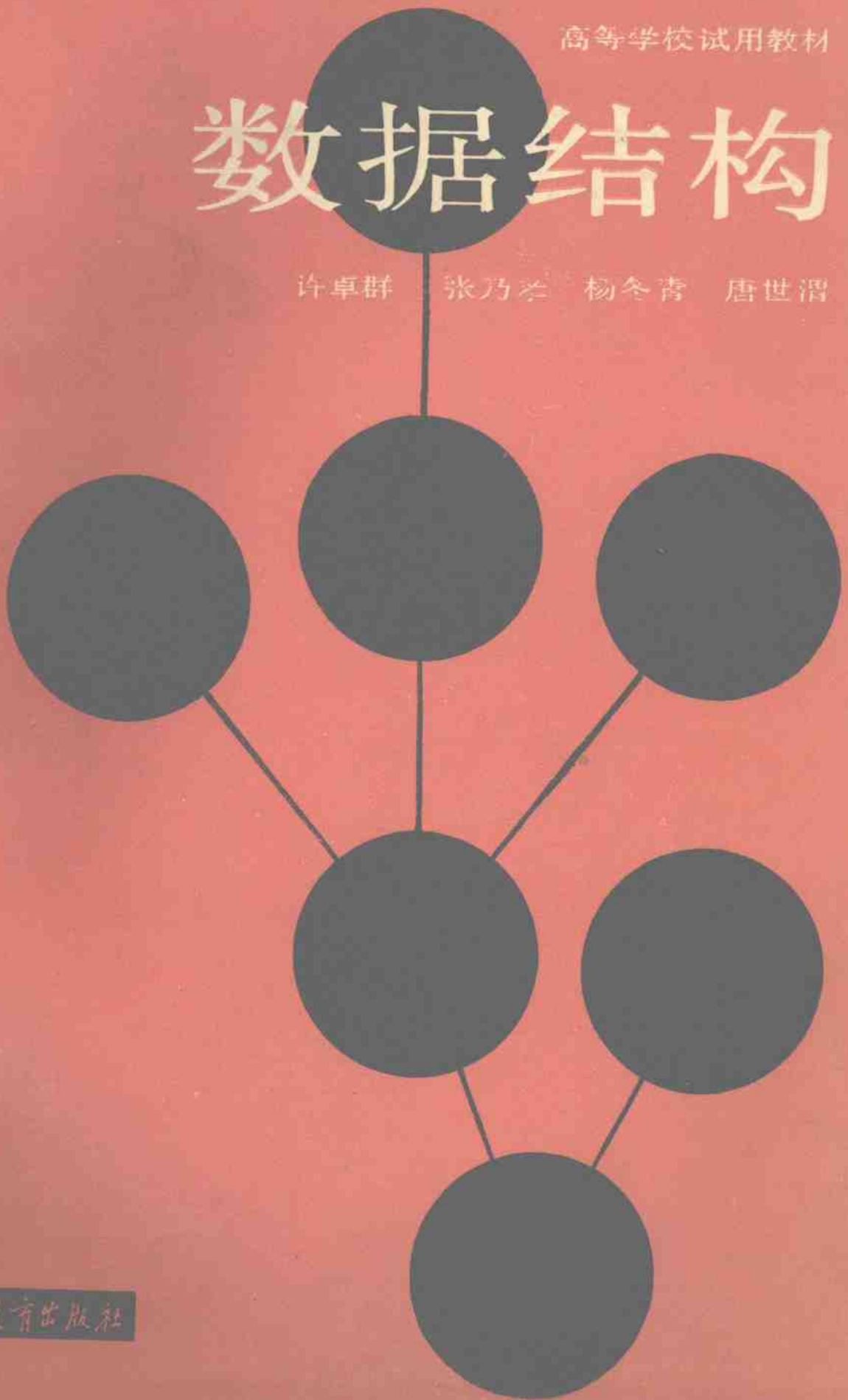
高等学校试用教材

数据结构

许卓群　张乃孝　杨冬青　唐世渭



高等教育出版社

高等学校试用教材

数 据 结 构

许卓群　张乃孝
杨冬青　唐世渭

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是根据原教育部颁布的高等院校计算机软件专业数据结构课程教学大纲编写的教材．全书系统地介绍了各种常用的数据结构．内容丰富，概念讲解清楚，叙述严谨流畅，逻辑性强．书中对给出的每一种算法，均先描述了它的基本思路和要点，使得算法清晰易读，便于学生理解和掌握．有较丰富的例题和习题．

