

主编：高凤武 李继祥



YINGYONGGUANGXUE

应用 光学

解放军出版社

主编：高凤武 李继祥

应用 光学

解放军出版社

应 用 光 学

高凤武 李继祥 主编

解放军出版社出版

(北京平安里三号)

新华书店北京发行所发行

一二〇一工厂印刷

787×1092毫米 16开本 22印张 539千字

1986年9月第一版 1986年9月(北京)第一次印刷

印数1——4000

统一书号: 13185·2 定价: 5.20元

前 言

本书为高等院校光学仪器专业的试用教材。全书共分十四章，内容涉及应用光学的基本理论、典型光学仪器的基本原理、象差概论以及进行光学系统组合设计的基本方法和步骤等方面。本书在系统介绍应用光学基本理论的基础上，着重于光组组合理论、光组组合方法、典型光学仪器原理和电子计算机在光学设计中的应用等方面的叙述，文字深入浅出，通俗易懂。本书除作为大学光学仪器专业的教材外，亦可供从事光学工作或其他专业的技术人员参考。

本书由装甲兵工程学院高凤武、李继祥同志主编。参加编写的有：装甲兵工程学院李继祥同志(第一、二、三、四、六、十一、十三章及第十四章的一部分)，天津大学张以谟同志(第五章)，浙江大学王子余同志(第七章)，装甲兵工程学院高凤武同志(第八、九、十章)，上海机械学院顾培森同志(第十二章)，清华大学张鸿澄同志(第十四章)。

本书在编写过程中得到了天津大学张以谟同志的大力支持和热情指导，在此表示感谢。

我们恳切希望广大读者对本书提出宝贵意见。如蒙指正，我们将不胜感激。

编 者

1986年9月24日

目 录

第一章 几何光学的基本原理	1
§1-1 基本概念	1
§1-2 基本定律	2
§1-3 全反射现象	6
§1-4 费马原理与马吕斯定律	8
§1-5 物象的基本概念	11
第二章 球面成象理论	14
§2-1 球面折射光路的计算公式	14
§2-2 物平面用细光束成象分析	22
§2-3 近轴区成象的放大率公式及拉赫不变量	23
§2-4 共轴球面系统	25
§2-5 球面反射镜	31
第三章 理想光组	35
§3-1 理想光组的基本特性	35
§3-2 理想光组的焦点、焦平面、主点、主平面	36
§3-3 理想光组的物象关系	38
§3-4 节点和节平面	51
§3-5 光组组合	54
§3-6 透镜与薄透镜	63
§3-7 实际光学系统基本量的计算	69
§3-8 矩阵运算在近轴光学中的应用	75
第四章 平面镜棱镜系统	86
§4-1 平面反射镜	87
§4-2 平面折射	90
§4-3 反射棱镜	94
§4-4 等效空气平板	107
§4-5 折射棱镜及光楔	110
§4-6 棱镜转动定理	112
§4-7 平面镜棱镜系统与共轴球面系统的组合	114
第五章 光学系统中的光阑	118
§5-1 光阑及其作用	118
§5-2 孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳	119
§5-3 视场光阑、入射窗和出射窗	121

§5-4 景 深	125
§5-5 远心光路	129
第六章 辐射度学与光度学	132
§6-1 辐射度学的基本知识	132
§6-2 光度学的基本概念	135
§6-3 亮度在光学系统中的传递	144
§6-4 光学仪器中光能损失的计算	146
§6-5 象平面的照度	150
§6-6 主观亮度	151
第七章 象差概论	156
§7-1 光线的光路计算	156
§7-2 轴上点球差	171
§7-3 正弦差及慧差	177
§7-4 象散与象面弯曲	182
§7-5 畸 变	188
§7-6 色 差	191
§7-7 象差综述	200
§7-8 象差公差	206
第八章 眼睛及对目视光学仪器的要求	208
§8-1 眼睛的构造	208
§8-2 眼睛的调节	209
§8-3 眼睛的视角分辨率	210
§8-4 眼睛的缺陷及矫正方法	211
§8-5 双眼视觉	212
§8-6 对目视光学仪器的要求	214
第九章 显微系统	218
§9-1 放大镜	218
§9-2 显微镜的工作原理	219
§9-3 显微镜中的光束限制	220
§9-4 显微镜的分辨率	221
§9-5 显微镜的物镜	222
第十章 望远系统	224
§10-1 望远系统的原理与类型	224
§10-2 望远系统的视角放大率	226
§10-3 望远系统成象空间的清晰程度	227
§10-4 典型望远系统	228
§10-5 光学测距系统	234
§10-6 望远系统的物镜	238
§10-7 目 镜	240

