

BANDAI ZHAZHI LILUN YU BANXING KONGZHI LILUN

板带轧制理论与 板形控制理论

连家创 戚向东○著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



中国工程材料学会 中国材料保护学会 中国金属学会 中国有色金属学会 中国铸造学会 中国热处理学会 中国表面工程学会 中国腐蚀与防护学会 中国焊接学会 中国粉末冶金学会 中国稀土学会 中国钛业学会 中国钢铁工业协会 中国有色金属工业协会 中国铸造协会 中国热处理协会 中国表面工程协会 中国腐蚀与防护协会 中国焊接协会 中国粉末冶金协会 中国稀土协会 中国钛业协会

板带轧制理论与 板形控制理论

王德明 周树敏 著

冶金工业出版社
北京

中国工程材料学会
中国材料保护学会



板带轧制理论与板形 控制理论

连家创 戚向东 著



机械工业出版社

本书是关于板带轧制理论与板形控制理论的专著。

本书在板带轧制理论方面系统地介绍了热轧板带、冷轧板带和平整机的轧制压力计算理论及实际应用,以及极限最小厚度和考虑生产率的最小可轧厚度计算理论;在板形控制理论方面系统地介绍了板形控制的工艺理论、板形判别理论、辊系弹性变形理论,以及轧辊热凸度和磨损量计算理论、板形控制方式和方法及其设定控制模型、板形目标曲线、板带轧机机型选择、辊系参数优化设计、压下规程制订以及热连轧机、冷连轧机和平整机板形控制技术。

本书可供冶金机械、轧制工艺和从事轧制技术的高等院校教师、研究生、高年级本科生,以及生产和设计部门的工程技术人员使用和参考。

图书在版编目(CIP)数据

板带轧制理论与板形控制理论/连家创,戚向东著. —北京:机械工业出版社,2013.3

ISBN 978-7-111-40972-4

I. ①板… II. ①连…②戚… III. ①板材轧制②带材轧制③板形控制
IV. ①TG335.5

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第311895号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:沈红 责任编辑:沈红

版式设计:赵颖喆 责任校对:张媛

封面设计:陈沛 责任印制:乔宇

北京机工印刷厂印刷(三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2013年2月第1版第1次印刷

169mm×239mm·23.25印张·515千字

0 001—2 000册

标准书号:ISBN 978-7-111-40972-4

定价:66.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

策划编辑(010)88379778

社服务中心:(010)88361066

网络服务

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

机工官网:<http://www.cmpbook.com>

机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

板带轧制理论与板形控制理论是板带轧制设备及工艺计算理论的重要组成部分，板形控制是板带轧制的核心控制技术之一。近年来，随着科学技术的不断进步，先进的板形控制技术不断涌现，并日臻完善。板形控制技术的发展，促进了板带工业的装备进步和产业升级、生产效率和效益大幅提升。板形控制是一项综合技术，生产中必须通过先进的控制手段与工艺参数的合理匹配，才能获得理想的板形。

本书重点介绍板形控制理论，且在轧制理论方面主要是介绍与板形控制理论密切相关的板带轧制力计算理论。本书是在长期从事板带轧制理论和板形控制理论的教学与研究工作的基础上，结合 1995 年以后与上海宝山钢铁股份公司、攀枝花新钢钒股份有限公司、唐山建龙钢铁股份有限公司等企业的技术合作所取得的成果编写而成的。其中许多内容是作者和以作者为课题负责人的课题组多年来的研究成果。在此，十分感谢合作单位的领导和工程技术人员的大力支持和密切合作，感谢课题组成员在项目研究工作中作出的成绩和贡献。

本书作者连家创教授曾于 1963 ~ 1964 年在东北重型机械学院（燕山大学前身）讲授“板带轧制设备及工艺”课程，1976 年主编《热带钢连轧机》，1983 年主编《轧机基本理论进展》，1985 年编写机械部轧钢机械专业教材《轧钢设备及工艺（第一分册 钢板轧机）》，1995 年主编《板厚板形控制》专著并负责编写其中第 2 章“板形控制”。1983 年经国务院学位委员会评定为东北重型机械学院首位博士生导师以来，指导的博士生研究方向主要也是板带轧制理论和板形控制理论。本书参考文献中引用的共计 18 篇燕山大学学位论文的导师全部为本书第一作者。本书作者戚向东博士，2002 年获燕山大学工学博士学位后一直从事轧制技术的教学与研究工作的，是燕山大学板形课题组的主要成员之一。

本书编写分工为连家创负责第 1 ~ 第 7 章、第 9 ~ 第 13 章、第 14 章第 1 节、第 15 章、第 19 章、第 20 章、戚向东负责第 8 章、第 14 章第 2、3 节、第 16 章 ~ 第 18 章。