本书可作为高等院校计算机软件专业的教材或参考书，也可供广大从事计算机软件工作的科技人员自学参考．

本书由吉林大学庞云阶先生、刘大有先生，山东大学蓝继润先生审阅．

责任编辑：刘建元

高等学校试用教材

数 据 结 构

许卓群　张乃孝　杨冬青　唐世渭

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16　印张 20.5　字数 467 000

1987 年 5 月第 1 版　1987 年 5 月第 1 次印刷

印数 00 001—15 350

书号 13010·01388　定价 3.50 元

前　言

《数据结构》是计算机软件的一门基础课程．计算机科学各领域及有关的应用软件都要用到各种数据结构．语言编译要使用栈、散列表及语法树；操作系统中用队列、存储管理表及目录树等；数据库系统运用线性表、多链表及索引树等进行数据管理；而在人工智能领域，依求解问题性质的差异将涉及到各种不同的数据结构，如广义表、集合、搜索树及各种有向图等等．数据结构课程的目的是介绍一些最常用的数据结构，阐明数据结构内在的逻辑关系，讨论它们在计算机中的存储表示，并结合各种典型应用说明它们在进行各种运算(操作)时的动态性质及实际的执行算法．这样，不仅为读者学习后续软件课程提供了必要的知识准备，而且更重要的是进一步提高软件设计和编程水平．通过对不同存储结构和相应算法的对比以及上机编程练习，增强读者根据求解问题性质选择合理的数据结构并控制求解算法的空间、时间复杂性的能力．

本书是依照1983年原教育部部属高等院校计算机软件专业教学方案《数据结构》课程大纲编写的，要求读者对程序语言，如 PASCAL 语言具有必要的准备知识和上机经验．全书共分十八章及一个附录，大体上可看成为由四个部分组成，基本的线性结构及有关的典型应用是第一部分(第二章到第六章)；具有广泛应用价值的树形结构在第七章至第十一章讲述．这两部分占据了本书的主要篇幅．第十二章及第十三章介绍复杂数据结构，如图、稀疏矩阵及广义表等．一般来说，以上各章都是以假设数据全部在主存储器中存储(按字随机访问)为基础的．有关外存储器中的数据结构和文件组织放在第四部分，在第十四章到第十八章另作讨论，它们将涉及以页块为单位进行访问的外存储器和相应的常用数据结构．在内容上这一部分与后续的课程(操作系统、数据库系统)会有一定的重叠，讲授时可酌情取舍．

从教学改革的要求来看，作为必须讲授和最低教学要求部分，全书还有待进一步精选，书中相当一部分(如有*号的章节)可以只作为学生阅读参考之用，不作要求．应该鼓励学生分析和改进算法，提出新的算法，特别是实际编程实现各种算法．强调多做各章所附习题和上机练习的重要性．

本书是编者从一九八〇年以来为软件专业历届编写的数据结构讲义经多次修改而成的．由于水平所限，本书一定还存在不少问题，热诚希望读者指正．书中的各个实现算法虽经历届学生在课程中和毕业论文中进行过分析和上机检验，但还会存在软件故障性的错误，希望读者在发现后向我们指出．本书的最后修订稿是合作完成的：线性结构(第一部分)及第十三章由张乃孝同志执笔；树形结构(第二部分)及图(第十二章)由杨冬青同志执笔；第四部分及本书概论由唐世渭同志执笔．许卓群同志在讲义整理过程中对各章作了详细的修改．

许卓群　张乃孝　杨冬青　唐世渭

85年2月于北京大学

目　录

第一章　概论……1
§1　为什么要学习数据结构……1
§2　什么是数据结构……2
§3　数据的逻辑结构……3
§4　数据的存储结构……7
§5　数据的运算……9
*§6　数据结构的选择和评价……13
习题……15