§10-8	望远系统的场镜	242
§10-9	望远系统的光学性能	243
§10-10	望远系统的外形尺寸计算	246
第十一章	摄影与投影系统	258
§11-1	摄影系统的组成及工作原理	258
§11-2	对摄影物镜的基本要求及有关参数的确定	261
§11-3	几种常用的摄影物镜	264
§11-4	投影系统及其光能计算	268
第十二章	光学系统初始结构计算方法	274
§12-1	PW形式的初级象差系数	274
§12-2	薄透镜系统初级象差的PW表示式	275
§12-3	薄透镜系统的基本象差参量	277
§12-4	双胶合透镜组的 $\overline{P^\infty}$ 、 $\overline{W^\infty}$ 、 $\overline{C_1}$ 和结构参数的关系	281
§12-5	单薄透镜的 $\overline{P^\infty}$ 、 $\overline{W^\infty}$ 、 $\overline{C_1}$ 和结构参数的关系	284
§12-6	用PW方法求初始结构的实例	285
第十三章	光组组合特性和系统设计	290
§13-1	正负光组的组合特性	290
§13-2	系统组合方法	293
§13-3	系统设计举例	303
第十四章	象质评价与检验	317
§14-1	概 述	317
§14-2	分辨率及其测量	317
§14-3	星点检验法	320
§14-4	光学传递函数	323
附 录		333

第一章 几何光学的基本原理

§1-1 基本概念

人们在制造光学仪器和解释某些光学现象的过程中，总结出了适于光学工程技术应用的几何光学理论。几何光学把光在均匀介质中的传播用几何上的直线来表示，并把这种直线称为“光线”。所以，几何光学又名射线光学。把光的概念和几何学中的点、线、面有机地联系起来，就形成了几何光学的几个基本概念。

一、波面与发光点

凡振动位相相同的各点所形成的曲面称为波面。光是一种电磁波，一个发光体便是电磁波的波源。发射体发射的电磁波向周围空间的传播情况，同水面因振动产生的波浪向四周传播的情况相似，其振动方向与光的传播方向垂直。

从本质上讲，光和一般的无线电波并无区别，所不同的只是波长长短而已。在波长为 $4000 \sim 7600 \text{ \AA}$ 范围内的电磁波能为人眼所感觉，称为“可见光”。超出这个范围的电磁波，人眼就感受不了了。电磁波按波长分类的情况如图1-1所示。

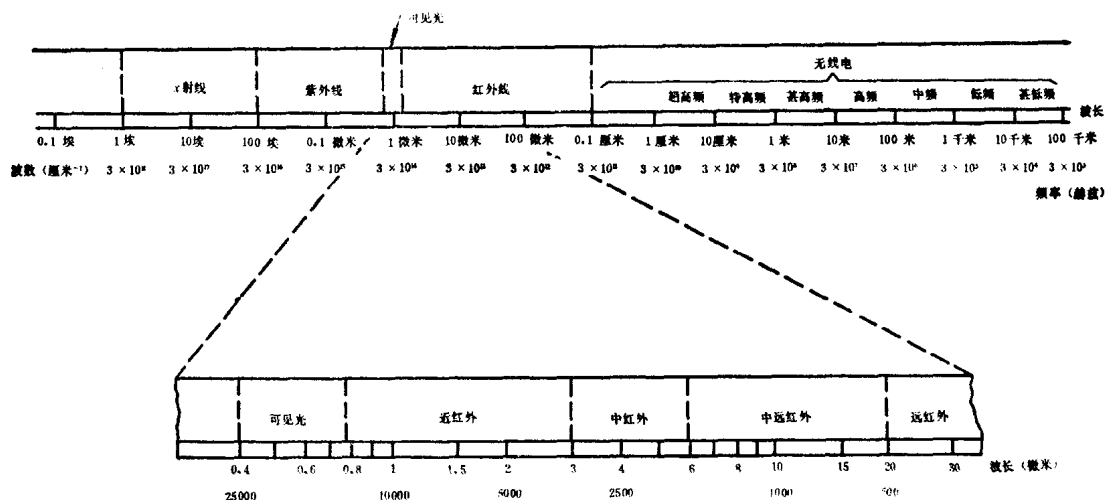


图 1-1

辐射光能的物体称为发光体，或称为光源。当光源的大小和其辐射能的作用距离相比可略去不计时，就称为发光点。例如太阳、星体等，相对于地球上观察者来说，都可以认为是发光点。在几何光学中，发光点被进一步抽象为一个既无体积又无大小的几何点。任何被成象的物体(包括本身发光或由外界照明而发光的物体)都是由无数个这样的发光点所组成的。几何光学中的发光点只是一种假设，在自然界中是不存在的。

二、光 线

在暗处，打开手电筒，就可以看到一道光柱。当光柱的截面积和其长度相比可略去不计时，可称为光线。在几何光学中光线则是一条携带光能的、既无直径又无体积的几何线，几何线的方向代表了光线的传播方向。

从能量的观点来看，几何光学中的发光点和光线实际是不存在的，因为它们的能量密度为无限大。但是利用几何光学中发光点和光线的概念可以把光学中复杂的能量传输和光学成像问题归结为简单的几何运算问题，从而使所要处理的问题大为简化。

三、光 束

在各向同性介质中，光沿着波面的法线方向进行传播。与波面对应的法线束，就是几何光学中的光线束，通常称为光束。一个位于均匀介质中的点光源(或发光点)，它所发出的光波波面是以发光点为球心的球面波。这种发自一点或会聚于一点的光束称之为同心光束(见图1-2a)。若波面是一平面波，则波面的法线彼此平行，与这种平面波所对应的光束称为平