作 者

目 录

前言

第 1 篇 板带轧制理论

第 1 章 热轧板带轧制压力的计算及实际应用	1
第 1 节 接触表面单位压力的计算理论	1
第 2 节 热轧板带平均单位压力的计算模型	7
第 3 节 总轧制力的计算	11
第 4 节 热轧板带轧制压力计算的自适应算法	14
第 5 节 轧制力预报模型的工业试验	14
第 2 章 冷轧板带轧制压力的计算及实际应用	16
第 1 节 出口弹性变形区单位压力的计算	16
第 2 节 入口弹性变形区单位压力的计算	19
第 3 节 塑性变形区单位压力的计算	20
第 4 节 总轧制压力的计算	22
第 5 节 塑性区长度的计算	23
第 6 节 弹性变形区长度的计算	26
第 7 节 简化解法及计算值与实测值对比	28
第 8 节 精确求解方法及计算值与实测值对比	34
第 3 章 平整轧制压力计算模型的研究	36
第 1 节 级数法求解应力沿板厚的不均匀分布	36
第 2 节 应用半无限平面求解应力沿板厚不均匀分布	46
第 3 节 轧制力计算模型的建立及计算值与实测值对比	50
第 4 章 最小可轧厚度的计算理论	53
第 1 节 极限最小厚度的计算	53
第 2 节 微小塑性变形条件下的塑性条件及其对极限最小厚度的影响	56
第 3 节 考虑生产率的最小可轧厚度及其与实际值的对比	59

第 2 篇 板形控制理论

第 5 章 板形控制的工艺理论	62
第 1 节 板形与横向厚差的关系	62
第 2 节 影响负载辊缝形状的因素	64
第 3 节 前后张力横向分布	66
第 4 节 变分法求解横向位移函数	67
第 5 节 B3 样条函数拟合带材厚度横向分布	75

第 6 节 轧制变形区单位轧制压力的横向分布	82
第 6 章 板形判别模型的计算理论	86
第 1 节 拟合函数法求解屈曲变形	86
第 2 节 三次样条函数法求解屈曲变形	94
第 3 节 板形判别模型的有限条法	95
第 7 章 板带轧机辊系的弹性变形	100
第 1 节 弹性力学计算辊系变形中的弹性接触问题	100
第 2 节 有限梁迭合法求解支承辊接触变形的轴向分布	102
第 3 节 有限元法计算辊系的弹性接触变形	105
第 4 节 工作辊与轧件接触的弹性压扁	108
第 5 节 辊系弹性变形的简化算法	110
第 6 节 辊系弹性变形的分段计算法	113
第 7 节 辊系弹性变形的高次多项式计算法	116
第 8 节 支承辊动压轴承载荷偏移量计算 ^[40,44]	122
第 9 节 支承辊滚动轴承压下载荷偏移量计算 ^[40]	128
第 8 章 轧辊热变形	133
第 1 节 概述	133
第 2 节 板带轧机工作辊温度场和热凸度的计算	135
第 3 节 轧辊接触边界条件的计算及处理	141
第 4 节 轧辊热凸度的模拟计算	145
第 5 节 热带钢连轧机工作辊冷却液系统优化设计	150
第 6 节 轧辊热凸度在线计算模型	155
第 9 章 板带轧机轧辊的磨损量	158
第 1 节 支承辊磨损计算理论	158
第 2 节 工作辊磨损计算理论	160
第 3 节 轧件跑偏对磨损量的影响	161
第 4 节 轧辊磨损量计算值与实测值对比	162
第 5 节 轧辊磨损控制的对策	170
第 6 节 工作辊磨损量在线预报模型	172
第 7 节 轧辊磨损对板凸度和板形的影响	177
第 10 章 液压弯辊	179
第 1 节 弯辊方法的类型	179
第 2 节 弯辊力预设模型	186
第 3 节 弯辊力控制模型	192
第 11 章 HC 及其他轧辊轴移式轧机	197
第 1 节 接触轧辊之间的轴向移动阻力	197
第 2 节 轧件对轧辊的轴向移动阻力	201
第 3 节 HC 轧机辊系轴向力的计算	202
第 4 节 HCW 轧机辊系轴向力的计算	203
第 5 节 轴移式轧机移动力计算值与实测值对比	205

