 阻抗圆图的构成 | 8 |
| 1.2.2 | 圆图的转向 | 12 |
| 1.2.3 | 圆图应用举例 | 14 |
| 1.3 | 阻抗匹配 | 16 |
| 1.3.1 | 阻抗匹配概念 | 16 |
| 1.3.2 | 阻抗匹配单元 | 17 |
| 1.3.3 | 匹配设计示例 | 19 |
| 1.3.4 | 匹配电路的带宽 | 23 |
| 1.4 | 传输线类型 | 25 |
| 1.4.1 | 同轴传输线 | 25 |
| 1.4.2 | 波导传输线 | 26 |
| 1.4.3 | 微带传输线 | 28 |
| | 习题 | 30 |
| 第 2 章 | 网络理论 | 31 |
| 2.1 | 网络端口变量 | 31 |
| 2.1.1 | 等效电压和电流 | 31 |
| 2.1.2 | 波变量 | 32 |
| 2.2 | 网络参量 | 32 |
| 2.2.1 | 阻抗参量和导纳参量 | 33 |
| 2.2.2 | 散射参量 | 35 |
| 2.2.3 | 转移参量及传输参量 | 38 |

| | |
|------------------------------|-----------|
| 2.2.4 诸参量间的关系 | 40 |
| 习题 | 41 |
| 第 3 章 功率分配器与耦合器 | 42 |
| 3.1 功率分配器 | 42 |
| 3.1.1 分布参数功分器 | 43 |
| 3.1.2 集总参数功分器 | 50 |
| 3.2 功率耦合器 | 51 |
| 3.2.1 分布参数定向耦合器 | 52 |
| 3.2.2 集总参数定向耦合器 | 59 |
| 3.2.3 集总参数 L - C 式功分器 | 60 |
| 第 4 章 滤波器 | 62 |
| 4.1 滤波器基本概念 | 62 |
| 4.2 集总参数滤波器 | 63 |
| 4.2.1 低通原型滤波器设计 | 64 |
| 4.2.2 实际滤波器设计 | 68 |
| 4.2.3 实际滤波器设计示例 | 71 |
| 4.3 分布参数低通滤波器 | 73 |
| 4.3.1 Richards 变换和 Kuroda 规则 | 73 |
| 4.3.2 分布参数滤波器设计示例 | 75 |
| 4.4 耦合线带通滤波器 | 80 |
| 4.5 分布参数椭圆函数滤波器 | 83 |
| 4.5.1 Richards 变换 | 83 |
| 4.5.2 Kuroda-Levy 规则 | 84 |
| 4.5.3 椭圆函数低通滤波器设计示例 | 84 |
| 第 5 章 放大器 | 89 |
| 5.1 晶体管的稳定性 | 89 |
| 5.2 放大器功率关系 | 95 |
| 5.2.1 小信号放大器的等效电路 | 95 |
| 5.2.2 小信号放大器的功率增益 | 96 |
| 5.3 小信号放大器 | 97 |
| 5.3.1 输入输出端口匹配设计 | 97 |
| 5.3.2 输入匹配输出不匹配设计 | 98 |

| | | |
|--------------|----------------|------------|
| 5.3.3 | 输入不匹配输出匹配设计 | 100 |
| 5.4 | 噪声及低噪声放大器 | 103 |
| 5.4.1 | 噪声功率及等效噪声温度 | 103 |
| 5.4.2 | 放大器的等效噪声温度 | 105 |
| 5.4.3 | 有源噪声源及噪声温度测量 | 105 |
| 5.4.4 | 噪声系数 | 106 |
| 5.4.5 | 低噪声放大器设计 | 107 |
| 5.5 | 小信号放大器综合设计 | 111 |
| 5.6 | 宽带放大器设计 | 115 |
| 5.7 | 大功率放大器 | 118 |
| 5.7.1 | 功率压缩与动态范围 | 118 |
| 5.7.2 | 交调失真与无失真动态范围 | 119 |
| 5.7.3 | 多级放大器 | 121 |
| 第 6 章 | 振荡器和混频器 | 123 |
| 6.1 | 振荡器 | 123 |
| 6.1.1 | 基本振荡器 | 123 |
| 6.1.2 | 介质谐振振荡器 | 127 |
| 6.1.3 | YIG 调谐振荡器 | 131 |
| 6.2 | 混频器 | 132 |
| 6.2.1 | 单端混频器 | 132 |
| 6.2.2 | 平衡混频器 | 133 |
| 第 7 章 | 射频天线简介 | 136 |
| 7.1 | 射频天线形式 | 136 |
| 7.1.1 | 双线演变为天线 | 136 |
| 7.1.2 | 同轴线演变为天线 | 138 |
| 7.1.3 | 波导演变为天线 | 141 |
| 7.1.4 | 微带线演变为天线 | 142 |
| 7.2 | 射频天线 Q 值测量 | 144 |
| 7.3 | 微带天线圆极化技术 | 146 |
| 第 8 章 | 无线系统概论 | 150 |
| 8.1 | 射频发射机 | 150 |
| 8.1.1 | 发射机基本参数 | 150 |

