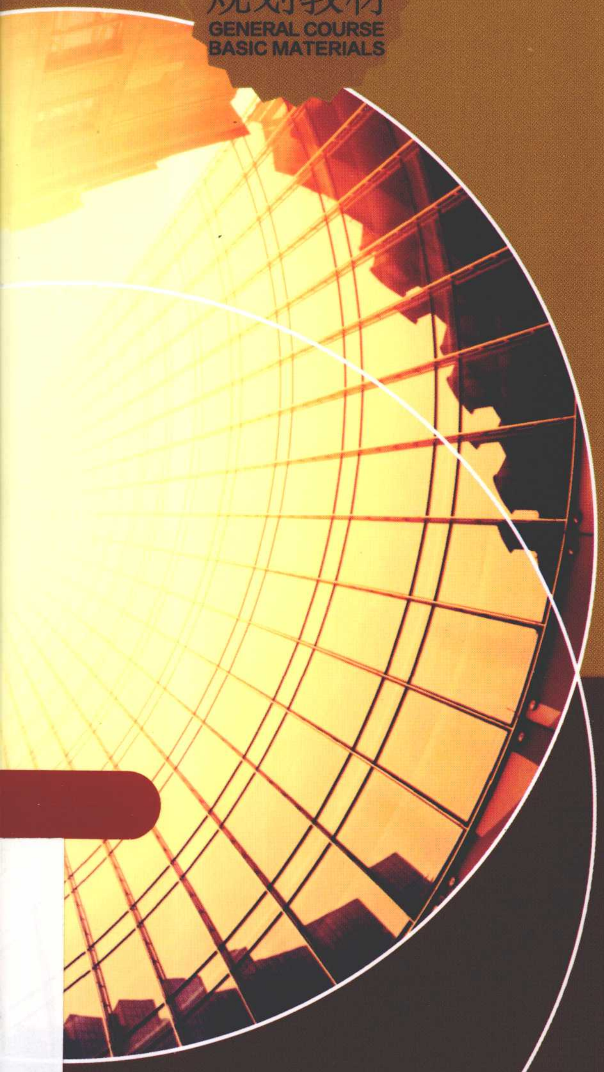
公共课程
规划教材
GENERAL COURSE
BASIC MATERIALS



Mathematics

高等应用数学（经管类）

伊 兰 主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

"十二五"高等学校公共课程规划教材

高等应用数学（经管类）

伊　兰　主　编
唐春霞　王爱霞　副主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本教材以培养经管类应用型人才为目标，主要内容分为微积分、线性代数、概率论与数理统计三大模块。第一模块为微积分，主要介绍一元函数微分学和积分学；第二模块为线性代数，主要介绍行列式、矩阵及解 n 元线性方程组；第三模块为概率论与数理统计，主要介绍随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征及参数估计与假设检验。

本教材的特点是：采用案例引导，由问题引出数学知识，然后将数学知识应用于处理一些经济、管理问题，案例生活化、通俗化，增强可读性，可使学生将数学知识与实际生活联系在一起。

本教材在各模块中简单介绍了数学软件(Mathematica)的数值功能和图形功能，让学生借助计算机形象地演算一些概念和验证一些基本结论，使学生从感官上更形象地理解所学的数学知识，加深对数学基本概念的认识和理解，这部分可作为选讲内容。

本教材适用于经管类本科院校学生使用，也可供高职高专院校经管类专业学生参考选用。

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学：经管类/伊兰主编．—北京：中国铁道出版社，2013.2

“十二五”高等学校公共课程规划教材

ISBN 978-7-113-15846-0

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①伊…　Ⅲ.①应用数学-高等学校-教材　Ⅳ.①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 015607 号

书　　名：高等应用数学(经管类)

作　　者：伊　兰　主编

策　　划：巨　凤　　　　**读者热线：**400-668-0820

责任编辑：王占清　何　佳

封面设计：一克米工作室

责任印制：李　佳

出版发行：中国铁道出版社(100054，北京市西城区右安门西街 8 号)