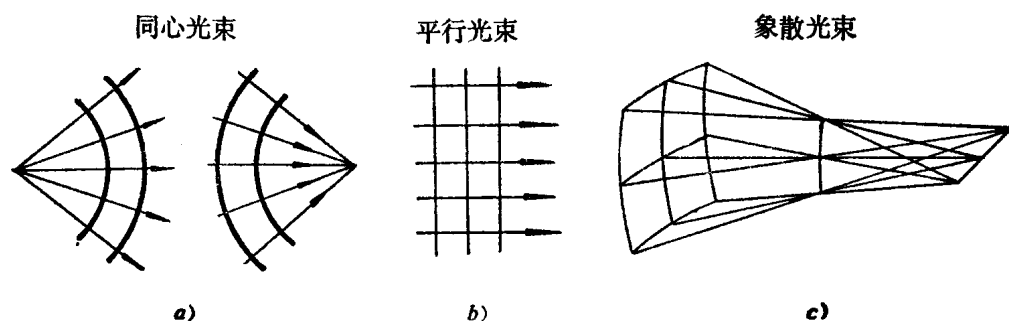


图 1-2

行光束(见图1-2b)。但是当光线既不相交于一点而又不平行时，这种光束称为象散光束(见图1-2c)，其对应的波面为一曲面。

四、光 路

几何光学中光的传播规律和成像原理，是用光线的传播途径加以直观表示的，光线的这种传播途径称为光路。实际上一个点光源发出的光线为无数条，不可能对每一条光线都求出其光路。几何光学的做法是从光束中取出一个适当的截面，求出其上的几条光线的光路，这种截面通常称为光束截面。

§1-2 基本定律

几何光学以下面几个基本定律为基础。

一、光的直线传播定律

在各向同性均匀介质中，光线按直线传播。这就是光的直线传播定律。这是一种常见的普遍规律。可用以很好地解释影子的形成、日蚀、月蚀等现象。即使最精密的天文测量，大

地测量和其他许多测量，也都把这一定律看成是精确的。但是，当光在传播过程中遇到很小的不透明屏障或通过细孔时，光的传播将偏离直线，这就是物理光学中所描述的光的衍射现象。可见，光的直线传播定律只有光在均匀介质中无阻拦地传播时才成立。

二、光的独立传播定律

不同的光线以不同的方向通过空间某一点时，彼此不发生影响，对其中的一光线而言犹如没有其它光线存在一样。这就是光的独立传播定律。利用这条定律，可以使我们对光线传播情况的研究大为简化，因为在研究某一光线传播时，可以不考虑其它光线对它的影响。

光的独立传播定律只对不同发光点发出来的光线来说是正确的，即对非相干光来说是正确的。而对于相干光，由于光的干涉作用，独立传播定律就不再适用。

三、折射定律和反射定律

当一束光投射到两种透明介质的光滑分界面上时，将有一部分光能反射回原来的介质，这部分光线称为反射光线；另一部分光能则通过分界面射入到第二种介质中去，这部分光线称为折射光线。光线的反射和折射分别遵循光的反射定律和折射定律。

(一) 折射定律

如图1-3所示，PQ为两种介质 a 和 b 的分界面，AO为入射光线，OC为对应的折射光线，NN'为分界面上O点处的法线， $\angle AON$ 为入射角，以 I 表示； $\angle CON'$ 为折射角，以 I' 表示。