第 12 章 CVC 和 VCS 轧机	207
第 1 节 CVC 辊型轧机	207
第 2 节 VCS 辊型轧机	208
第 3 节 VCSB 支承辊包络线辊型	208
第 4 节 VCSW 辊型设计	209
第 5 节 VCS 辊型的实际应用	210
第 13 章 轧辊交叉式轧机	212
第 1 节 PC 轧机交叉角和弯辊力的预设定值计算	212
第 2 节 PC 轧机的轧制力和轴向力	217
第 3 节 工作辊单独交叉的作用效果	222
第 4 节 偏移交叉轧机的实验研究	223
第 14 章 轧辊辊型优化设计	225
第 1 节 轧辊辊型优化技术综述	225
第 2 节 热带钢连轧机辊型优化设计	226
第 3 节 冷带钢轧机辊型设计	232
第 15 章 板形标准曲线	236
第 1 节 板形标准曲线的作用和意义	236
第 2 节 板形标准曲线的设定方法和选择原则	238
第 3 节 1850 冷轧机应用效果测试及分析	239
第 16 章 机型选择及辊系参数优化设计	242
第 1 节 考虑板形控制能力的冷带轧机机型选择新理论的建立	242
第 2 节 几种典型冷轧机机型比较及选择	244
第 3 节 辊系参数优化设计	261
第 17 章 板带轧机压下规程优化设计	268
第 1 节 冷轧带钢轧制规程优化设计	268
第 2 节 热带钢连轧轧制规程优化设计	276
第 3 节 中厚板轧制规程优化设计	284
第 18 章 热连轧机板形控制技术	291
第 1 节 热连轧机工作辊动态特性的模拟计算与试验研究	291
第 2 节 热连轧机板凸度和板形预设定计算	300
第 3 节 热连轧机板凸度、板形在线控制模型及工业应用	302
第 19 章 冷连轧机板形控制技术	314
第 1 节 冷连轧机轧后断面形状及板形综合计算模型的建立	314
第 2 节 冷连轧阶梯板试验计算值与实测值的对比与分析	318
第 3 节 1220HC 冷连轧机中间辊轴移与弯辊力的优化计算	323
第 4 节 900UCM 冷连轧机中间辊轴移与弯辊力的优化计算	327
第 5 节 热轧来料局部特性对冷轧带钢板形影响的研究	330
第 6 节 冷轧钢卷局部凸起机理及其治理的研究	338
第 20 章 平整机板形控制技术	346

第 1 节	平整机消除来料板形缺陷最小延伸率计算	346
第 2 节	单机架平整机板形控制技术综述	346
第 3 节	平整机板形和延伸率的综合控制	347
第 4 节	双机架平整机延伸率自动分配模型的建立与应用	349
第 5 节	平整机辊端压靠及相应技术措施研究	353
参考文献		358

第1篇 板带轧制理论

第1章 热轧板带轧制压力的计算及实际应用

第1节 接触表面单位压力的计算理论

在接触表面单位压力的理论计算中,影响单位压力大小及分布的主要因素,是变形区长度 l 与轧件厚度 h 的比值。因此,应根据 $\frac{l}{h}$ 的大小分别进行计算。

当 $\frac{l}{h} \leq 0.118$ 时,由于变形区很短,塑性变形没有穿透变形区,只在靠近轧辊的一定区域产生塑性变形。此时,作用在轧辊上的单位压力,可按锤头压入无限半平面时的压力计算(图1-1)^[1],即

$$p = 2K \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (1-1)$$

$$2K = 1.15\sigma_x$$

式中, σ_x 为该变形条件下的真实流动极限,它与变形温度、变形程度、变形速度和钢种有关; p 为单位压力; K 为纯剪切抗力。

立辊轧制侧边时,由于板坯宽度大,一般均属于这种情况。但计算立辊单位压力时,考虑到立轧时接近于自由宽展,单位压力应除 1.15 的数值^[2],即 $2K$ 用 σ_x 代替。

当 $0.118 \leq \frac{l}{h} \leq 1$ 时,塑性变形穿透变

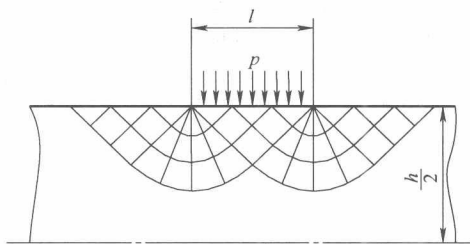


图1-1 锤头压入无限半平面时的压力

形区。粗轧头几道,由于板坯厚度大,所以一般也属于这种情况。板坯宽度窄,立

辊压下量大时,也还属于这种情况。此时,把轧件在两个轧辊中的轧制,当做在两个斜面中压缩计算时(图1-2),单位压力与 $\frac{l}{h}$ 及咬入角 α 的关系如图1-3所示^[3]。从图中曲