第一部分　线性结构

第二章　顺序表……16
§1　向量……16
§2　栈……21
*§3　栈的应用——计算表达式的值……24
§4　栈与递归……29
§5　队列……35
*§6　限制存取点的表……39
习题……40
第三章　链表与动态存储管理……42
§1　单链表……42
§2　栈和队列的链接存储表示……45
§3　可利用空间表……47
§4　线性表的其它链接存储表示……50
§5　存储管理问题概述……57
§6　存储的动态分配和回收……59
*§7　伙伴(BUDDY)系统……67
习题……75
第四章　串 (STRING)……76
§1　基本概念……76
§2　串的存储表示……77
§3　串的运算……80
*§4　模式匹配……84
习题……92
第五章　内排序……93
§1　基本概念……93
§2　插入排序……94
*§3　选择排序……101
§4　交换排序……103
*§5　分配排序……108
§6　归并排序……112
习题……115
第六章　线性表的检索……117
§1　基本概念……117
§2　顺序检索……117
§3　二分法检索……118
§4　分块检索……121
§5　散列表的检索……122
§6　基于属性的检索……132
习题……135

第二部分　树形结构

第七章　树形结构的概念……137
§1　树的概念……137
§2　二叉树的概念……139
§3　树的二叉树表示……140
§4　周游树形结构……142
习题……144
第八章　树形结构的存储……146
§1　链式存储……146
§2　穿线树……148
§3　顺序存储……154
习题……159
第九章　二叉树周游算法……160
§1　使用栈的周游算法……160
§2　逆转链的周游算法……162

*§3 Robson 周游算法……164
*§4 Siklóssy 周游算法……166
习题……168
第十章 树目录……169
§1 二叉排序树……169
§2 最佳二叉排序树……172
§3 平衡的二叉排序树……180
*§4 字符树……186
习题……193
*第十一章 树形结构的其它应用……194
§1 Huffman 算法及其应用……194
§2 堆排序……198
§3 决策树……203
§4 博弈树……206
习题……212

第三部分 复杂结构

第十二章 图……213
§1 图的概念……213
§2 图的存储表示法……216
§3 图的周游和生成树……219
§4 最短路径……224
§5 拓扑排序……229
*§6 关键路径……233
习题……238
第十三章 多维数组、稀疏矩阵和广义表……241
§1 多维数组……241
§2 稀疏矩阵……244
*§3 稀疏矩阵的乘法……248
§4 广义表(LIST)的概念……251
§5 广义表的存储……253
§6 无用单元的收集与存储压缩……256
习题……260

第四部分 文件结构

第十四章 顺序文件……262
§1 外存储器简介……262
§2 文件结构概述……266
§3 顺序文件……269
习题……272
第十五章 散列(Hash)文件……274
§1 按桶(Bucket)散列……274
§2 可扩充散列……276
习题……281
第十六章 索引顺序文件……282
§1 静态索引结构……282
§2 动态索引结构……285
习题……295
*第十七章 倒排文件……296
§1 倒排文件的存储结构……297
§2 倒排文件上的运算……299
习题……304
*第十八章 外排序……305
§1 磁盘排序……305
§2 磁带排序……311
习题……314
附录 关于书写算法的若干规定……316
参考书目……319

第一章　概　论

在本章中将介绍有关数据和数据结构的概念，简述数据结构在计算机科学中的重要性，扼要说明本课程的内容．本章可以作为全书的导引，但有些概念可能在读完全书后才能有较深刻的理解．

§1　为什么要学习数据结构

我们常常听到人们把计算机称作数据处理机，从而可见数据在计算机领域中的重要地位．我们在这里所说的数据就是对现实世界的事物采用计算机能够识别、存储和处理的形式所进行的描述．简言之，数据就是计算机化的信息．计算机一问世，数据作为计算机程序的处理对象也就随之产生．在计算机发展的初期，由于计算机主要用于数值计算，处理的是数值数据，而且数据量小、结构简单、形式统一．所以当时程序工作者把主要精力放在程序设计技巧上，而并不重视如何在计算机中组织数据．但是，随着计算机软件和硬件的发展，计算机应用领域的扩大，数据的概念也被大大推广了，越来越多的非数值数据需要处理．据有人统计，现在，非数值计算占用了90％以上的计算时间．

计算机所处理的数据决不是杂乱无章的堆积，而是有着内在的联系，只有分析清楚它们的内在联系，对大量的数据才能进行有效处理．数据结构就是指数据间的相互关系．随着计算机应用的发展，不但处理的数据量越来越大，而且要处理的数据结构更为复杂．

