

Б. В. БОЛГАРСКИЙ ОЧЕРКИ ПО ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Издание Второе, Исправленное И Дополненное

минск «Вышэйшая Школа» 1979

数 学 简 史

〔苏〕Б. В. 鲍尔加爾斯基 著

潘德松 金 钊译

知 识 出 版 社 出 版

(上海古北路650号)

新华书店上海发行所发行 上海海峰印刷厂印刷

开本 850 × 1156 毫米 1/32 印张 9.25 插页 2 字数 224,000

1984年1月第1版 1984年1月第1次印刷

书号: 13214·1012 定价: 1.15 元

目 录

前 言	(I)
第一章 数学的史前史	(1)
整数、记数法和空间形式概念的起源与发展	(1)
第二章 最初的数学知识积累时期	(12)
古代东方国家数学的发展	(12)
第三章 常量理论的发展时期	(31)
古希腊数学的产生和发展	(31)
古罗马的数学和欧洲数学知识的衰落时期	(75)
中世纪印度数学的发展	(81)
七世纪到十五世纪中亚和近东民族数学的发展	(92)
西欧数学家在数学领域内独立发现的最初时期	(106)
科学和艺术复兴时期	(111)
对数的发展	(128)
第四章 建立变量数学的时期	(137)
十七世纪数学的发展过程	(137)
十八世纪西欧数学分析发展概况	(182)
十八世纪和十九世纪初西欧几何学发展概况	(195)
十九世纪西欧数学发展概况	(204)
第五章 俄罗斯数学的发展	(213)
古俄罗斯的数学	(213)
十八世纪俄罗斯数学的发展	(223)
十九世纪俄罗斯数学的发展	(234)
结束语 略论现代数学	(273)
人名译名对照表	(276)

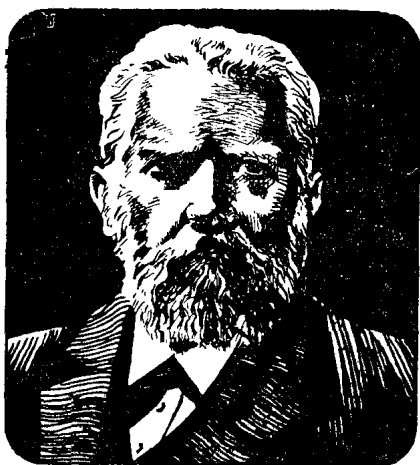
第一章 数学的史前史

整数、记数法和空间形式 概念的起源与发展

数学正如许多其他科学一样，是从离我们极其遥远的人类生存时期开始的，那个时期未曾留下任何书面的文献，因为最基本的数学概念在人类发明记录自己思想的符号之前很早就产生了。然而研究文化落后民族的日常生活、他们的语言和传说，以及研究具有高度文化水平的民族的语言发展和故事，这些研究成果使我们能够断定，由于生产力和生产关系的发展，人们的心理活动也随之发展。同时越来越明显的是，人类以辛勤的劳动，在数千年间形成了数学的基本概念。在我们面前展现出人类逐渐产生的最初、最简单的数学概念，特别是数的概念。

数是我们生活中表示一切数量关系的尺度。因为数量变化在大多数的数学关系中具有重要的意义，我们应该把数量变化这个概念的发展问题，放到研究整个数学概念发展的首位。

然而，人类在何时和怎样才产生出数的概念的问题，依靠间接研究的方法是得不出精确结论的，因为具有高度文明的民族对落后民族的生活进行研究，只是在当落后民族中最落后的已经处于中等野蛮程度时（根据 F. 恩格斯的术语），也就是在他们已经晓得取火和用火，制造初期打猎用的石头武器，发明了弓箭，制作木头餐具和其他器具，以及用简陋小船作为交通工具的时候才开始的。不论研究家们深入到哪里，也不论他们与怎样的部落相遇，他们从每个部落那儿都已经找得出一些数学概念。现代研究家们从事研



B. B. 巴贝宁

究某些文化落后民族的生活状况和日常生活，从他们那儿还能发现一些数学发展的标志，据此我们足以清楚地想象出，人类是怎样逐渐地，一步步地获得了数量关系方面的最初知识的。

个别研究家和旅行者有机会作出的系统观察结果，经过了严格的科学整理。在这方面俄国数学家 B. B. 巴贝宁 (1849~1919)、M. E.