线可以看出,除了 $\frac{l}{h}$ 很小的情况外,咬入角 α 对单位压力的影响很小。因此,为简化计算,轧件在两个轧辊中的轧制,可以当做在两个平行平面中压缩计算(图1-4),故由平面问题滑移线解法可得^[2]

$$p = 2K \left(1.25lh \frac{h}{l} + 1.25 \frac{l}{h} - 0.25 \right) \quad (1-2)$$

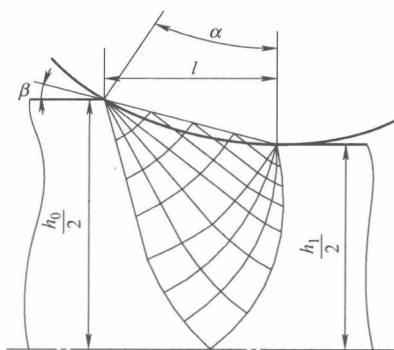


图 1-2 轧件在两个斜面
中压缩时的滑移线

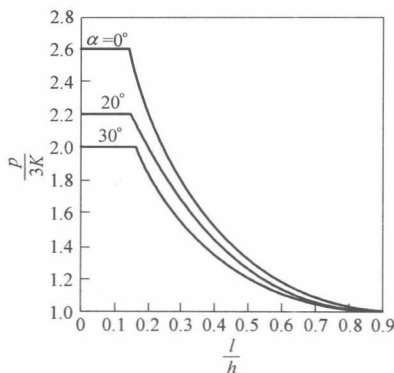


图 1-3 $\left(\frac{l}{h} \leq 1\right)$ 单位压力与 $\frac{l}{h}$
及咬入角 α 的关系

当 $\frac{l}{h} > 1$ 时, 几乎整个变形区都处于塑性状态, 且一般粗轧后几道和精轧各道都属于这种情况。此时单位压力的计算, 也可以用有限差分法绘制滑移线的方法计算, 但计算过程比较复杂^[3], 故下面提供一种便于工程实际应用的近似分析计算法^[4]。

实验证明^[2,5], 当 $\frac{l}{h} > 1$ 时, 变形穿透整个变形区, 在变形区内金属水平方向的流动速度 v_x 沿轧件高度近似地按抛物线分布 (图 1-5)。由于金属流动速度的不均匀性, 使变形区内产生切应力 τ_{xy} 。如果把金属的流动看做是粘性流动, 则根据流体动力学理论, 切应力正比于速度梯度, 故得

$$\tau_{xy} = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad (1-3)$$

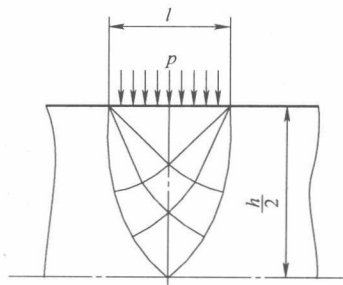


图 1-4 轧件在两个平行平面中
压缩时的滑移线

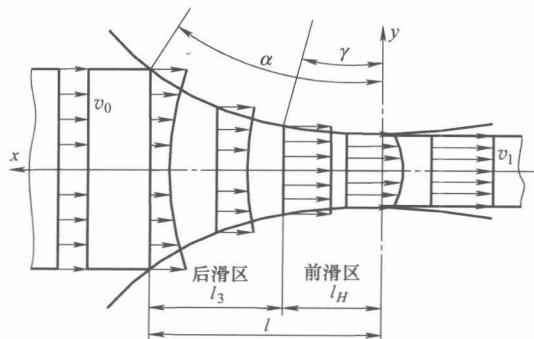


图 1-5 金属水平方向的
流动速度

水平方向流动速度 v_x 近似地按抛物线分布, 即

$$v_x = v_0 + (v_n - v_0) \frac{y^2}{y_n^2} \quad (1-4)$$

式中, v_0 为变形区中部金属的流动速度; v_n 为变形区表面金属的流动速度; y_n 为接触表面的纵坐标。

为简化计算, 把轧件在两个轧辊中的轧制当做在两个平行平面中压缩计算, 则式(1-3)中第二项为零, 故得

$$\tau_{xy} = 2\eta(v_n - v_0) \frac{y}{y_n^2} = C_x y$$

当 $y = y_n$ 时, $\tau_{xy} = \pm \tau_{xn}$, 故得

$$C_x = \pm \frac{\tau_{xn}}{y_n}$$

$$\text{即} \quad \tau_{xy} = \pm \tau_{xn} \frac{y}{y_n} \quad (1-5)$$

式中, τ_{xn} 为变形区表面的切应力, 它仅仅是 x 的函数; 后滑区取 “+” 号, 前滑区取 “-” 号。

对平面变形问题, 平衡微分方程式为^[1]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1-6)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (1-7)$$