| | | |
|-------|-----------------|-----|
| 8.1.2 | 发射机基本结构····· | 151 |
| 8.2 | 射频接收机····· | 151 |
| 8.2.1 | 接收机基本结构····· | 151 |
| 8.2.2 | 接收机灵敏度及选择性····· | 152 |
| 8.2.3 | 接收机方案比较····· | 156 |
| 8.3 | 无线系统概算····· | 158 |
| 8.3.1 | 通信系统····· | 158 |
| 8.3.2 | 雷达系统····· | 161 |
| | 参考文献····· | 163 |
| | 彩图 | |

第 1 章 传输线理论

1.1 传输线理论

传统电路理论是基于集总参数假设的，即在所考虑的电路尺寸范围内，可以忽略信号的幅度及相位因空间位置不同而导致的变化，而信号幅度及相位的变化是由在空间某点引入器件引起的。这一假设正确的前提条件是电路尺寸 l 远小于信号的波长 λ ，工程上 $l/\lambda \ll 1$ 的系统称为短线系统。

信号频率升高至一定值时， $l/\lambda \ll 1$ 的条件不成立，信号沿理想传输线传输时，其幅度相位会变化，传输线效应不能忽略，如图 1.1 所示，此时的系统称为长线系统。

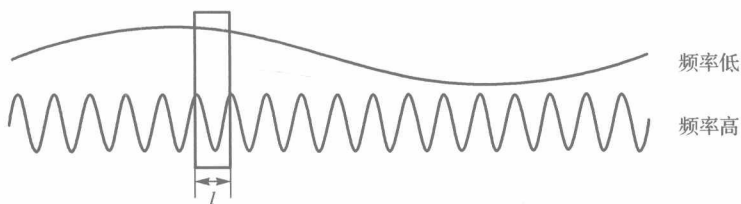


图 1.1 短线与长线系统示意图

1.1.1 传输线方程及其解

频率足够高时，尽管传输线是理想导体，但是电压电流的变化要求将传输线视为具有分布参数的器件。若用 R_1 、 L_1 、 C_1 及 G_1 分别表示传输线单位长度的分布电阻、分布电感、分布电容和分布电导，长度为 Δz 的传输线的分布参数等效电路图如图 1.2 所示。

由传输线分布参数等效电路，对于传输线 z 处的小线元 Δz ，设其两端的电压电流分别为 $v(z,t)$ ， $i(z,t)$ ， $v(z+\Delta z,t)$ ， $i(z+\Delta z,t)$ ，根据基尔霍夫定律，可得

$$v(z + \Delta z, t) - v(z, t) = \Delta v(z, t) = R_1 \Delta z \cdot i(z, t) + L_1 \Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$i(z + \Delta z, t) - i(z, t) = \Delta i(z, t) = G_1 \Delta z \cdot v(z, t) + C_1 \Delta z \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$

两边同除以 Δz ，并令 Δz 趋近于零，则

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = R_1 \cdot i(z, t) + L_1 \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = G_1 \cdot v(z, t) + C_1 \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \quad (1.1b)$$