瓦申卡-扎哈尔琴科 (1825~1912)、H. M. 布勃诺夫等的著作起了相当巨大的作用。我们运用这些著作和某些外国著作的结论，就能较可靠地把人类获得的最初的数量规律性方面的知识，即数学知识复原出来。

人类从“多”这个概念中，分出“一”的概念，这被认为是人类经过最困难的阶段才作出的数的概念。分出“一”的概念，想必发生在人类处于低级发展阶段。B. B. 巴贝宁把这种分出解释为，人通常总用一只手拿一件物品，根据他的见解，这便把“一”从“多”中分了出来。因此，巴贝宁认为计数的开端就建立了由“一”和不确定的“多”这两个概念构成的计数法。

例如，曾经生活在巴西的保托库德部落就只用“一”和“多”两个词来表达数（在巴西被占领期间，由于欧洲人对他们的残酷迫害和杀戮，这个部落现在几乎濒于灭绝）。对于数“二”的出现，巴贝宁也解释为可能是由于用双手各拿一件物品。在计算的初级阶段，人们把这个概念与双手中各有一件物品联系起来了。表示“三”的概念时则遇到了难题：人没有第三只手。当人们领悟到可以把第

三件物品放在自己的脚边时，这道难题也就解决了。这样，“三”的特征就是举起双手和指定一只脚。由此比较容易地将“四”的概念区分出来，因为一方面两只手与两只脚形成对照，另一方面能够在每只脚边各放一件物品。在发展计数的初级阶段，人们还绝对不会使用数的名称，在表达数时或者用实际拿在手上或放在脚边的被数物品，或者就靠相应的身体动作和手势。

计数的继续发展，大概与那个时候人类熟悉狩猎和捕鱼等生产方式有关。为了从事这些生产，人们不得不造出简单的工具。此外，人们进入寒冷地带，这就迫使他们制作衣服和创造加工皮毛的工具。

原始公社社会随着对食物、衣服和武器作适当的分配也逐渐缓慢地形成了。所有这些状况迫使人们以某种方式对公共财富进行计算。为占领新领土，他们不得不对与之战斗的敌人的力量和其他等等作出统计。计算的过程已经不能停留在“四”上，应当不断地发展。

在这个发展阶段中，人们已经抛弃了必须将被数的物品拿在手中或置于脚边的做法。数学中发生了第一次抽象，这就是把一些被数物品用另外某些彼此同类的物品或标记来代替：如用小石块、绳结、树枝、刻痕。根据彼此一一对应的原则进行这种计算，也就是给每个被数物品选择一个相应的东西作为计算工具（即一块小石子，细绳上的一个结子等等）。这种计算方法的痕迹至今在许多民族中还保留着。有时候为了不致丢失这些简陋的计算工具（小石块、贝壳、核），而把它们串在细绳或小棒上。到后来就导致创造出至今还有用的更完善的计算工具：俄国算盘和中国人发明的中国算盘。

当人们领悟到离自己最近的和天生的计算器——自己的手指时，计算的发展才大幅度地加快了。可能，第一次用手指计算的行为是用食指去指物品，当时手指起了一定的作用。手指参加计算，

帮助人们越过了数“四”，因为当开始用一只手上的所有手指计算相同的个体时，就能够一下子把数数到五。

计算的继续发展要求计算工具更加复杂，人们在开始使用第二只手的手指时，找到了这方面的出路。尔后又扩展到使用自己的脚趾，因为对不穿鞋子的部落来说，利用脚趾是很自然的事。在此情况下，把这种刻板的计算加以扩充，显而易见，在一一对应时，就产生了同时使用手指和脚趾的可能性，在某些民族中表现出这种情况。