把式(1-5)代入式(1-6), 则得

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \mp \frac{\tau_{xn}}{y_n} \quad (1-8)$$

故

$$\sigma_x = \mp \int \frac{\tau_{xn}}{y_n} dx + \varphi(y_n) \quad (1-9)$$

变形区表面的水平应力用 σ_{xn} 表示, 则由式(1-9)可得

$$\sigma_{xn} = \mp \int \frac{\tau_{xn}}{y_n} dx + \varphi(y_n) \quad (1-10)$$

对式(1-10)求导数可得

$$\frac{d\sigma_{xn}}{dx} = \mp \frac{\tau_{xn}}{y_n} \quad (1-11)$$

根据塑性条件, 变形区表面的水平应力与垂直应力的关系为

$$\sigma_{xn} = \sigma_{yn} - \sqrt{k^2 - 4\tau_{xn}^2} \quad (1-12)$$

式中, $k = 2k = 1.15\sigma_s$ 。

把上面塑性条件代入式(1-11), 则得垂直应力 σ_{yn} 的微分方程式为

$$\frac{d\sigma_{yn}}{dx} - \frac{d}{dx} \sqrt{k^2 - 4\tau_{xn}^2} \pm \frac{\tau_{xn}}{y_n} = 0 \quad (1-13)$$

或

$$\frac{d\sigma_{yn}}{dx} + \frac{4\tau_{xn}}{\sqrt{k^2 - 4\tau_{xn}^2}} \cdot \frac{d\tau_{xn}}{dx} - \frac{k}{\sqrt{k^2 - 4\tau_{xn}^2}} \cdot \frac{dk}{dx} \pm \frac{\tau_{xn}}{y_n} = 0 \quad (1-14)$$

式中, 后滑区取“+”号, 前滑区取“-”号。 σ_{yn} 和 τ_{xn} 与接触表面单位压力 p_x 和摩擦力 t_x 的关系由变形区的边界条件确定(图1-6), 即

$$p_x \cos \varphi_x \pm t_x \sin \varphi_x = \sigma_{yn} \cos \varphi_x \mp \tau_{xn} \sin \varphi_x$$

$$p_x \sin \varphi_x \mp t_x \cos \varphi_x = \sigma_{yn} \sin \varphi_x \mp \tau_{xn} \cos \varphi_x$$

式中, 后滑区取上面符号, 前滑区取下面符号。上述两式同式(1-12)联立求解可得

$$\sigma_{yn} = p_x \pm 2 \sin \varphi_x \cos \varphi_x - \sin^2 \varphi_x \sqrt{k^2 - 4t_x^2} \quad (1-15)$$

$$\tau_{xn} = (1 - 2 \sin^2 \varphi_x) t_x \mp \sin \varphi_x \cos \varphi_x \sqrt{k^2 - 4t_x^2} \quad (1-16)$$

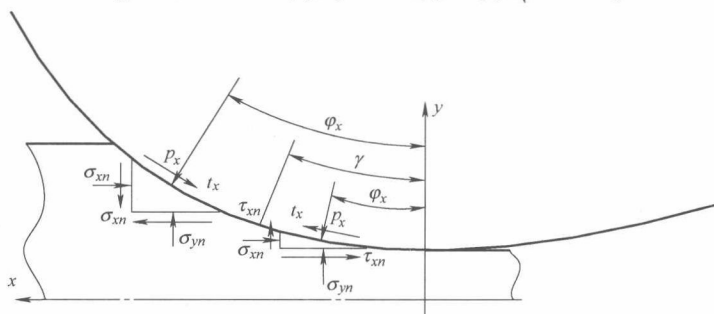


图 1-6 变形区的边界条件

如果把轧制当做在两个平行平面中压缩计算, 即 $\sin \varphi_x = 0$, 则得 $\sigma_{yn} = p_x$ 、 $\tau_{xn} = t_x$, 把此关系代入式(1-13), 并令 $y_n = \frac{h}{2}$, 则得确定接触表面单位压力的微分方程式为

$$\frac{dp_x}{dx} - \frac{d}{dx} \sqrt{k^2 - 4t_x^2} \pm \frac{2t_x}{h} = 0 \quad (1-17)$$

式(1-17)同以往广泛采用的卡尔曼微分方程式^[2]的区别是:

1) 式(1-17)是根据变形区表面的平衡条件和塑性条件得出的, 因此, 确定变形区入口端和出口端的单位压力 p_0 和 p_1 时, σ_x 应取表面上的数值(即 σ_{xn0} 和 σ_{xn1} 的数值)。但卡尔曼微分方程式则不同, 它是根据变形区整个截面的平衡条件得出的, 故确定 p_0 和 p_1 时, σ_x 应取平均值(即按 $\sigma_{x0} = \sigma_{x1} = 0$ 计算)。显然, 前者是更准确的。