关于什么是“计算机科学”，从六十年代以来一直有着争论，以 **Wegnor** 为代表的一种观点认为：“计算机科学”“包含一种关于计算图式的新的思想方法”．“工业革命中起核心作用的是‘能量’，在计算机革命中被‘信息’所取代”．他认为在计算机科学中具有核心作用的概念是“信息结构的转换”．计算机科学就是“一种关于信息结构转换的科学”．因而他认为构造有关信息结构转换的模型，对之进行研究，是计算机科学中带根本性的问题．而以 **Knuth** 为代表的另一种观点则认为：“计算机科学”“是算法的学问，算法是精确定义的一系列规则，指出怎样从给定的输入信息经过有限步骤产生所求的输出信息，‘算法’的特殊表示称为‘程序’，如同我们用‘数据’这个词来作为‘信息’的特殊表示一样”．我们且不去评论在计算机科学中到底是应该强调“信息结构”（或“数据结构”）还是应该强调“算法”（或“程序”），但无疑“信息结构”和“算法”应该是计算机科学研究的基本课题．而且应该指出，数据结构和算法之间存在着本质的联系，失去一方，另一方就没有什么意义．我们在谈到一种类型的数据结构时，总是离不开对这种类型数据结构需要施加的各种运算（又称操作，转换），例如，替换、插入、删除等等，而且只有通过对这些运算的算法的研究，才能更清楚地理解这种数据结构的意义和作用．反过来，当我们谈论一种算法时，也总是自然地联系到作为该算法处理对象和结果的数据．因此，在学习计算机科学中，数据结构的学习

机时，假定结点和结点之间采用顺序存放的方式，这就是存储结构．对这样的表格，在职工调离时相应的结点要删除，在招收新职工时，要增加新的结点，调整工资时要修改．究竟如何进行插入、删除、修改，这就是数据的运算问题．弄清楚以上这些问题，工资表的结构就完全明白了．

综上所述，按某种逻辑关系组织起来的一批数据，按一定的存储表示方式把它存储在计算机的存储器中，并在这些数据上定义了一个运算的集合，就叫做一个数据结构．

§3 数据的逻辑结构

对数据间关系的描述是数据的逻辑结构，形式地可以用一个二元组

$$B=(K,R)$$

来表示，其中K是结点的有穷集合，即K是由有限个结点所构成的集合；R是K上的关系的有穷集合，即R是由有限个关系所构成的集合，而其中的每个关系都是从K到K的关系．在下面的叙述中，凡不易产生混淆之处，我们有时就把数据的逻辑结构简称为数据结构．

一、结点的类型

现在我们从结点的值的组成方式及数据类型的角度，来讨论结点的分类．设K是结点的有穷集合且每个结点k(k∈K)的值(即数据)可以由n个字段组成，第i个字段记为w_{ik}，所以k可以表示为

$$k=(w_{1k},w_{2k},\cdots,w_{nk}),n\geqslant 1$$

其中每个w_{ik}是一个组合项，它可以由一个或多个初等项和组合项组成，也可以就是一个初等项．

结点可以分为两大类型：初等类型和组合类型．只包含一个初等项的结点属于初等类型，否则是组合类型．

有五种基本的初等类型：

整数类型(integer)：取值为计算机可以表示范围内的整数．

实数类型(real)：取值为计算机可以表示范围内的实数．

布尔类型(boolean)：取值为真(true)和假(false)．

字符类型(char)：取值为计算机可以表示的字符集的元素．

上述四种基本的初等类型都是计算机能直接存储并能直接用机器指令对它们进行处理的．

另一种初等类型即**指针(pointer)**．该类型的值一般来说对应于存储器里的一个地址或相对地址．指向结点的指针是指向该结点的第一个单元的地址或者指向该结点在结构中的相对位置．当指针值存入计算机时形式上与整数相似，但由于指针的含义代表的是地址，通常不能用来做算术运算(特别是乘除法)，也不能取负值．

组合类型是由初等类型用某种方式(可以是很简单的也可以是很复杂的)组合而成的．不同的组合方式形成不同的类型，例如，数组类型、记录类型等．上节所举工资表的例子中结点就属组合类型．

早期的高级语言例如 FORTRAN, ALGOL60 等都引进了基本初等类型，在这些语言中采用"类型说明"的方式指出语言中使用的变量的类型. 较新的高级语言，例如，ALGOL68, PASCAL 等把类型说明的功能大大扩充，允许用户自己定义更多的初等类型和组合类型.