例如，南美洲的印第安人，为了表示数“二十”，就把手指和脚趾合在一起。

在我们所描述的那个时代里，人们经济上的计算，只限于把与敌人交战中缴获的食物和衣服进行分配，之后就没有必要再记住计算时出现的数，所以计算时也就不需要数的名称，而主要是借助于相应的手势进行计算。

比如，分布在印度洋畔孟加拉湾的安达曼群岛上的当地居民（这些居民全被殖民主义者消灭了），没有表示数的词，当要计算时就用这样或那样的手势来作说明。由此可见，用打手势计算就象遗迹一样，长期地保存在许多没有产生口头读数的民族里。

农业成为生产的主要方式时，口头计算才刚刚开始发展。在这个时期逐渐产生了以田地、菜园、畜群为对象的私有财产。土地、家畜的拥有者将牢固地与他的财产联系在一起，于是不仅被迫计算属于他们的财产，而且要记住它们的数目，这种情况推动着人们走上创造数的名称的道路。起初，记忆是用极拙劣的方法：借助被记物品的外表特征恢复记忆。例如，犍牛的拥有者要记住他的一群牲口的数目，是根据一只犍牛是灰色的，另一只是黑色的等特征来记忆的。无疑，当要记住数目较大的物品时，这样的记忆方法就不能适用。

应当承认，要表述几个个体的总和，是数的名称发展的下一个

阶段。例如，表示两个物品的数的名称时，就用“就象我有几只手这样多”这句话来替代，表示数的名称“四”的句子，说成“就象牲口有几只脚那么多”。总之，主要是用人和动物的身体部份作为对一些物品的口头表达。

后来在许多民族中，这些叙述的语句被相应单词的名称所代替。这样一来，这些名称便作为数字巩固下来。例如，数“二”用词“耳朵”、“手”、“翅膀”表示；“四”表示为“驼鸟的脚趾”（四趾的），等等。

手指计算逐渐引起了计算的调整，人们自觉地想法使数的口头表达简单化。例如，应该与表示数“十一”相符的“两只手上的十个手指和一只脚上的一个脚趾”，被简化为“脚的一趾”；为了表示数“二十三”，把“两只手上的十个手指、两只脚上的十个脚趾和别人的三个手指”，简单地说成：“别人的三个手指”。

当时类似的简称导致了划分出更高一级的单位。事实上，诸如此类的名称，如表示五的“手”，表示十的“双手”，表示十五的“一只脚”，表示二十的“人”等等，都是为表示比手指更高一级的单位所用的，而手指起的是低级单位的作用。在这种意义上，表示六的说法“另一只手的一个手指”，可以看作“第二个五个手指中的一个”，或者看成“五与一”，这里一是低级单位，而“五”，即“手”，是高级单位。正是这样，表示十二的名称“一只脚上的两个脚趾”表明，从第二个十个中取出两个一；假如换成这样的句子：“双手与两指”也行，这里“双手”在与手指的关系中起到了高级单位的作用。这样一来，独特的记数法也就已经形成了。

二进位制被认为是最古老的记数法。它出现在人们还没有用手指进行计算的时候，也就是在一只手是低级单位，一双手和一双脚是高级单位之前的时候。我们甚至到今天还可以在高度发展的民族中找到二进位制记数法的痕迹；譬如说，人们有时希望用一双、一对来数数。在古俄罗斯的货币体制中，我们碰到以二和四来

作为货币单位($\frac{1}{2}$ 戈比, $\frac{1}{4}$ 戈比),这也是二进位制的遗迹。澳大利亚和玻里尼西亚群岛的某些民族,至今还保留着二进位制记数法。

例如,在托列斯峡^① 群岛上的某些部落里,只有一——“乌拉勃”和二——“阿柯扎”。就靠这两个数进行计算。在他们的语言中,“三”用“阿柯扎、乌拉勃”表示,“四”是“阿柯扎、阿柯扎”,“五”是“阿柯扎、阿柯扎、乌拉勃”,“六”是“阿柯扎、阿柯扎、阿柯扎”等等。