2) 式(1-17)考虑了切应力对塑性条件的影响, 而卡尔曼微分方程式没有考虑切应力对塑性条件的影响, 这在热轧情况下是不准确的。

对冷轧薄板, 由于咬入角不大和接触表面摩擦力很小, 可以近似地令 $\sigma_{yn} \approx p_x$, $\tau_{xn} \approx t_x \mp k \sin \varphi_x$, $\sqrt{k^2 - 4\tau_{xn}^2} \approx k$, 故由式(1-13)可得

$$\frac{dp_x}{dx} - \frac{dk}{dx} - \frac{k \sin \varphi_x}{y_n} \pm \frac{t_x}{y_n} = 0 \quad (1-18)$$

式(1-18)同卡尔曼微分方程式完全相同, 这说明卡尔曼微分方程式对冷轧薄板是适用的。

热轧时, 数值 k 与变形温度、变形速度和变形程度有关, 且很难用分析法找出 $k =$

$k(x)$ 的函数关系。因此,通常都把 k 当做常量处理,即按该道平均变形温度、平均变形速度和平均变形程度来确定 σ_x 即 k 的数值。平均变形速度为^[2]

$$v_{cp} = \frac{1}{l} \int_0^l u_x dx = \frac{v_1}{l} \cdot \frac{\Delta h}{h_0} \quad (1-19)$$

式中, v_1 为轧件出口速度。

平均变形程度为^[2]

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{h_0 - h_x}{h_0} dx = \frac{2}{3} \frac{\Delta h}{h_0} \quad (1-20)$$

当 k 当做常量计算时,式(1-17)简化为

$$\frac{dp_x}{dx} + \frac{4t_x}{\sqrt{k^2 - 4t_x^2}} \cdot \frac{dt_x}{dx} \pm \frac{2t_x}{h} = 0 \quad (1-21)$$

平均厚度 h 可以取为代数平均值,即 $h = \frac{h_0 + h_1}{2}$,或按积分平均值计算^[6],即

$$h = \frac{1}{l} \int_0^l h_x dx = \frac{1}{l} \int_0^l \left(h_1 + \frac{\Delta h}{l^2} x^2 \right) dx = h_1 + \frac{\Delta h}{3} \quad (1-22)$$

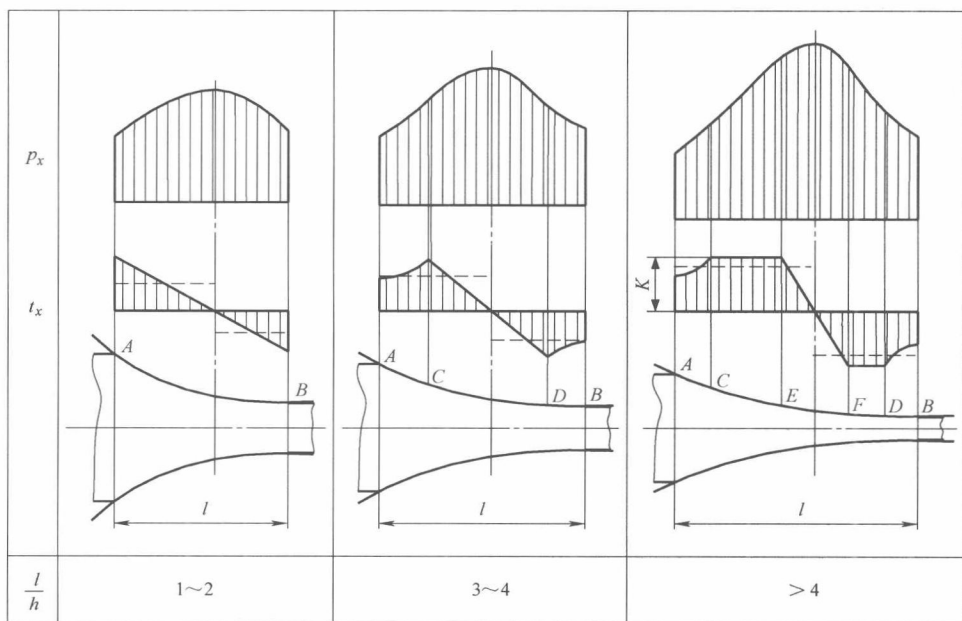


图 1-7 接触表面摩擦力的分布与 $\frac{l}{h}$ 的关系

按式(1-21)计算单位压力时,必须确定接触表面摩擦力 t_x 的大小及其分布规律,而它决定于轧辊与轧件间的摩擦因数 μ 和比值 $\frac{l}{h}$ 。热轧时,摩擦因数较大 ($\mu > 0.2 \sim 0.3$)。根据比值 $\frac{l}{h}$ 的大小,接触表面摩擦力的分布可以大致地分为三种类型(图 1-7):