以上两个方程即为传输线方程，或称电报方程。由此方程可以得到信号沿传输线传输时的传输特性。

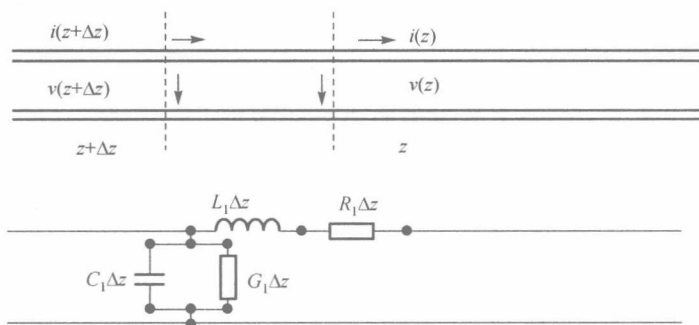


图 1.2 传输线分布参数等效电路

若时间因子为 $e^{j\omega t}$ ，则得其通解为

$$v(z, t) = A_1 e^{j\omega t + \gamma z} + A_2 e^{j\omega t - \gamma z} \quad (1.2a)$$

$$i(z, t) = (A_1 e^{j\omega t + \gamma z} - A_2 e^{j\omega t - \gamma z}) / Z_c \quad (1.2b)$$

式中， A_1, A_2 为待定常数； $\gamma = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta$ 为传播常数； $Z_c =$

$\sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}}$ ，称为传输线的特性阻抗。

通解表明，传输线上任意一点的电压和电流均由两个以相反方向传输的行波组成，一个是由信号源向负载端传输的入射波，其对应的电压和电流分别是 $v_+(z, t) = A_1 e^{j\omega t + \gamma z}$ ， $i_+(z, t) = A_1 e^{j\omega t + \gamma z} / Z_c$ ；另一个是由负载端向信号源传输的反射波，其电压和电流分别是 $v_-(z, t) = A_2 e^{j\omega t - \gamma z}$ ， $i_-(z, t) = -A_2 e^{j\omega t - \gamma z} / Z_c$ 。一般情况下，常使用略去时间因子 $e^{j\omega t}$ 的表达式，即

$$V(z) = A_1 e^{\gamma z} + A_2 e^{-\gamma z} = V_+(z) + V_-(z) \quad (1.3a)$$

$$I(z) = (A_1 e^{\gamma z} - A_2 e^{-\gamma z}) / Z_c = I_+(z) + I_-(z) \quad (1.3b)$$

注意，在式 (1.3) 中， $I_-(z) = -V_-(z)/Z_c$ 。

传输线方程通解表达式 $V(z) = A_1 e^{\gamma z} + A_2 e^{-\gamma z}$ 中待定常数 A_1, A_2 可由边界条件来确定。常用的边界条件有三种：① 已知终端电压 V_L 、电流 I_L ；② 已知始端电压 V_0 、电流 I_0 ；③ 已知电源电动势 E_g 、内阻 Z_g 与负载阻抗 Z_L 。边界条件坐标示意图如图 1.3 所示。

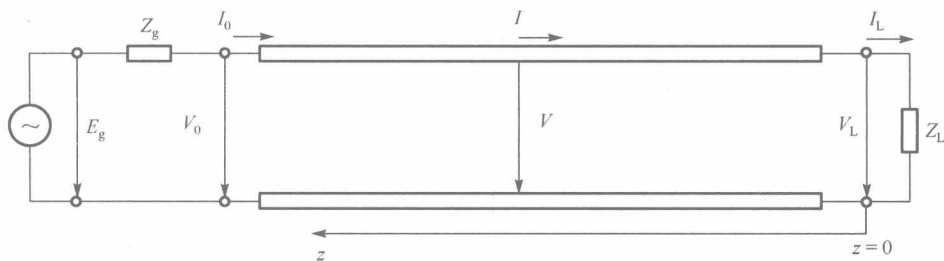


图 1.3 边界条件坐标示意图

若已知终端 ($z=0$) 电压电流分别为 V_L 、 I_L ，将 $z=0$ 时的 $V(0) = V_L$ ， $I(0) = I_L$ 代入通解表达式，则

$$V_L = A_1 + A_2, \quad I_L = (A_1 - A_2)/Z_c$$

故 A_1, A_2 为

$$A_1 = \frac{1}{2}(V_L + I_L Z_c), \quad A_2 = \frac{1}{2}(V_L - I_L Z_c)$$

将 A_1, A_2 代回式 (1.3) 中，有

$$V(z) = \frac{1}{2}(V_L + I_L Z_c)e^{\gamma z} + \frac{1}{2}(V_L - I_L Z_c)e^{-\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_c} \left[\frac{1}{2}(V_L + I_L Z_c)e^{\gamma z} - \frac{1}{2}(V_L - I_L Z_c)e^{-\gamma z} \right]$$