折射定律的内容可归纳为：

1. 折射光线位于由入射光线和法线所决定的平面内。折射光线和入射光线分居于法线的两侧。

2. 入射角的正弦和折射角的正弦之比为—恒量 n_{ba} ， n_{ba} 的值与两角度的大小无关，仅取决于两介质的性质。即

$$\frac{\sin I}{\sin I'} = n_{ba} = \frac{n_b}{n_a} \quad (1-1)$$

n_{ba} 称为介质 b 对介质 a 的相对折射率。如果介质 a 为真空，则介质 b 对真空的相对折射率称为绝对折射率，以 n_b 表示。介质的绝对折射率是

$$n_b = \frac{C}{v_b} \quad (1-2)$$

式中 C ——光在真空中的速度；
 v_b ——光在介质 b 中的速度。

(二) 反射定律

反射定律内容如下(见图1-4)：

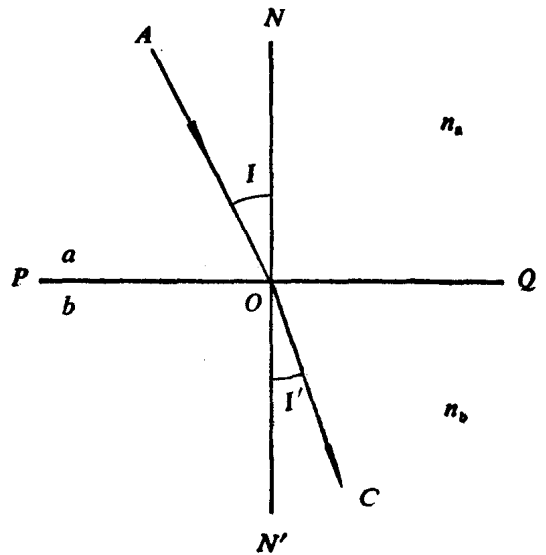


图 1-3

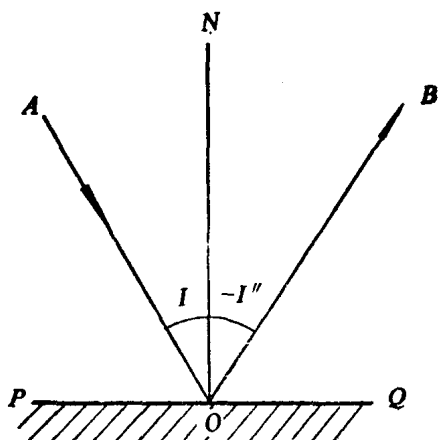


图 1-4

1. 由于反射定律是折射定律的特殊情况，所以由折射定律导得的所有适合于折射情况的公式，只要令 $n_b = -n_a$ ，便可运用于反射的场合，或直接导出其相应的公式。这在处理反射系统时有重要应用。

2. 当光线自 B 点 (图 1-4) 或 C 点 (图 1-3) 投射到分界面上 O 点时，根据反射定律和折射定律可知，折射光线或反射光线必沿 OA 方向射出，这就是所谓“光路的可逆性”。

3. 如图 1-5 所示，假设有一束平行光投射到两介质的分界面上，显然所有光线的入射角为 I_1 ，折射角为 I_2 ，折射光线也是互相平行的。和平行光束相对应的是平面波，图中 OQ 是入射平面波，O'Q' 是折射后的平面波。设光在两介质中的速度分别为 v_a 和 v_b ，则

$$QQ' = v_a t$$

$$OO' = v_b t$$

由图易见

$$\sin I_1 = \frac{QQ'}{OQ'}$$

$$\sin I_2 = \frac{OO'}{OQ'}$$

两式相除可得

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{QQ'}{OO'} = \frac{v_a}{v_b} = n_{ba} \quad (1-3)$$

在式(1-1)中我们曾提到

1. 反射光线在由入射光线和法线所组成的平面内。

2. 反射角 I'' 和入射角 I 的绝对值相同，可表示为 $I'' = -I$ 。式中的负号说明反射光线与入射光线位于法线的两侧。

我们规定角度符号以锐角来量度，由光线转向法线，顺时针方向旋转形成的角度为正，反之为负。故在图 1-4 中， I 角为正， I'' 角为负。

实际上，反射定律可看成是折射定律在 $n_b = -n_a$ 时的一种特殊情况，此时，由式(1-1)可得 $I'' = -I$ 。

(三)推 论

由折射定律可得以下几个推论：

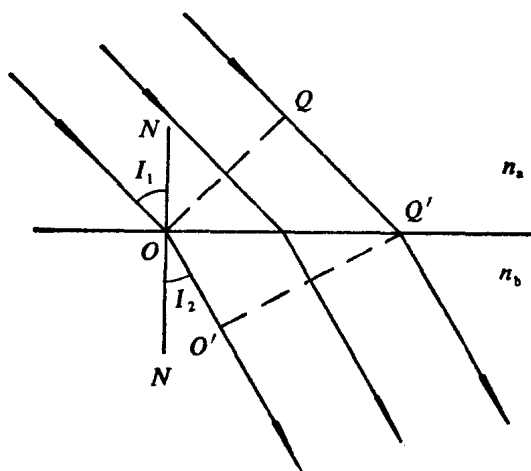


图 1-5

$$n_{ba} = \frac{n_b}{n_a}$$

下面予以证明。

由式(1-2)和式(1-3)可得

$$n_{ba} = \frac{v_a}{v_b} = \frac{c/n_a}{c/n_b} = \frac{n_b}{n_a} \quad (1-4)$$

证毕。

由式(1-4)可知，两介质的相对折射率等于两介质的绝对折射率之比。

通常设 $n_a = n$, $n_b = n'$, 则式(1-1)写成

$$\frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{n'}{n}$$

或

$$n \sin I = n' \sin I' \quad (1-5)$$

式(1-5)就是折射定律的数学表达式。

真空的绝对折射率为1，而空气的绝对折射率在标准大气压 1.01325×10^5 帕斯卡、温度 20°C 时为1.00028。这就是说，介质的绝对折射率与其对空气的相对折射率相比较，相差甚微，因此目前常用在空气中测得的折射率表示该介质的绝对折射率，而认为空气的折射率为1。

(四) 矢量形式的折射定律和反射定律

如果介质的分界面在空间分布很复杂，为要解决任一条光线经过反射和折射后的方向，用矢量形式的折射定律和反射定律计算是比较方便的，在直角坐标系 xyz 中矢量 $\vec{A}$ 可表示为

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

式中， A_x 、 A_y 、 A_z 为 $\vec{A}$ 在 x 、 y 、 z 轴上的投影； $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ 为沿 x 、 y 、 z 轴方向的单位矢量。