人们采用手指计算,这就使各种记数法创造出来了。

五进位制被认为是手指记数法中最古老的。这个记数法,据推测起源于美国,并得到充分推广。它在人们运用一只手的手指进行计算的时期就建立起来了。显然,使用这种记数方法,每当一只手上的手指全部数完,某一外部的记号也就形成了。时至今日,在一些部落中还完全地保持着五进位制(例如在玻里尼西亚群岛和美拉尼西亚群岛的居民中)。

记数法沿着两条道路继续发展。没有停留在只用一只手的手指计算的部落,转向利用第二只手的手指,并继而用脚趾来计算。此时一部分部落仍停留在只用双手计算,这就奠定了十进位制记数法的基础。而另一部分部落,想必是大部分部落,推广了用脚趾计算,从而成为建立以二十为基数的记数制的前提。这种记数制主要在北美相当大部分的印第安人部落,中美和南美的土著居民,以及西伯利亚北部和在非洲得到推广。

目前,十进位制记数法在欧洲民族中占优势。然而这并不意味着,这种记数法在欧洲始终是唯一的:某些民族很晚才改用十进位制记数法,而先前用的则是其他的记数法。

在产生二十进位制时,具有 20 个指趾的“人”就成了天然的高一级单位。在这种进位制中,40 表示为“两个人”,60 表示为“三个

^① 托列斯峡是介于澳大利亚北部的约克角半岛与伊利亚间的海峡。连接印度洋和太平洋诸海,宽 170 公尺,属浅水峡,有许多岛屿、岩石、珊瑚礁。——译者注

人”等等。二十进位制有个较大的缺陷：为了用语言表达，对 20 个基数必须有不同的名称。因此，当十进位制在一些部落中发展后，许多运用二十进位制的部落就逐步地采用十进位制，而抛弃了二十进位制。据推测，人们开始穿鞋以后，脚趾被遮起来，不能再用两个十只直接计算，这也促进了由二十进位制向十进位制过渡。在现代，二十进位制在所有民族中都已完全消失了。这种进位制通常归并成十进位制或者五进位制。然而这种进位制的痕迹，甚至在一些文化达到高度发展的民族中，仍然保留在数的名称中。

例如，法国人表示数 80 用单词 quatre-vingts (四倍的二十)，而 90 则用单词 quatre-vingt-dix (四倍的二十与十)。格鲁吉亚人把数 40、60 和 80 称为厄尔姆沃则、萨姆沃则和阿特赫姆沃则，即 2×20 、 3×20 和 4×20 (这里的“沃则”就是 20，“厄尔”就是 2，“萨姆”就是 3，而“阿特赫”就是 4)。数字 30、50、70 和 90 称为沃则达基、厄尔姆沃则达基、萨姆沃则达基和阿特赫姆沃则达基，也就是 $20 + 10$ 、 $2 \times 20 + 10$ 、 $3 \times 20 + 10$ 和 $4 \times 20 + 10$ 。

某些部落用来作为计算工具的不是手指本身，而是它们的关节。在这种情况下，这样的计算有时也会有效地发展，并且形成严整的系统。这种计算过程是这样进行的：一只手上的大拇指是这只手上其余手指关节的计数器；因为在这只手上其余四个手指中每一个手指上各有三个关节，所以在最后的关节数 12 的后面是高级单位，这就形成了十二进位制记数法。有时候这个过程不是停留在十二进位制上，而是继续下去，并且另外一只手上的每个手指也作为高级的单位，即 12，于是数完第二只手上所有的手指以后，建立起新的高级单位 12×5 ，也就是 60。可能是这种类型的计算促进了建立六十进位制记数法，这种记数法在古代巴比伦广为流行，并在稍晚的时候流传到别的民族。不过，关于六十进位制记数法的起源，存在着另一种可能是有足够根据的意见。在下一章里，我们将会接触到这个问题。