针对均匀无耗传输线，因为无耗，所以 $\gamma = \alpha + j\beta = j\beta$ ，得到已知终端电压电流时传输线上电压电流的解为

$$V(z) = V_L \cos \beta z + jZ_c I_L \sin \beta z \quad (1.4a)$$

$$I(z) = I_L \cos \beta z + jV_L/Z_c \sin \beta z \quad (1.4b)$$

1.1.2 反射系数 Γ

由传输线通解可知，线上所传播的波是入射波和反射波叠加而成的合成波。一般情况下，不希望出现反射波。工程应用中，用反射系数 Γ 表示反射情况。

在传输线上任意一点的反射波电压与这一点的入射波电压之比就为该点的电压反射系数，用 $\Gamma(z)$ 来表示，即

$$\Gamma(z) = \frac{V_-(z)}{V_+(z)} \quad (1.5a)$$

由通解可知，无耗传输线上任意一点的入射波电压和反射波电压的表达式为

$$V_+(z) = A_1 e^{j\beta z}$$

$$V_-(z) = A_2 e^{-j\beta z}$$

所以

$$\Gamma(z) = \frac{A_2 e^{-j\beta z}}{A_1 e^{j\beta z}} = \frac{|A_2|}{|A_1|} e^{j(\theta_2 - \theta_1 - 2\beta z)} = |\Gamma| e^{j(\theta_0 - 2\beta z)} \quad (1.5b)$$

从式 (1.5b) 可以看到反射系数模值与位置无关，相位与位置关系为 $\theta = \theta_0 - 2\beta z$ ， $|\Gamma|$ 和 θ_0 由边界条件决定。负载处反射系数常用 Γ_L 表示， $\Gamma_L = \Gamma(0) = (|A_2|/|A_1|) e^{j\theta_0}$ ，故可以得到无耗传输线上任意一点 $\Gamma(z)$ 与负载处 Γ_L 间的关系为

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-j2\beta z} \quad (1.6)$$

一般反射系数模值 $|\Gamma|$ 的取值范围为 $[0, 1]$ 。当 $|\Gamma| = 0$ 时，传输线上不存在反射波，只有向负载传输的入射波，负载将入射波能量全部吸收，此时称传输线处于行波状态；当 $|\Gamma| = 1$ 时，负载将入射波全部反射回去，传输线上反射波幅度与入射波相等，此时传输线上没有能量传输，处于纯驻波状态；当 $0 < |\Gamma| < 1$ 时，负载将入射波能量吸收一部分，同时反射一部分，此时称传输线处于行驻波状态，或混波状态。

由反射系数可以计算传输线上所传输的功率。假定传输线无耗，通过线上任意点的平均功率是相同的，故可由线上任意一点的电压、电流来计算功率，即

$$P = \frac{1}{2} [V(z) \cdot I^*(z)] = \frac{1}{2} |V(z)| |I(z)| \cos \varphi \quad (1.7)$$

式中， φ 为 z 处电压与电流间的相位差。在波腹和波节处电压与电流均为实数，用波腹和波节处的电压、电流来计算最简便，即

$$P = \frac{1}{2} |V|_{\max} |I|_{\min} = \frac{1}{2} |V|_{\min} |I|_{\max} \quad (1.8)$$

当负载不等于传输线特性阻抗时，负载端会产生反射，负载吸收一部分能量，将另一部分能量反射回去，吸收功率为

$$\begin{aligned}
 P_L &= \frac{1}{2} |V|_{\max} \cdot |I|_{\min} = \frac{1}{2} |V_+| (1 + |\Gamma|) \cdot |I_+| (1 - |\Gamma|) \\
 &= \frac{1}{2} |V_+| |I_+| (1 - |\Gamma|^2) = \frac{1}{2} |V_+| |I_+| - \frac{1}{2} |V_-| |I_-| \\
 &= P_+ (1 - |\Gamma|^2) = P_+ - P_-
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