下面给出矢量形式的折射定律。如图1-6所示， $\vec{A}_0$ 和 $\vec{A}'$ 分别表示入射和折射光线的单位

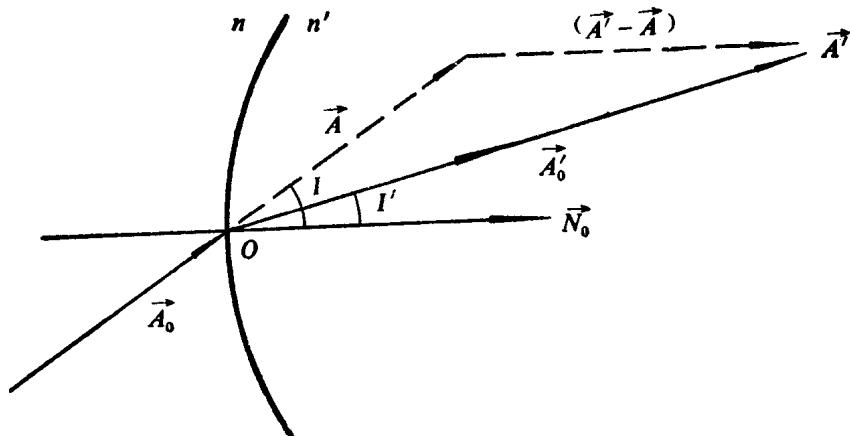


图 1-6

矢量， n 和 n' 表示折射面两边介质的折射率。矢量 $\vec{A}_0$ 和 $\vec{A}'$ 指向右方为正方向，反之为负。 $\vec{N}_0$ 为折射面投射点法线的单位矢量，其方向顺着入射光线。折射定律表示式可写为

$$n(\vec{A}_0 \times \vec{N}_0) = n'(\vec{A}' \times \vec{N}_0) \quad (1-6)$$

如把入射光线矢量 $\vec{A}$ 和折射光线矢量 $\vec{A}'$ 的长度各取为 n 和 n' ，即 $\vec{A} = n \vec{A}_0$, $\vec{A}' = n' \vec{A}'_0$ ，则

$$\vec{A} \times \vec{N}_0 = \vec{A}' \times \vec{N}_0$$

或写为

$$(\vec{A}' - \vec{A}) \times \vec{N}_0 = 0$$

此式说明, 矢量 $(\vec{A}' - \vec{A})$ 和 $\vec{N}_0$ 的方向是一致的, 故可写为

$$\vec{A}' - \vec{A} = \Gamma \vec{N}_0 \quad (1-7)$$

式中, Γ 称为偏向常数。用 $\vec{N}_0$ 对上式两边作点积得

$$\begin{aligned} \Gamma &= \vec{N}_0 \cdot \vec{A}' - \vec{N}_0 \cdot \vec{A} \\ &= n' \cos I' - n \cos I \end{aligned} \quad (1-8)$$

$$\text{因为 } n' \cos I' = \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2 I'} = \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I} = \sqrt{n'^2 - n^2 + (\vec{N}_0 \cdot \vec{A})^2}$$

$$\text{所以 } \Gamma = \sqrt{n'^2 - n^2 + (\vec{N}_0 \cdot \vec{A})^2} - \vec{N}_0 \cdot \vec{A} \quad (1-9)$$

求得 Γ 值以后, 便可按式(1-7)求折射光线方向, 即

$$\vec{A}' = \vec{A} + \Gamma \vec{N}_0 \quad (1-10)$$

这就是矢量形式的折射定律。

对于反射情况, 只需将 $n' = -n$ 、 $I' = -I$ 代入式(1-8)即可求得适合于反射情况的偏向常数 Γ 的表示式

$$\Gamma = -n \cos(-I) - n \cos I = -2n \cos I = -2(\vec{N}_0 \cdot \vec{A})$$

将上式代入式(1-7)得矢量形式的反射定律如下

$$\vec{A}' = \vec{A} - 2\vec{N}_0(\vec{N}_0 \cdot \vec{A}) \quad (1-11)$$

§1-3 全反射现象

全反射是光线传播的另一个重要现象。当光线从两介质分界面折射时, 必然会伴随有部分光线的反射, 在一定的条件下, 界面可以把光线全部反射回来, 而不发生折射, 这就是全反射现象(或称完全内反射现象)。