十二进位制和六十进位制记数法的痕迹直到现在仍然有所保留。只要想一想一昼夜钟点的计算,用度、分、秒测量角度,在革命前的俄国实行过的打和罗^①的计算就明白了。

这样逐渐地在经济性质要求的影响下,人类慢慢地创造出计算的方法,最后达到了严整的程度。后来,这个方法在尚未成为现代数学所使用的方法的时候,得到不断的完善和简化。

人们的积极劳动,生产力和生产资料的发展,迫使人们将初等计算与自己增长着的需求和智力的发展相适应。在这种初等计算的基础上,生活现象数量方面的表达者和发展人类文化技术忠实的同路人——现代宏伟的数学大厦落成了。

* * *

如果说,劳动过程的发展和财产的出现,迫使人们发明数和数的名称,那么人们经济需求的增长,更引导人们对数的概念日益扩大和加深。当具有或多或少要求统计财富和建立税收制度的复杂国家机器的国家出现时,以及当商品交换转入用货币进行贸易的发展阶段时,就这个意义上来说,数的概念出现了特别大的发展。一方面引起了书面数字的产生,另一方面计算业务开始发展,也就是出现了数的运算。

上面我们已经讲过,早在远古时代就已产生了数的某种记录:所有这些结子、刻痕、串在细绳上的贝壳,不外乎是记录数的萌芽。但是,当贸易规模扩大时,开始出现了巨大的数,就不可能用这种以物计数的方法表达巨数。同时贸易业务要求计算更加复杂:出现要求几个数的和,进行减法、乘法和除法运算;用以前的原始方法进行这类计算已经感到不方便。这时候人类就逐步地过渡到书写数。

此外应当指出,在人们的生活需求普遍增长的同时,人类社会中紧密依赖于生活的要求也普遍增长,除数和计算以外,还逐渐发

^① 罗——商业用语,一罗即十二打。汉字译自英语 gross。——译者注

展着思维和实践活动的另一个分支，这个分支成为进一步发展数学知识的基础，这就是人们发明了各种度量和测量方法。如果数的概念促进了数学的一个主要分支——分析的发展，那么人们对周围的物体及其形状的观察和各种测量方法的发展，都促进了数学的另一个分支——几何学的产生。

我们已经简要地探讨了作为分析基础的数的概念的产生，至于说到产生几何性质的概念，那么首先应该指出，人们对周围物体各种各样的形状的认识，具有头等重要的意义。几何概念起源的历史，就它的性质而言，俨如产生数和计算的历史。产生最初的空间形式是在史前时期。每个人从自己一诞生起就处在极其丰富的大自然环境之中；在与大自然的直接接触中，他不由自主地开始感到每个物体的个别特性。人们从这种环境中采用了最初的几何形式和最初的几何图形。他们不得不在数百万次来往中力求发现最短的道路，就这样人们渐渐地产生了直线的概念。当人们不得不制造最简单的打猎武器——绷紧绳子的弓时，直线的概念就更为明确了。每当人们不得不经常在开阔的牧场上和草原上时，在他们的视野中展现出天空与大地的分界线，这就在无意之中形成了圆周和以它为界的圆的概念；他们还在其他情况下遇到过这样的轮廓：如势必看到天上太阳和月亮的圆盘，而后来正是他们制成了圆形的车轮和器皿。因此，人们在制造日常生活中必不可少的物品时，逐渐地熟悉了他们努力模仿的各种形状。确实，这些形状，在大自然中是见不到的，然而它们作为完美正确的几何图形，被铭记在人们的意识里，类似的概念帮助人们记住它们，在制作日常用品时，帮助人们顺利地把它们生产出来。从周围世界中抽象出来的这类概念是最初的几何概念，并且人们为这些概念所起的名称使用了很长时间，有些至今还在应用。如采用于周围大自然的标准器^①，人们在建筑住宅，在用粘土制作必备的器皿，为制造狩猎和