网　　址：http://www.51eds.com

印　　刷：北京昌平百善印刷厂

版　　次：2013 年 2 月第 1 版　　2013 年 2 月第 1 次印刷

开　　本：787mm×1 092mm　1/16　**印张：**17.5　**字数：**401 千

印　　数：1~3 000 册

书　　号：ISBN 978-7-113-15846-0

定　　价：38.00 元

序

“走入校园，是为了更好地走入社会”是北京吉利大学董事长李书福先生提出的大学使命。“311”培养理念，是强调学生在校期间要学会基础知识和基本技能，在这一思想理念的指导下，我们基础教学部编写了这套“‘十二五’高等学校公共课程规划教材”，具体包括《职业规划与就业指导》、《高等应用数学（经管类）》、《大学实用语文》、《大学实用体育教程》等系列教材。

其主要特点，一是教学内容更加贴近“实用”二字，体现在教材内容上增加了许多与专业相关的实例，为学生的后续专业课学习打下相应的基础，提高学生对基础课重要性的认识；二是紧密结合当前社会实际，力争做到“与时俱进”，在系列教材的内容选编上注重提升与学生就业、工作岗位相关的内容，相应减少了一些过于深奥和实际应用偏少的内容；三是内容以大学本科教育为主，兼顾专科培养计划为辅；在使用上，建议本科培养完成全部教材内容，专科则可以针对具体情况选用。

基础课在大学教育中的重要性早已被国内外教育界认可，并有了十分厚重的理论积淀。我国建国几十年的经验也表明，基础课对于提高大学生的基本素养和后续课程的学习有着十分重要的意义。但是在当今知识经济的大背景下，大学课程所要承担的教学内容越来越多，特别是国内许多企业要求学生具备更多的专业工作技能，使得学校不得不增加技能培养的教学内容，因此对基础课的要求也日益趋向于更紧密衔接专业课程，甚至要求直接添加与专业相关的内容。这样，对讲授基础课的教师和所使用的教材就提出了严峻的挑战，即要求我们一线老师需要学习和了解各不同专业的学习内容，尽可能多地采用各专业的实际案例，在这方面我们做出了不懈的努力，但是也还有待于进一步探索和提高。

在本系列教材的编写过程中，我们结合了多年的教学经验，与大量各专业的多位教师和企业的专家进行了深入研讨，在此基础上编写的教材又经过了一至两年的试用，现由中国铁道出版社正式出版。

在这里，要感谢对本系列教材提出宝贵意见的各位同仁，也欢迎读者提出中肯的批评和建议，以使得本系列教材的水平在再版时能有一个较大的提高。

孙旭原

2012 年 12 月

前言

数学是一个古老而深奥的学科，有精细的符号和规则系统，有严谨完备的科学体系。但有一个应该引起注意的问题是，学校的老师和学生在经意和不经意间，正逐步将这一学科仅仅教授成一些规则和步骤，从而忽略了数学本身的实际价值。有一个观念应该被重视而且推广，即应用是数学之本。

本教材以培养应用型人才为目标，主要内容分为微积分、线性代数、概率论与数理统计三大模块，将数学基本知识和数学实践有机融合，采用案例引导，由问题引出数学知识，然后将数学知识应用于处理一些经济、管理问题，用实例和示例加深对概念的理解和运用，案例生活化、通俗化，增强可读性，可使学生将数学与实际生活联系在一起。

通过本书学习，学生将理解数学可以如何运用于实际，使学生提高对数学的学习兴趣，培养定量化分析解决实际问题的思维意识。本书中，我们针对不同的专业需求，建立数学模块，为专业课及后续知识的学习，奠定所需的、必备的数学基础。我们依据“以应用为目的，以必需够用为度”的原则，体现“数学为本，经济为用”的经济数学特点。

本教材（内部试用版），2011—2012 年通过在吉利大学金融学院“经济数学”课程四个学期的试用，得到了学生的认可。本书由伊兰任主编，唐春霞、王爱霞任副主编。其中预备知识、第 1 章、第 2 章由伊兰编写，第 3 章、第 4 章由王爱霞编写，第 5 章、第 6 章由陈湘华编写，第 7 章、第 8 章由文秋利编写，第 9 章、第 10 章由赵秀菊编写。在试用的两年期间，我们将教材初稿的部分内容进行了较大修改和调整，主要是第三模块概率论与数理统计部分的内容由唐春霞老师重写，保留了原稿中精华的部分，增添了新的案例和内容；程巧华对第二模块进行了一些修改，许琦对第一模块进行了一些修改并协助伊兰做了教材的整理工作。