设光线自A点射向两介质的分界面, 如图1-7所示, 且入射介质的折射率 n 大于折射介

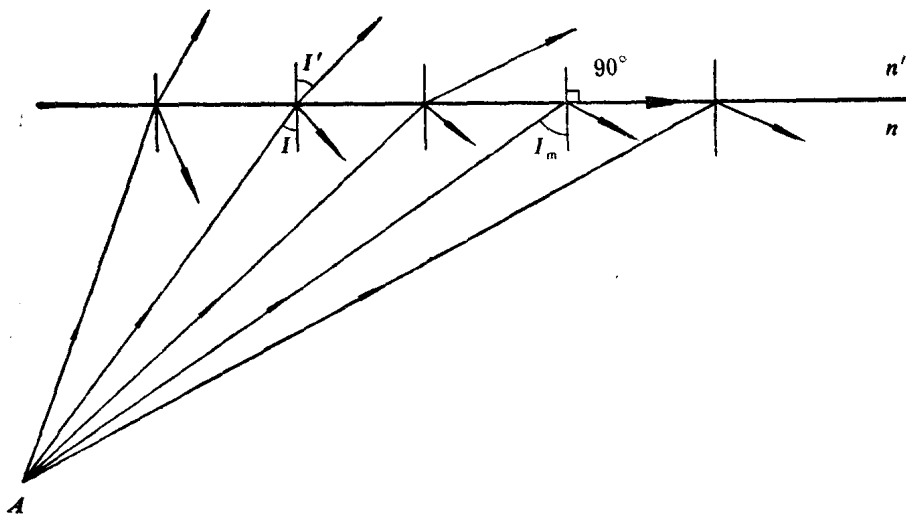


图 1-7

质的折射率 n' ，由折射定律 $n \sin I = n' \sin I'$ 可知， I' 大于 I 。若增大入射角 I ，则折射角 I' 也相应增大，当入射角 I 增大到某一数值 I_m 时，折射角 $I' = 90^\circ$ ，此时折射光线将沿两介质的分界面掠射而出。这种情况下的入射角 I_m 称为临界角， I_m 的值可由下式决定

$$\sin I_m = \frac{n'}{n} \sin 90^\circ = \frac{n'}{n} \quad (1-12)$$

若再增加入射角，使 I 大于 I_m ，则按式(1-5)，将导致 $\sin I'$ 大于1，这显然是不可能的。也就是说，这时的折射定律已经失去意义，光线不再遵循折射定律了。实验证明，此时光线不发生折射，而是按反射定律完全被反射回来，此即所谓全反射现象。发生全反射的条件可以归纳为：

1. 光线由折射率大的介质射向折射率小的介质(即由光密介质射向光疏介质)。
2. 入射角大于临界角。

全反射优越于一切镜面反射。

因为镜面的金属镀层对光有吸收作用，而全反射在理论上可使入射光的全部能量反射回原介质，所以全反射在光学仪器中有着重要的作用。例如用全反射棱镜代替平面反射镜，以减少光能的反射损失。近代发展的光导纤维是应用全反射现象的又一个例子。如图1-8所示，在一根细长而弯曲的管子中，希望光线能从一端传播到另一端，这在光导纤维产生以前是很难办到的。光导纤维问世后，解决这样的问题十分容易，而且光能量的传递效率也很高。光导纤维由内外两层折射率不同的玻璃拉制而成，内层玻璃的折射率 n_1 较高，是纤维的轴心，外层玻璃的折射率 n_2 较低。当入射角大于临界角的光线射入内层玻璃时，光线在内外玻璃层的分界面上将不断地发生全反射，如图1-9所示。

设 I_m 为临界角， n_0 为空气的折射率，则

$$n_0 \sin I_1 = n_1 \sin I_1'$$

又由式(1-12)可得

$$\sin I_m = \frac{n_2}{n_1} = \sin (90^\circ - I_1') = \cos I_1'$$

则保证发生全反射的条件为

$$\sin I_1 = \frac{n_1}{n_0} \sin I_1' = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \cos^2 I_1'} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$I_1 = \arcsin \left(\frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right)$$

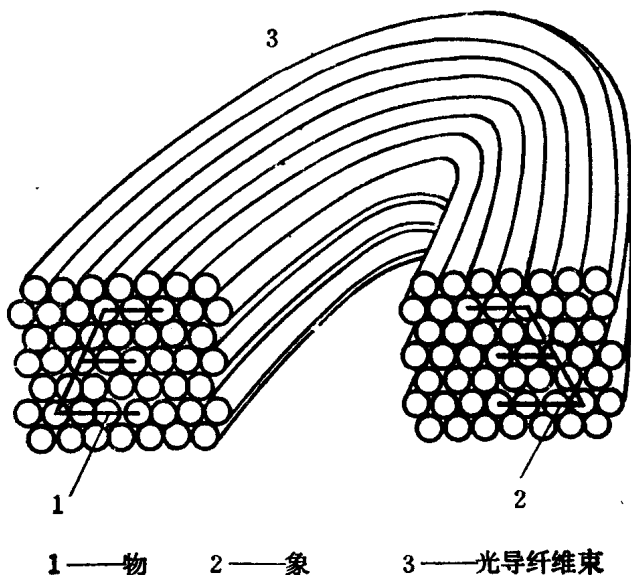


图 1-8

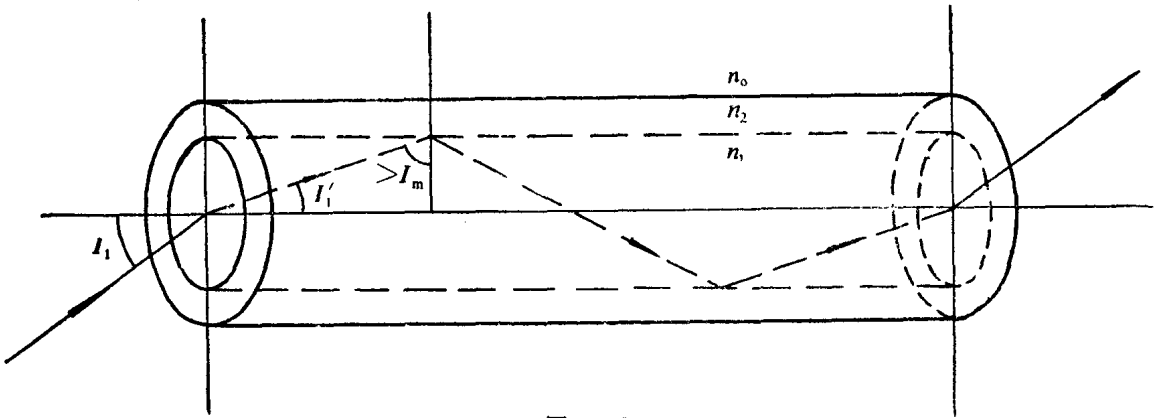


图 1-9

由上式可知，当入射光线在纤维端面上的入射角小于 I_1 值时，即发生全反射，该光线在纤维内被传送到另一端；当入射角大于 I_1 时，入射光线将透过玻璃内壁进入外层，不能继续传送。