① 即用于计算度量单位的器具。——译者注

捕鱼用的原始工具等等时无数次地使用它。在安排住所时，人们必须削平和排齐石头，在安排围栅的时候，必须划定直线。这一切产生了变直和直线的综合概念。制作粘土器皿促进了对变成圆形的理解。建筑住宅和制作器皿同样也促进了理解空间体的概念。这样，人们最初的几何概念基本上不是靠对周围客体简单的直接观察，而是借助于满足自身最必须的生活要求的实际活动产生出来的。甚至在许多情况下，自古以来保留在几何学里的术语都可证明这一点。

例如单词“点”——几何学中的基本概念——是从拉丁语“pungo”翻译过来的，意思是“刺”，“触动”，医学术语“穿刺术”^①也由此产生。单词“线”来自拉丁语“linea”，意思是“亚麻”，“麻线”；有时候这个词作为“直线”理解，并从这里产生了画直线所用的工具的名称“尺”^②。还可以举出一系列显然合乎实际来源的，保持到今天或过去曾使用过的术语。例如，从希腊语译来的词“сфера”就是“球”；“куб”就是“骰子”，它具有立方体的外形；“пирамида”（棱锥）是埃及词，埃及人用这个词来称呼他们所建造的法老^③们的金字塔式的大坟墓。

为了建造日常生活中需要的物体——住房、生产工具和其他等等，人们不得不采用已经掌握的形状，所以就产生了确定这些形状大小的要求。这样人们就得出了初步的长度、重量和容量的度量。

当然，对人来讲，最初的长度测量与他的身体部份的大小有联系。比如，为了测定长度，成年男子的步子被当作最通行的测量单位。要知道，直到今天我们还时常用脚步来测量距离。如果必须测量一些体积不大的物体，那么人就要如同在计算的情况下一样，

① “穿刺术”——俄语为“пункция”，取自拉丁语“pungo”。——译者注

② “尺”俄语为“линейка”，来自拉丁语“linea”。——译者注

③ 法老(фараон)——古代埃及皇帝的称号。——译者注

动用自己的手和脚帮忙。这时候手指的厚度、大拇指关节的长度、手掌的宽度,大拇指与食指或者中指顶端之间的距离、手的肘到指尖的长度、脚掌的长度等等,都是测量的单位。

数的写法和度量单位体系的发展,始终是与民族文化水平的普遍提高同时发生的,因此这方面的发展在那些沿着国家化的道路很快发展的国家里颇为迅速。

第二章 最初的数学知识积累时期

古代东方国家数学的发展

在全世界人们中，发展他们的经济和政治生活条件最有利的，是居住在欧洲、非洲、亚洲三个大陆交界处的人们，还有居住在印度半岛和现在中国境内的人们。这些地方的自然条件千差万别。这些国家的海岸线，有的曲折蜿蜒，更有海湾相间，有时却非常平坦；有些海岸附近有大群岛屿，有些地方在千里海疆之滨却只有苍茫海水和辽阔蓝天；干旱的沙漠与肥沃的河谷相间；大陆时而被山脉切断，时而是绵亘数百公里的草地和多沼泽的平原。这种形形色色的自然条件，导致对生产力和相应的社会日常生活发展的考察，也同样是千差万别的。

远古时代人们还未掌握足够发达的技术，也不能控制大自然，人们的生活在颇大程度上依赖于周围环境。然而，即使那时，自然条件也并不能够在社会制度的发展中起决定性作用，自然条件只能有利或者相反地阻碍社会形式的发展，加速或者延迟这个过程。但是，毫无疑问，自然条件在古代人们的经济生活中，在他们建立首批统一国家的初期，在把人们复杂关系的各种表现连成一个整体时，有着很重要的作用。

在中国、古代的巴比伦、埃及、印度地区，在很久很久以前，人类的劳动已经得到一定的区分：富庶的牧场招引来大批的游牧民族从事畜牧业。肥沃的河谷自古以来是原始耕作的发源地，山区的高地为人们提供了发掘出来的财富，沿海一带帮助了航运和贸易得到早期的发展。