在本教材的编写过程中，得到了吉利大学基础部主任孙旭原的极大支持和关怀，北京航空航天大学博士生导师王青云教授的指导和帮助，在此一并表示感谢。

限于编者水平，且数学课程和教材内容的改革还需深入，本教材如有不当之处，恳请同行教师和读者不吝赐教，批评指正。

编　者

2013 年 1 月

目 录

第二模块　线性代数

第三模块　概率论与数理统计

预备知识

一、实数

由于本门课程,主要是在实数范围内研究微积分、线性代数、概率统计等问题,本部分主要复习与实数有关的一些基础知识.

实数概念:实数按照以下方法分类,形成实数系表.

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\ \text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

实数由有理数和无理数组成.

有理数——能表示为两个整数相除形式的数(包括整数、分数);

无理数——无限不循环小数,即不能表示为两个整数相除形式的数.

二、绝对值

1. 数轴与绝对值

规定原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴.

数轴上的 O 表示原点,原点右边的点表示正数,原点左边的点表示负数. 数轴上的点与全体实数是一一对应的.

绝对值:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0 的绝对值是 0. 即实数 a 的绝对值为

$$|a| = \begin{cases} a & \text{当 } a \geqslant 0 \\ -a & \text{当 } a < 0 \end{cases}.$$

例如, $|-19| = 19$, $|3.62| = 3.62$, $|0| = 0$.

2. 绝对值的几何意义

一个数的绝对值,就是数轴上表示这个数的点到原点的距离,记为 $|a|$,如图 0-0-1 所示.

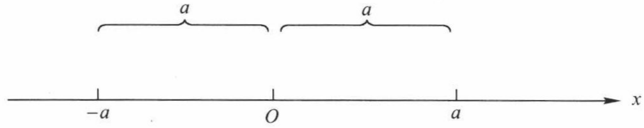


图 0-0-1

3. 绝对值的性质

设 a、b 为任意实数,则有以下性质:

(1) $0 \leqslant |a|$;

(2) $-|a| \leqslant a \leqslant |a|$;

(4) $|ab| = |a|\,|b|$;

(5) $|a+b| \leqslant |a| + |b|$;

(3) $|-a|=|a|$；　　　(6) $|a-b|\geqslant|a|-|b|$.

特别地，任何一个实数绝对值等于该实数平方后的算术平方根，即 $|a|=\sqrt{a^2}$.

三、集合与区间

集合与区间是经济数学中基本的概念．在学习微积分和概率论中一些章节的内容时，将涉及集合和区间的有关知识．

1. 集合的基本概念

集合——具有确切含义的若干事物的全体．

元素——组成集合的事物．

用 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，用 $a,b,c,\cdots$表示集合的元素．下面为几个特殊的集合：

$\mathbf{N}$——自然数集合，$\mathbf{Z}$——整数集合，$\mathbf{Q}$——有理数集合，$\mathbf{R}$——实数集合．

且有 $\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}\subset\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}$.

集合的表示方法：

列举法——列出集合的所有元素，并用花括号括起来．

例如：$A=\{a,b,c,\cdots,z\}$.

描述法——将集合中元素的共同属性描述出来．

例如：$B=\{x\mid x^2-1=0,且\ x\in\mathbf{R}\}$.

空集——不含任何元素的集合，记作$\varnothing$.

例如：$\{x\mid x^2+1=0,且\ x\in\mathbf{R}\}=\varnothing$.

因为 $x^2+1=0$ 无实数解，所以它的实数解集是空集．

全集——在一个具体问题中，如果所涉及的集合都是某个集合的子集，则称这个集合为**全集**，记作 U.