① $\frac{l}{h} = 1 \sim 2$ ，接触表面都是粘着区，摩擦力按三角形分布；② $\frac{l}{h} = 3 \sim 4$ ，除粘着区外，还有滑动区；③ $\frac{l}{h} > 4$ ，滑动区摩擦力逐渐增大，达到极限值 K 。因此，在滑动区以内，出现另一个粘着区，摩擦力恒等于 K 。而若比值 $\frac{l}{h}$ 增大，则此区域也随之增大。

按接触表面摩擦力不同的分布规律来计算单位压力非常复杂，且不利于在实际生产和设计中采用。为简化计算，接触表面摩擦力可以按某一平均值 $t_{ep} = mK$ 计算，如图 1-7 中虚线所示。此时，由于 t_x 为常量，式 (1-21) 简化为

$$\frac{dp_x}{dx} \pm \frac{2mK}{h} = 0 \quad (1-23)$$

计算单位压力时，还必须确定入口端和出口端单位压力 p_0 和 p_1 的数值。 p_0 和 p_1 由以下边界条件确定，即

$$2b \int_0^{y_n} \sigma_{x0} dy = -T_0 \quad (1-24)$$

$$2b \int_0^{y_n} \sigma_{x1} dy = -T_1 \quad (1-25)$$

式中， T_0 、 T_1 为后张力和前张力。

根据塑性条件可得

$$\sigma_{x0} = \sigma_{y0} - \sqrt{k^2 - 4t_0^2 \left(\frac{y}{y_n} \right)^2} \quad (1-26)$$

$$\sigma_{x1} = \sigma_{y1} - \sqrt{k^2 - 4t_1^2 \left(\frac{y}{y_n} \right)^2} \quad (1-27)$$

式中， t_0 、 t_1 为入口端和出口端的摩擦力。

把式 (1-5) 代入式 (1-7)，则得

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \mp \frac{y}{y_n} \cdot \frac{dt_x}{dx}$$

故

$$\sigma_y = \mp \frac{y^2}{2y_n} \cdot \frac{dt_x}{dx} + f(x)$$

当 $y = y_n$ 时， $\sigma_y = \sigma_{yn}$ ，故得

$$\sigma_y = \sigma_{yn} \pm \frac{y_n^2 - y^2}{2y_n} \cdot \frac{dt_x}{dx} \quad (1-28)$$

对后滑区，当 $x = l$ 时， $\sigma_y = \sigma_{y0}$ ， $\sigma_{yn} = \sigma_{yn0} = p_0$ ，故得

$$\sigma_{y0} = p_0 + \frac{y_n^2 - y^2}{2y_n} \cdot \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=l} \quad (1-29)$$

对前滑区，当 $x = 0$ 时， $\sigma_y = \sigma_{y1}$ ， $\sigma_{yn} = \sigma_{yn1} = p_1$ ，故得

$$\sigma_{y1} = p_1 - \frac{y_n^2 - y^2}{2y_n} \cdot \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=0} \quad (1-30)$$

把式(1-29)和式(1-30)代入式(1-26)和式(1-27)可得

$$\sigma_{x0} = p_0 + \frac{y_n^2 - y^2}{2y_n} \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=l} - \sqrt{k^2 - 4t_0^2 \left(\frac{y}{y_n} \right)^2} \quad (1-31)$$

$$\sigma_{x1} = p_1 - \frac{y_n^2 - y^2}{2y_n} \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=0} - \sqrt{k^2 - 4t_1^2 \left(\frac{y}{y_n} \right)^2} \quad (1-32)$$

把 σ_{x0} 和 σ_{x1} 代入式(1-24)和式(1-25), 积分并整理后可得

$$p_0 = \sqrt{K^2 - t_0^2} + \frac{K^2}{t_0} \arcsin \frac{t_0}{K} - \frac{h}{6} \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=l} - \sigma_0 \quad (1-33)$$

$$p_1 = \sqrt{K^2 - t_1^2} + \frac{K^2}{t_1} \arcsin \frac{t_1}{K} + \frac{h}{6} \left(\frac{dt_x}{dx} \right)_{x=0} - \sigma_1 \quad (1-34)$$

式中, σ_0 为单位后张力, $\sigma_0 = \frac{T_0}{bh}$; σ_1 为单位前张力, $\sigma_1 = \frac{T_1}{bh}$.