劳动的区分完全与民族部落的区分相适应。在民族和劳动的复杂环境里，部落的交叉，语言的相互作用，这些都是促进人类文化发展，同时也促进国家发展的极为有利的条件。这些地方比世界上其他地方更早地开始了原始共产主义分化的过程。农业贸易相当迅速的发展，以及各种不同民族固有的相互关系和劳动的各种形式所代表的相互关系，在颇大的程度上促进了这个过程，为劳动的分工和增加产品的积累创造了条件。所有这一切导致北非洲的河谷地和与它接壤的亚洲部分，以及现在的印度和中国的地方，形成第一批阶级社会——奴隶社会。

古代巴比伦的数学

古代巴比伦国家的位置，在美索不达米亚最靠近底格里斯河和幼发拉底河河床的地方。这个国家主要的城市巴比伦是在幼发拉底河岸上。巴比伦国家建立于公元前十九世纪，它是一个奴隶制国家。

巴比伦曾把人工灌溉作为农业的基础，因此需要建立复杂的下水道系统和它的管理制度。土地归帝王所有，只让农村公社或者自由的村民耕种。但是，帝王有权把部分土地赠送给自己的达官贵人，由于这个原因，出现了部分大地主。

巴比伦国家的兴盛是在公元前十八世纪下半叶。在这个时期，国家作为最大的土地所有者，特别关心灌溉系统的发展：采取了清理灌溉渠的措施，制造抽水机，并在全国领土上均匀地扩充灌溉。农业产品（谷物、水果、牲畜）成为输出给近邻国家的物品，贸易发展起来了，同时也带来了高利贷的发展。沉重的奴隶劳动是国家经济和私人经济的基础。

农产品的丰富首先促进了贸易的发展。此外，巴比伦的中心位置，处在通航出海的河岸边，以及从巴比伦出发通往伊朗和埃及驮运货物的商队都有利于贸易的发展。

在公元前 689 年，巴比伦城曾经被亚述国王西纳赫里勃所毁坏，他的继承者阿萨尔哈顿在公元前 680 年重新建设，在布尼甲尼撒二世（公元前 604～前 562 年）统治下的这个城市，达到了高度的繁华。公元前 331 年巴比伦被马其顿的亚历山大占领，然后在公元前 312 年交给他的继承者谢列夫克，他把城市里的大部分居民流放出去。从这时起，巴比伦丧失了自己占优势的地位，直到公元前二世纪彻底毁坏为止。

巴比伦在其最发达的时期，发展了工业和商业。除了自给自足的产品外，还从这里输出地毯，毛织品和麻织品，用象牙制造的项链，手镯，宝剑，梭镖，香料，家庭日用品。

商业的兴盛带来了货币制度的发展。开始时，把谷物或者银器作为货币单位。国家征税，或者用实物，或者用银器。后来逐渐开始用银币代替货物和征税的支付方法，经过这种方式完善了货币制度。已经发展的贸易要求整个测量单位制度更为准确，因此在巴比伦建立了类似于我们现在的米制的测量单位制度，只是作为这个测量单位制度基础的不是数字 10，而是 60。这个制度完全能胜任巴比伦人测量时间和角度。我们继承了巴比伦人划分时间和角度的方法，即 1 小时、1 度等于 60 分，1 分等于 60 秒。在重量单位制度方面，发现某些不符合这种原则的办法：1 个塔兰（*талант*）^①包含 60 米那^②（*мина*），1 米那等于 60 赛克尔（*сикль*），1 赛克尔等于 180 微量，改换成我们的计算，1 个微量大约是 10 克。巴比伦人所使用的长度单位更小。

研究者以各种方式说明，巴比伦人的 60 进位制，首先考虑到以 60 为基数较为方便，它是 2、3、4、5、6、10、12、15、20、30、60 的倍数，在很大程度上可以使计算简化。不过也有人认为，巴比伦人的

① 塔兰是古希腊的重量单位；又为货币单位；亦为现代希腊的重量单位，一塔兰等于 150 公斤。——译者注

② 米那是古代欧亚非许多地区的重量单位，各地标准不同，约合 300～1000 余克不等。——译者注