二、结构的分类

设 $B=(K,R)$ 是一个逻辑结构，r 是一个 K 到 K 的关系，$r\in R$. 若 $k,k'\in K$，且 $\langle k,k'\rangle\in r$，则称 k' 是 k 的后继，k 是 k' 的前驱. 这时 k 和 k' 是相邻的结点(都是对 r 而言). 如果不存在一个 k' 使 $\langle k,k'\rangle\in r$，则称 k 为关于 r 的终端结点(即无后继的结点). 如果不存在 k' 使 $\langle k',k\rangle\in r$，则称 k 为关于 r 的开始结点(即无前驱的结点). 如果 k 既不是终端结点，也不是开始结点，则称 k 是内部结点.

在本书所讨论的数据结构中，一般只讨论包含一个关系 r 的关系集 R，即 $R=\{r\}$. 对于 R 中包含多个关系的情况，可以用类似的方法进行讨论.

数据结构分为线性结构和非线性结构. 在线性结构里有且仅有一个终端结点和一个开始结点，并且所有的结点都最多只有一个前驱和一个后继，线性表就是典型的线性结构. 在线性表的逻辑结构 $B=(K,R)$ 中，若 K 是包含 n 个结点 $\{k_1,k_2,\cdots,k_n\}$(即表中有 n 个表目)的集合，$R=\{r\}$，关系 r 是一组有序对 $\langle k_{i-1},k_i\rangle$ 构成的集合，即

$$r=\{\langle k_{i-1},k_i\rangle \mid k_i\in K, 1<i\leqslant n\}$$

即 K 里所有的结点都可以按 r 排成一个序列 $k_1,k_2,\cdots,k_n$，其中 k_1 为开始结点，k_n 为终端结点. 显然 K 中的每个结点最多只有一个前驱和一个后继，在第一部分中我们将详细讨论线性表. 非线性结构中最重要的是树结构，在树的逻辑结构 $B=(K,R)$ 中，K 是包含 n 个结点的集合，$R=\{r\}$，而 r 满足下列条件：有且仅有一个称为根的结点没有前驱；其他结点有且仅有一个前驱；对于非根结点都存在一条从根到该结点的路径(即：若根为 w，该结点为 k，则存在一个结点序列 $k_0,k_1,\cdots,k_s$ 其中 $k_0=w, k_s=k$，使得 $\langle k_{i-1},k_i\rangle\in r, 1\leqslant i\leqslant s$). 关于树结构在第二部分中重点讨论. 最一般情况是图结构，在图的逻辑结构 $B=(K,R)$ 中，K 是包含 n 个结点的集合，对于 K 中结点相对于关系 $r(r\in R)$ 的前驱和后继的个数都不作限制. 第三部分介绍图结构和其它复杂结构. 外存储器上的数据结构——文件，在第四部分讨论，从本质上讲. 文件是一种线性结构，与线性表相似，而文件的索引一般都与树结构相联系.

三、结点和结构

结点和结构是相对而言的，这有些类似于元素和集合的关系. 我们可以不严格地说，结构是由若干结点及其相互之间的关系所组成. 在一定场合下，当我们需要研究某结点的内部组成情况时，我们就可以把该结点看作一个结构，而把组成该结点的数据项看作结点，把数据项组成该结点的组成方式看作结点之间的关系. 一般说来，一个结点可以包含 n 个字段，每个字段又可以是一个组合项，一个组合项又可以由多个组合项组成，如此等等. 所以实际上一个结点常常是若干个初等项按某种规则组合起来的，这种组合的方式可以是线性的，也可以是非线性的. 例如，当

我们关心数组和数组之间的关系时，可以把数组定义为结点；但当我们关心数组内各元素之间的关系时，我们又可以把数组元素看成为结点，而数组就成了我们讨论的数据结构．在另一些情况下，我们还可以把一个二维数组看成是向量的向量，从而简化讨论的关系．这时向量就成了我们结构中的结点．

另外，描述结点的前驱和后继关系的指针，一般都作为结点的一个或若干个字段，从这一点来讲，结点之间的关系是和结点的值一起存放在计算机中的，它们相对计算机而言都是机器处理的对象，即都是某种类型的数据．