式中, P_+ 为入射波功率; P_- 为反射波功率。负载吸收的功率为两者之差。

反射系数描述反射波与入射波之比, 实际中反射波分量及入射波分量很难分别测量出来, 但传输线上由反射波与入射波叠加而成的合成波的最大值与最小值可以直接测量出来。定义驻波系数 ρ (也称驻波比) 为传输线上电压 (或电流) 最大值与电压 (或电流) 最小值之比, 即

$$\rho = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{|I_{\max}|}{|I_{\min}|} \tag{1.10}$$

其与反射系数模值关系为

$$\rho = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{|V_+| + |V_-|}{|V_+| - |V_-|} = \frac{1 + |V_-|/|V_+|}{1 - |V_-|/|V_+|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \tag{1.11}$$

可见, 驻波系数与反射系数的模值具有一一对应的关系, 其取值范围为 $[1, \infty)$ 。

由式 (1.11) 可得用驻波系数表示反射系数模值的公式为

$$|\Gamma| = \frac{\rho + 1}{\rho - 1} \tag{1.12}$$

行波系数 k 也经常使用, 它和驻波系数互为倒数, 即

$$k = 1 / \rho \tag{1.13}$$

工程中一般测量得到驻波系数, 由驻波系数再得到反射系数等参数。驻波系数、反射系数及吸收功率是工程中常用的三个参量。表 1.1 给出了典型驻波系数与反射系数模值、反射能量、反射损耗及吸收能量的对应值。

表 1.1 典型驻波系数与反射系数模值、反射能量、反射损耗及吸收能量对应表

| 驻波系数 ρ | 反射系数 $ \Gamma $ | 反射能量/% | 反射损耗/dB | 吸收能量/% |
|-------------|-----------------|--------|----------|--------|
| 1.0 | 0.000 | 0.000 | ∞ | 100.0 |
| 1.1 | 0.048 | 0.227 | 26.45 | 99.27 |
| 1.2 | 0.091 | 0.826 | 20.83 | 99.17 |
| 1.22 | 0.100 | 1.000 | 20.00 | 99.00 |
| 1.3 | 0.130 | 1.700 | 17.70 | 98.30 |
| 1.4 | 0.167 | 2.779 | 15.56 | 97.22 |
| 1.5 | 0.200 | 4.000 | 13.98 | 96.00 |

续表

| 驻波系数 ρ | 反射系数 $ \Gamma $ | 反射能量/% | 反射损耗/dB | 吸收能量/% |
|-------------|-----------------|--------|---------|--------|
| 1.92 | 0.310 | 10 | 10.00 | 90 |
| 2.0 | 0.333 | 11.11 | 9.54 | 88.89 |
| 2.62 | 0.447 | 20.00 | 6.99 | 80.00 |
| 5.83 | 0.707 | 50.00 | 3.01 | 50.00 |
| ∞ | 1 | 100.0 | 0 | 0 |

1.1.3 输入阻抗 Z_{in}

传输线上任意一点的总电压 $V(z)$ 与总电流 $I(z)$ 之比为该点的输入阻抗 $Z_{in}(z)$, 即

$$Z_{in}(z) = V(z) / I(z) \quad (1.14)$$

其倒数为输入导纳 $Y_{in}(z)$, 即

$$Y_{in}(z) = 1 / Z_{in}(z) \quad (1.15)$$

输入阻抗 $Z_{in}(z)$ 与反射系数 $\Gamma(z)$ 间的关系为

$$Z_{in}(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_+ + V_-}{I_+ + I_-} = \frac{V_+ + V_-}{\frac{1}{Z_c}(V_+ - V_-)} = Z_c \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = \frac{1}{Y_{in}(z)} \quad (1.16)$$

若用输入阻抗 $Z_{in}(z)$ 表示反射系数 $\Gamma(z)$, 则由式 (1.16) 可得

$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_c}{Z_{in}(z) + Z_c} = \frac{Y_c - Y_{in}(z)}{Y_c + Y_{in}(z)} \quad (1.17)$$