§1-4 费马原理与马吕斯定律

一、费马原理

光的直线传播定律、独立传播定律以及折射定律和反射定律表达了光线的传播规律。费马原理是从“光程”的角度来阐述光的传播规律的。

设在均匀介质中光的传播速度为 v ，若把 Δt 时间间隔内光在该介质中所走过的几何路程记为 s ，则有

$$s = v \Delta t$$

再把这段时间间隔内光在真空中所走过的路程记为 L ，则有

$$L = c \Delta t = \frac{c}{v} v \Delta t = n s \quad (1-13)$$

其中， c 为真空中的光速， n 为介质的折射率。

可见，光在介质中所走过的几何路程 s 与介质的折射率 n 的乘积 ns ，具有鲜明的物理意义，

其值等于光在相同的时间间隔内在真空中所走过的路程。我们把光在介质中经过的几何路程 s 和该介质的折射率 n 的乘积定义为“光程”，用字母 L 表示。

如果介质是非均匀的，即介质的折射率 n 是几何路程 s 的函数，则光在该介质中所走过的几何路程不是直线而是曲线，如图1-10所示。这时，光程可用下式表示

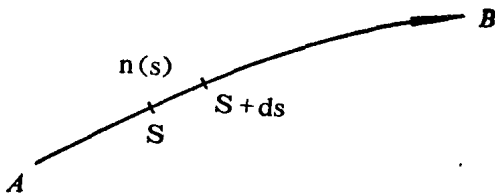


图 1-10

$$L = \int_A^B n(s) ds$$

式中， s 为路径的坐标参量， $n(s)$ 为路径AB上 s 点处的折射率。

费马原理指出：由A点到B点的光线将沿着光程 L 为极值的路径传播。也就是说，光由A点到B点的传播在几何方面存在着无数条可能的路径，每条路径都对应着一个光程值，光由A点传播到B点的实际光路被包含在这些几何上可能的路径之中。任何一条实际的光路，其光程值都有一个共同的特点，即它们均满足极值条件。亦即实际光路所对应的光程，或者是所有光程可能值中的极小值，或者是所有光程可能值中的极大值，或者是某一稳定值。若把任意一条几何上可能的路径记为 l ，则与 l 对应的光程 $L(l)$ 可以用下列方程表示

$$L(l) = \int_l n dl \quad (1-14)$$

对应着不同的路径 l ，光程 $L(l)$ 可能取不同的值。如果广义地把路径 l 看作是自变量，则光程 $L(l)$ 可以视为是 l 的函数。这种形式的函数取极值的条件，就是公式(1-14)所示之积分变为零，即