由于数据结构讨论的基本单位是结点，所以很多情况下并不重视结点的构成，而是把结点抽象地看作一个整体，重点来讨论结点之间的关系．

在以后各章中，当需要描述结点的组成时，我们采用类似 PASCAL 语言中的类型说明的方法．

例 2 某系学生成绩登记表．每个学生的有关数据是一个结点，它由学号、姓名、专业、考试成绩四个字段组成，其中考试成绩是一个组合项，它又包括数学、物理、程序设计、政治和英语五个成绩的初等项．采用 PASCAL 的说明表示如下：

```
TYPE   score=0..100;
       exam=ARRAY[1..5]OF score;
       student=RECORD
                 no:integer;
                 name:string;
                 specialty:string;
                 c:exam
               END;
```

其中 score，exam，student 是类型标识符，score 称为子界类型，取值是从 0 到 100 的整数，用 0..100 来说明，exam 称为数组类型，由五个类型为 score 的元素组成，数组元素的下标是 1 到 5 之间的整数．student 称为记录类型（在本例中它对应一个结点），由四个域（相当于字段）组成．no，name，specialty 和 c，即为域标识符，分别表示学号、姓名、专业和考试成绩．类型说明不仅描述了结点的组成方式，同时还给出了组成结点的各字段的名称（域标识符）．域的类型也在类型说明中描述．integer 表示整数，string 表示字符串．但是必须注意，类型说明仅给出一类变量的取值范围，并没有指出哪些变量属于该类型，更没有给出变量具体的值．只有当用变量说明把某变量的标识符与该类型标识符联系在一起时，才确定了变量的类型，而通过给变量赋值才能使变量定值．例如，在例 2 中我们加入变量说明

VAR A_1, A_2, A_3:student

就定义了三个变量 A_1, A_2, A_3，它们都具有同类型说明中 student 那样的类型．当我们执行赋值语句

A_1.name←'ZHANG MIN'

和　　$A_2.c[3]\leftarrow 95$

以后，就给变量 A_1 的 name 字段赋值为 ZHANG MIN，给 A_2 的 c 字段的下标为 3 的初等项赋值为 95.

有关 PASCAL 语言的详细规定可参看 PASCAL 的正式文本.

为了直观，有时也用图示法来表示一个逻辑结构. 表示法是：对应每一个结点 K，用一个长方形框表示，里面写上K，当关心K的值时，可以按字段标出字段值，长方框之间用有向线段联系，表示结点之间的前驱、后继关系，对同一个结点集合上的不同关系在图上用不同的线段来区分.

例 3　一批数据的逻辑结构 B=(K,R)，其中

$$K=\{k_1,k_2,\cdots,k_9\},\quad R=\{r\},$$
$$r=\{\langle k_1,k_2\rangle,\langle k_1,k_3\rangle,\langle k_1,k_4\rangle,$$
$$\langle k_1,k_7\rangle,\langle k_1,k_8\rangle,\langle k_4,k_5\rangle,\langle k_4,k_6\rangle,\langle k_8,k_9\rangle\}$$

可用图 1-1(a)表示.

例 4　一批数据的逻辑结构 B=(K,R)，其中

$$K=\{k_1,k_2,\cdots,k_{10}\},\quad R=\{r_1,r_2\},$$
$$r_1=\{\langle k_1,k_2\rangle,\langle k_1,k_8\rangle,\langle k_2,k_3\rangle,\langle k_2,k_7\rangle,$$
$$\langle k_3,k_4\rangle,\langle k_3,k_5\rangle,\langle k_3,k_6\rangle,\langle k_8,k_9\rangle,\langle k_8,k_{10}\rangle\},$$
$$r_2=\{\langle k_{10},k_4\rangle,\langle k_4,k_2\rangle,\langle k_2,k_3\rangle\}$$

可用图 1-1(b)表示，其中实线表示关系 r_1，虚线表示关系 r_2.