由式 (1.17) 可得负载处反射系数 Γ_L 与负载阻抗 Z_L 间的关系, 即

$$\Gamma_L = \Gamma(0) = \frac{Z_{in}(0) - Z_c}{Z_{in}(0) + Z_c} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (1.18)$$

由式 (1.18) 可得到传输线处于行波及纯驻波这两种状态时负载的取值情况: 令 $|\Gamma| = 0$, 得到 $Z_L = Z_c$, 即负载等于传输线的特性阻抗时, 传输线处于行波状态; 令 $|\Gamma| = 1$, 得到 $Z_L = 0, \infty, \pm jx$, 即负载为短路、开路或纯电抗时, 传输线处于纯驻波状态。由式 (1.14) 及式 (1.4) 可得到任意点输入阻抗 $Z_{in}(z)$ 与负载阻抗 Z_L 间的关系, 即

$$Z_{in}(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan \beta z}{Z_c + jZ_L \tan \beta z} \quad (1.19)$$

终端负载短路和开路是实际工程中常用的两种情形。当负载阻抗 Z_L 取值为零, 即终端负载短路时, 由式 (1.19) 可以得到传输线上任一点的输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = jZ_c \tan \beta z$$

当负载阻抗 Z_L 取值为无穷大，即终端负载开路时，其输入阻抗为

$$Z_{\text{in}} = -jZ_c \cot \beta z$$

可以看到小于 $\lambda/4$ 的一截短路传输线相当于感性负载，小于 $\lambda/4$ 的一截开路传输线相当于一个容性负载。

仔细分析式 (1.19) 可以得到传输线上输入阻抗分布的一些很重要的特点。

(1) 在距终端为 $\lambda/2$ 整数倍的各处，其输入阻抗等于负载阻抗，即当 $Z = n \cdot \lambda/2$ 时，有

$$Z_{\text{in}} = Z_L$$

(2) 在距终端为 $\lambda/4$ 奇数倍的各处，其输入阻抗等于特性阻抗的平方除以特性阻抗，即当 $Z = (2n+1) \cdot \lambda/4$ 时，有

$$Z_{\text{in}} = Z_c^2 / Z_L$$

实际上，传输线上相隔 $\lambda/2$ 的两个参考面，其输入阻抗相等；而相隔 $\lambda/4$ 的两个参考面，其输入阻抗的乘积等于特性阻抗的平方。这就是传输线输入阻抗的两个重要特性： $\lambda/2$ 重复性和 $\lambda/4$ 变换性。

(3) 一般来讲，线上各参考面的输入阻抗为复数，但在电压波腹和电压波节这两类参考面上的输入阻抗为实数，且分别为输入阻抗模值的最大值和最小值，其值为

$$Z_{\text{max}} = R_{\text{max}} = \rho Z_c$$

$$Z_{\text{min}} = R_{\text{min}} = k Z_c$$

1.2 阻抗圆图

在工程中，传输线上同一位置不同参量间及不同位置的参量间的计算非常频繁，上述计算公式虽然可求出结果，但相当烦琐。为了适应工程计算的需要，1939年 Smith 发明了阻抗圆图。

阻抗圆图由反射系数复平面上的一系列的圆及圆弧构成，这些圆及圆弧标示了阻抗、导纳、驻波比等参数的值的大小，从而在反射系数单位圆内可以方便、直观地进行各参量间的转换，在工程应用中非常普遍，阻抗圆图可认为是射频微波工程师的计算器。

1.2.1 阻抗圆图的构成

传输线上任一参考面的输入阻抗与该处的反射系数有一一对应的关系，即

$$Z_{\text{in}} = Z_c \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

等式的两边除以 Z_c 就得到归一化输入阻抗和反射系数的关系为

$$\frac{Z_{\text{in}}}{Z_c} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = \bar{R} + j\bar{X} \quad (1.20)$$

式中， \bar{R} 代表归一化电阻； \bar{X} 代表归一化电抗。由前面可知反射系数为复数，可记为

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta} = \Gamma^R + j\Gamma^I \quad (1.21)$$