第2节 热轧板带平均单位压力的计算模型

采用平均摩擦力的方法来计算热轧板带平均单位压力, 可使计算过程大大简化。此时, 根据式(1-23), 单位压力为

$$p_x = \mp \frac{2mK}{h}x + C$$

对后滑区, 当 $x=l$ 时, $p_x = p_0$, 故得

$$C = p_0 + \frac{2mK}{h}l$$

$$p_x = p_0 + \frac{2mK}{h}(l - x) \quad (1-35)$$

对前滑区, 当 $x=0$ 时, $p_x = p_1$, $C = p_1$, 故得

$$p_x = p_1 + \frac{2mK}{h}x \quad (1-36)$$

由于 $t_x = mK = \text{常数}$, 根据式(1-33)和式(1-34), 可得

$$p_0 = 2KC_m - \sigma_0 \quad (1-37)$$

$$p_1 = 2KC_m - \sigma_1 \quad (1-38)$$

其中

$$C_m = \frac{\arcsin m}{2m} + \frac{\sqrt{1-m^2}}{2} \quad (1-39)$$

接触表面的平均单位压力为

$$p_{cp} = \frac{1}{l} \int_0^l p_x dx$$

把式(1-35)和式(1-36)代入上式, 对后滑区和前滑区分别进行积分, 整理后可得

$$p_{cp} = K \left[C_m + \frac{ml}{4h} - \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2K} - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_0}{2K} \right)^2 \frac{h}{ml} \right] \quad (1-40)$$

对热带钢连轧机精轧机组, 根据实测资料^[7], 张力约使轧制力波动 3% ~ 12%, 故

式(1-40)中最后一项实际上很小,可以忽略,故得

$$p_{cp} = K \left(C_m + \frac{ml}{4h} \right) - \frac{\sigma_0 + \sigma_1}{2} \quad (1-41)$$

在不考虑张力时,则平均单位压力为

$$p_{cp} = K \left(C_m + \frac{ml}{4h} \right) \quad (1-42)$$

已知数值 m 与 $\frac{l}{h}$ 及 μ 有关,且在 $0 \sim 1$ 之间,由式(1-43)确定,即

$$m = \frac{t_{cp}}{K} = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{t_x}{K} dx \quad (1-43)$$

为确定 m 的数值,首先对滑动区进行计算。即在式(1-21)中令 $t_x = \mu p_x$ 可得

$$\frac{dp_x}{dx} + \frac{2\mu^2 p_x}{\sqrt{K^2 - \mu^2 p_x^2}} \cdot \frac{dp_x}{dx} \pm \frac{2\mu p_x}{h} = 0 \quad (1-44)$$

再求解微分方程式可得

$$\ln p_x + 2\mu \arcsin \frac{\mu p_x}{K} \pm \frac{2\mu x}{h} = C$$

对前滑区,当 $x=0$ 时, $p_x = p_1$, 故得

$$C = \ln p_1 + 2\mu \arcsin \frac{\mu p_1}{K}$$

$$\ln \frac{p_x}{p_1} + 2\mu \left(\arcsin \frac{\mu p_x}{K} - \arcsin \frac{\mu p_1}{K} \right) = \frac{2\mu x}{h} \quad (1-45)$$

由于式(1-37)和式(1-38)中已经考虑张力的影响,故确定 m 值不应考虑张力的影响。在式(1-34)中令 $\sigma_1 = 0$ 和 $t_x = \mu p_x$, 可得

$$p_1 = \sqrt{K^2 - t_1^2} + \frac{K^2}{t_1} \arcsin \frac{t_1}{K} + \frac{\mu h}{6} \left(\frac{dp_x}{dx} \right)_{x=0}$$

由式(1-44)可得

$$\left(\frac{dp_x}{dx} \right)_{x=0} = \frac{2t_1}{\psi h}$$

其中, $\psi = 1 + \frac{2\mu t_1}{\sqrt{K^2 - t_1^2}}$ 。

故

$$p_1 = \sqrt{K^2 - t_1^2} + \frac{K^2}{t_1} \arcsin \frac{t_1}{K} + \frac{\mu t_1}{3\psi} \quad (1-46)$$

由于 $t_1 = \mu p_1$, 故由式(1-46)计算可以做出 $\frac{p_1}{2K}$ 与 μ 的关系曲线(图 1-8)。因此,由式

(1-45)和式(1-46)计算可以做出 $\frac{p_x}{2K}$ 与 μ 及 $\frac{x}{h}$ 的关系曲线,再把此曲线乘上 2μ , 即得 $\frac{\mu p_x}{K}$

$= \frac{t_x}{K}$ 随 μ 及 $\frac{x}{h}$ 变化的曲线(图 1-9)。由于前滑区和后滑区 t_x 是对称的,故图 1-9 的曲线