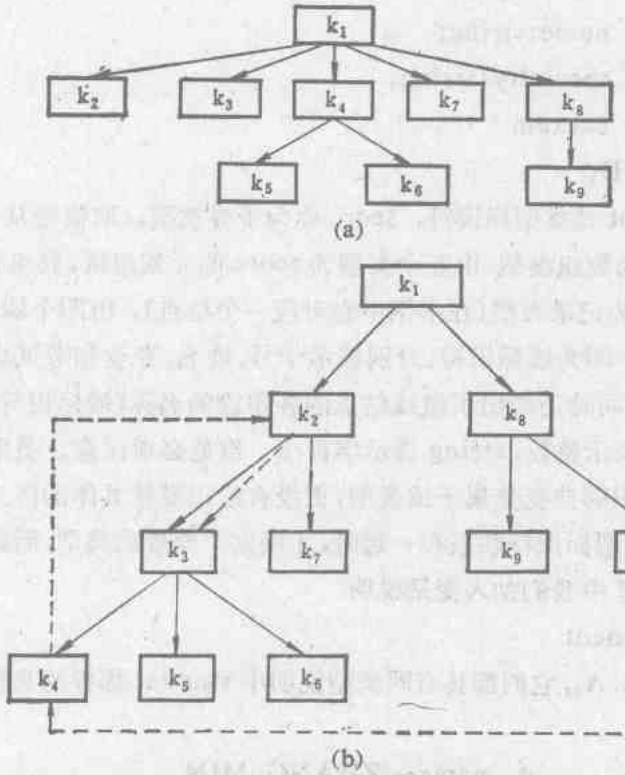


图 1-1　逻辑结构的图示法

结点本身的信息，称数据项；另一部分存放此结点的后继结点所对应的存储单元的地址，称指针项．指针项可以包括一个或多个指针，以指向结点的一个或多个后继，或记录其他信息（当然，一般来说，指针是用来表示某结点的地址的，并不是只能表示后继结点的地址）．

我们用 info 表示结点的数据项，用 link 表示结点的指针项．那么，如果 k′ 是 k 的后继结点，就有

$$LOC(k') = k.link$$

前面例 5 的逻辑结构可用链接的方法存储如图 1-3 所示．

其中记号 Λ 表示空指针，即该指针不具有有意义的值（不表示任何具体结点的单元地址）．

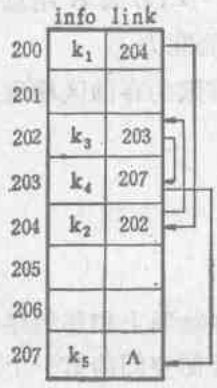


图 1-3　链接存储的线性数据结构

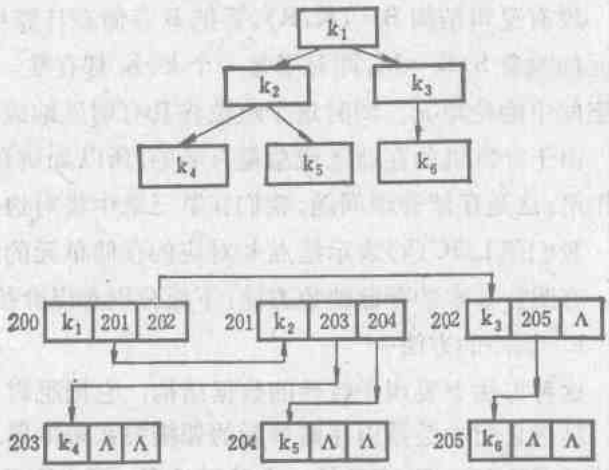


图 1-4　一个非线性数据结构的图示和链接存储

例 6　逻辑结构为 B＝(K, R)，其中

$$K = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}, R = \{r\},$$

$$r = \{\langle k_1, k_2\rangle, \langle k_1, k_3\rangle, \langle k_2, k_4\rangle, \langle k_2, k_5\rangle, \langle k_3, k_6\rangle\}$$

用链接的方式来实现这个逻辑结构，因为有些结点有两个后继，所以让指针项包括两个指针，分别指向两个后继．

我们可以看到，在顺序的存储表示中所有的存储空间都被结点数据占用了，而在链接的存储表示中就不是这样，有一部分存储空间里存放的是表示关系的附加信息——指针．

如果所有的存储空间都分配给了数据，则这个存储结构叫紧凑结构，否则叫非紧凑结构．显然顺序的存储表示是紧凑结构，链接的存储表示是非紧凑结构．

结构的存储密度定义为数据本身所占的存储量和整个结构所占的存储量之比，即

$$d = \frac{\text{数据本身所占的存储量}}{\text{整个结构所占的存储总量}}$$

紧凑结构的存储密度为 1，非紧凑结构的存储密度小于 1．存储密度越大，则存储空间的利用效率越高．但是存储附加的信息会带来运算上的方便．例如，在链表里，因为存储了指针，所以链表比起顺序表来作插入、删除运算要方便得多．牺牲了存储空间，换取了机器时间，这在以后还要详细讲到．