$$\delta L(l) = \delta \int_l n dl = 0 \quad (1-15)$$

这就是费马原理的数学表达式。

利用费马原理可以直接导出光的直线传播定律。这是因为两点间的路径以直线的长度为最短，故在均匀介质中直线所对应的光程为最小光程。

当光通过两种不同介质的分界面时，利用费马原理也可导出光的反射定律。为此只须证明图1-11中由A点经界面再回到B点的任何一条路径满足反射定律时光程为最小。

在图中，设AOB是满足反射定律的路径，若把B点关于反射面PO之对称点记为 B' ，则易证A、O、 B' 三点共线，且有

$$AO + OB = AO + OB' = AB'$$

又设 O_1 为界面上的任意点，则有

$$AO_1 + O_1B = AO_1 + O_1B' > AB'$$

所以

$$AO_1 + OB_1 > AO + OB$$

这就证明了在一切可能的经界面的折线路径中，满足反射定律的路径之光程为最短。根据费马原理，这条路径就是光由A点经界面再传播到B点的实际光路。

光的折射定律也可以直接从费马原理推导出来。为此只须证明图1-12中一切从A点穿过界面到B点的几何路径满足折射定律时光程为最小。

设任一路径AOB之光程为 L_{AOB} ，则由图1-12得

$$L_{AOB} = nAO + n'OB = n\sqrt{y_1^2 + x^2} + n'\sqrt{y_2^2 + (z-x)^2}$$

如果AOB是光由A点传播到B点的实际光路，则根据费马原理，光程 L_{AOB} 必满足极值条件，

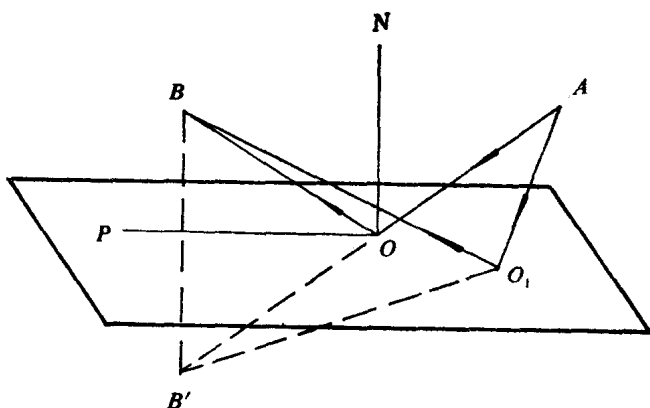


图 1-11

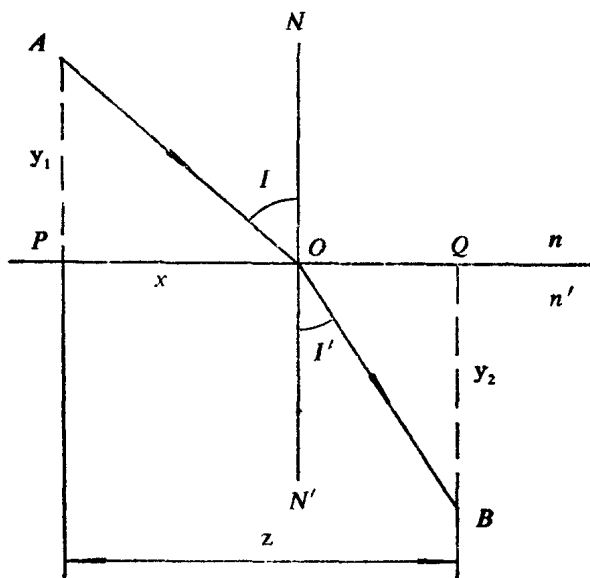


图 1-12

故有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} L_{AOB} &= n \frac{x}{\sqrt{y_1^2 + x^2}} - n' \frac{z-x}{\sqrt{y_2^2 + (z-x)^2}} \\ &= n \sin I - n' \sin I' = 0 \end{aligned}$$

由此得

$$n \sin I = n' \sin I'$$

可见, 由费马原理决定的光路与由折射定律所决定的光路是一致的。

上述讨论的光在均匀介质中的直线传播及在平面分界面上的反射和折射, 都是光程最短的例子。下面我们将说明光线不但按光程极小的路程传播, 也可能按光程极大的路程传播, 或按某一稳定值的路程传播。

如图 1-13a 所示, 设镜面 M 是一旋转椭球面, 入射光线通过一个焦点 F 时, 则不论入射点 $A_1, A_2, \dots, A_i$ 在哪里, 反射光线总是通过另一焦点 F' , 这是因为对椭球面来说, $\overline{A_i F}$ 和 $\overline{A_i F'}$ 都与 A_i 点的法线成等角。根据椭球面的特性, $(\overline{FA_i} + \overline{A_i F'})$ 对于面上任何点 $A_1, A_2, \dots, A_i$ 来说都相等, 因此所有通过 F 和 F' 两点的实际光线的光程都相等。这就是光程为稳定值的一个例子。为了说明光沿最大

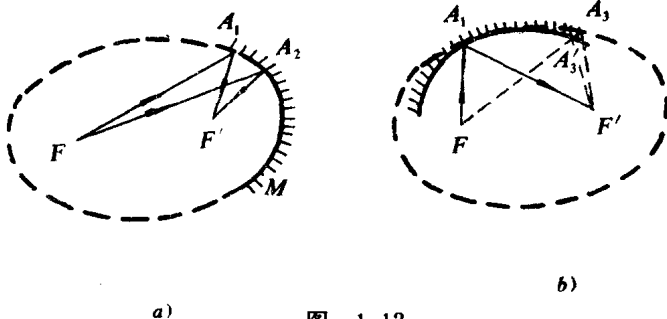


图 1-13

光程所对应的路径传播是存在的, 我们在图 1-13b 中作一个特殊的反射面 $\widehat{A_1 A_3'}$, 其上只有一点 A_1 与椭球相切, 其余各点都在椭球内, 则对于椭球的两个焦点 F 与 F' 来说, 实际反射光路 $\widehat{FA_1 F'}$ 就对应了最大光程。即在图 1-13b 中, 光按光程极大的路程传播。

二、马吕斯定律

马吕斯定律同折反射定律、费马原理一样, 也可作为几何光学的基本定律, 三者间的关系可以互相推导出来。当其中之一作为几何光学的基本定律时, 则其他二者可以作为推论。

马吕斯定律的内容是: 垂直于波面的光线束经过任意多次折射和反射后, 出射波面仍和出射光束垂直; 且入射波面和出射波面上对应点之间的光程为定值。

如图 1-14 所示。设 $O_1, O_2, \dots, O_K$ 表示由 K 个面组成的光学系统, 则根据马吕斯定律有

$$\begin{aligned} n_1 A_1 O + n_1 O O_1 + n_2 O_1 O_2 + \dots + n_K' O_K O' + n_K' O' A_K' \\ = n_1 A_1 E + n_1 E E_1 + n_2 E_1 E_2 + \dots + n_K' E_K E' + n_K' E' A_K' \\ = \text{常数} \end{aligned}$$