将式 (1.21) 代入式 (1.20)，得

$$\frac{Z_{\text{in}}}{Z_c} = \bar{R} + j\bar{X} = \frac{1+(\Gamma^R + j\Gamma^I)}{1-(\Gamma^R + j\Gamma^I)}$$

对上式分式部分首先进行分母有理化，然后将实数部分和虚数部分分开，并令等式两边实部、虚部分别相等，得

$$\bar{R} = \frac{1-(\Gamma^R)^2 - (\Gamma^I)^2}{(1-\Gamma^R)^2 + (\Gamma^I)^2} \quad (1.22a)$$

$$\bar{X} = \frac{2\Gamma^I}{(1-\Gamma^R)^2 + (\Gamma^I)^2} \quad (1.22b)$$

从式 (1.22) 可以看出，对于反射系数 $\Gamma^R + j\Gamma^I$ 复平面上的任一点，其归一化电阻及电抗都是确定的。从式 (1.22) 出发，可以在复平面上画出 \bar{R} 和 \bar{X} 为常数的轨迹线，分别称为等 \bar{R} 线、等 \bar{X} 线。下面分别进行讨论。

1. 等 \bar{R} 线

将式 (1.22a) 两边同加 1，得

$$\bar{R} + 1 = \frac{1-(\Gamma^R)^2 - (\Gamma^I)^2}{(1-\Gamma^R)^2 + (\Gamma^I)^2} + 1$$

按 Γ^R 的幂序排列，则

$$(\Gamma^R)^2 - \frac{2\Gamma^R \bar{R}}{\bar{R} + 1} + (\Gamma^I)^2 = -\frac{\bar{R} - 1}{\bar{R} + 1}$$

等式两边各加上 $\left(\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1}\right)^2$ 配方, 则

$$\left(\Gamma^R - \frac{\bar{R}}{\bar{R}+1}\right)^2 + (\Gamma^I)^2 = \left(\frac{1}{\bar{R}+1}\right)^2 \quad (1.23)$$

此式表示在 $\Gamma^R + j\Gamma^I$ 复平面上以 \bar{R} 为参变量的圆簇, 圆心在 $\left(\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1}, 0\right)$ 点, 半径为 $\frac{1}{\bar{R}+1}$ 。当 \bar{R} 取值不同时, 在复平面上对应着不同的圆, 如图 1.4 所示。

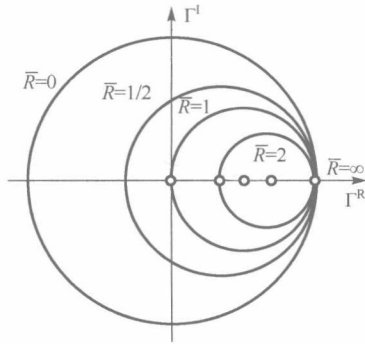


图 1.4 Γ 复平面上的等电阻圆

等 \bar{R} 线的作用是在反射系数 Γ 复平面上建立了关于归一化电阻值的曲线坐标系, 有了这些绘制于反射系数 Γ 复平面上的曲线族, 复平面上任一点的电阻值即可读出。

2. 等 \bar{X} 线

由式 (1.22b) 可得

$$(\Gamma^R - 1)^2 + \left(\Gamma^I - \frac{1}{\bar{X}}\right)^2 = \frac{1}{\bar{X}^2} \quad (1.24)$$

这是在 $\Gamma^R + j\Gamma^I$ 复平面上以 \bar{X} 为参变量的圆簇方程, 圆心在 $\left(1, \frac{1}{\bar{X}}\right)$, 半径为 $\left|\frac{1}{\bar{X}}\right|$ 。给定一个 \bar{X} 值就可得到一个圆, \bar{X} 值可正可负, 其中, 正值代表感抗, 负值代表容抗, 如图 1.5 所示。

等 \bar{R} 线、等 \bar{X} 线叠加在一起, 在反射系数复平面上就建立了关于归一化电阻及电抗值的正交曲线坐标系, 得到最基本的阻抗圆图, 如图 1.6 所示。在圆图上, 既可读出任意点的反射系数, 又可读出归一化阻抗, 反射系数与输入阻抗两者关系变得非常简单。