2. 区间

设 $\mathbf{R}$ 为实数集合，$a,b\in\mathbf{R}$，且 $a<b$，有限区间包括以下几种：

开区间：表示为(a,b)，满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合，即$(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$，如图 0-0-2 所示．

图　0-0-2

闭区间：表示为$[a,b]$，满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，即$[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$，如图 0-0-3 所示．

图　0-0-3

半开区间：表示为$[a,b)$或$(a,b]$，满足不等式 $a\leqslant x<b$ 或 $a<x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，即$(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$，如图 0-0-4 所示．

图　0-0-4

$[a,b)=\{x \mid a\leqslant x<b\}$，如图 0-0-5 所示 .

图 0-0-5

区间长度：有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b-a$. 几何上表示点 a 与点 b 之间的线段长度，开区间不包括端点，闭区间包括端点 .

引入记号 $+\infty$（读作“正无穷大”）和 $-\infty$（读作“负无穷大”），可以有以下几种无限区间

$$(a,+\infty)=\{x \mid a<x\},[a,+\infty)=\{x \mid a\leqslant x\},$$
$$(-\infty,b)=\{x \mid x<b\},(-\infty,b]=\{x \mid x\leqslant b\},$$
$$(-\infty,+\infty)=\{x \mid -\infty<x<+\infty\}，\text{即实数集合}.$$

3. 邻域（点 x_0 的 δ 邻域）

在数轴上以点 x_0 为中心，长度 δ 为半径的开区间

$$(x_0-\delta,x_0+\delta)=\{x \mid |x-x_0|<\delta,\delta>0\}$$

称为点 x_0 的 δ 邻域，记为 $U(x_0,\delta)$ 或 $U(x_0)$.

将 $(x_0-\delta,x_0)$ 和 $(x_0,x_0+\delta)$ 分别称作点 x_0 的**左邻域和右邻域**. 一般地，δ 是一个很小的正数 . 称区间 $(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)=\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta,\delta>0\}$ 为点 x_0 的 **δ 空心邻域或去心邻域**，记为 $\mathring{U}(x_0,\delta)$ 或 $\mathring{U}(x_0)$.

例如，$|x-3|<2$，是以点 $x_0=3$ 为中心，半径长度为 2 的邻域，即开区间 $(1,5)$；而 $0<|x-3|<2$ 是以点 $x_0=3$ 为中心，长度为 2 的空心邻域，即开区间 $(1,3)\cup(3,5)$.

四、连加号与连乘号

1. 连加号

$\sum\limits_{i=1}^{n} a_i=a_1+a_2+\cdots+a_n$ 表示 n 个数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 之和 . 连加的结果与脚标选用的记号无关，即 $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i=\sum\limits_{j=1}^{n} a_j$. 有如下熟知的公式

$$\sum_{i=1}^{n}[a_1+(i-1)d]=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d,\ \sum_{k=1}^{n}a_1q^{n-1}=\frac{a_1-a_1q^n}{1-q}(q\neq1).$$

2. 双重连加号

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}=(a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n})+(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{2n})+\cdots+(a_{m1}+a_{m2}+\cdots+a_{mn}).$$

显然，两个连加号可交换：$\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}=\sum\limits_{j=1}^{n}\sum\limits_{i=1}^{m}a_{ij}$.

3. 连乘号

$\prod\limits_{i=1}^{n} b_i=b_1\cdot b_2\cdot\cdots\cdot b_n$ 表示 n 个数 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 之积 . 特别地

$$n!=n\cdot(n-1)\cdot\cdots\cdot1=\prod_{k=1}^{n}k,$$

读作 n 的阶乘或者 n 阶乘．又明显地，$\prod_{i=1}^{n} a^{i} = a^{\frac{n(n+1)}{2}}$．

五、排列数与组合数

1. 排列数 $P_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$表示从 n 个不同对象中选出 k 个排成一列的方法数;组合数 $C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot \cdots \cdot 1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$表示从 n 个不同对象中选出 k 个的方法数,明显地,$P_n^k = k! C_n^k$,两者的差别在于是否强调对象的次序.

2. 我们有公式 $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$,这是著名的“杨辉三角”(二项展开式系数 C_n^k的数字生成方式)的来由.