定义在数据的逻辑结构上的，但运算的具体实现要在存储结构上进行．数据的各种逻辑结构有相应的各种运算，每种逻辑结构都有一个运算的集合，这里只列举几种常用的运算，作一简要介绍．

1．检索

检索就是在数据结构里查找满足一定条件的结点．一般是给定一个某字段的值，找具有该字段值的结点．

2．插入

往数据结构里增加新的结点．

3．删除

把指定的结点从数据结构里去掉．

4．更新

改变指定结点的一个或多个字段的值．

插入、删除、更新运算都包含着一个检索运算，以确定插入、删除、更新的确切位置．

5．排序

保持线性结构的结点序列里结点数不变，把结点按某种指定的顺序重新排列．例如，按结点中某一字段的值由小到大对结点进行排列．又如字符串的序列按字典顺序排列，整数序列按上升顺序排列等等．排序是一种非常有用的运算，第三章中我们将介绍排序的若干算法．

一个算法是规则的有穷集合，这些规则为解决某一特定类型问题规定了一个运算序列，此外一个算法应该具有下列特性：

1．有穷性．一个算法必须总是在执行有穷步之后结束．

2．确定性．算法的每一步，必须是确切地定义的．对于每种情况，有待执行的动作必须严格地和清楚地规定．

3．输入．一个算法有零个或多个输入．它们是在算法开始前对算法最初给的量．这些输入取自于特定的对象集合，例如取自于整数集．

4．输出．一个算法有一个或多个输出．它们是同输入有某种特定关系的量．

5．可行性．算法应该是可行的．这意味着算法中所有有待实现的运算都是基本的，即是说，它们原则上都是能够由人们仅用笔和纸做有穷次运算即可完成的．

算法的含义与程序十分类似，但也有些差别．一般来说，一个程序并不需要满足上述的第一个条件(有穷性)，例如操作系统，只要整个系统不遭破坏，操作系统就永不结束．另外程序是用机器可执行的语言书写的，而算法通常并没有这种限制．

在这里我们举一个例子，书写一个关于排序的简单算法，但其目的并不是为了讲解排序算法的本身，而是为了叙述书写算法的规定和怎样书写算法，使读者在怎样设计算法方面有个印象．

假设有 $n\geqslant 1$ 个不同的整数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 组成一个数列，现在要求对这个数列中的 n 个整数按从小到大进行排序．

我们把整个数列作为一个结构，每个整数看作一个结点，把整数在数列中的位置顺序看作结

点之间的关系. 显然这是一个线性结构.

存储结构我们选择数组 A 来存放这个数列，把整数 a_i 存放在数组第 i 个元素位置 A[i] ($1 \leqslant i \leqslant n$)中.

现在考虑排序的算法，先写出粗略的思路:

1. 从所有整数中选出一个最小的整数放到一个已排好序的数列中，作为该数列中的第一个数.

2. 从剩下的未排序的整数中选出最小的整数放到已排好序的数列中，接在前一个数的后面.

反复执行步骤 2，直到所有整数都放到排好序的数列中.

实际上步骤 1 是步骤 2 的特殊情况，若用步骤 2 来代替步骤 1，则"剩下的未排序的整数"即为"所有整数"，而已排好序的数列此时为空. 因而步骤 1 可以取消，只要重复执行 n 次步骤 2 即可.

现在把这一粗略的思路进行细化. 我们可以认为: 共执行 n 次重复. i 从 1 开始，每执行一次重复，i 就加 1. 当执行完第 i−1 次重复时，A[1]到 A[i−1]为已排好序的数列，而A[i]到A[N]为剩下的未排序的整数. 我们从 A[i]到A[N]中选出最小整数放在 A[i]处. 这样可以写出稍细一些的思路:

1. i 以 1 为步长. 从 1 到 n，循环执行

   (1) 检查 A[i]到 A[N]，并选出最小的整数，设为 A[j].

   (2) 把 A[i]与 A[j]进行交换.

2. 算法结束. ∎

在上述思路中，实际上第 n 次重复不必执行，因为此时只剩下了一个未排序的整数，因而不必再执行选出最小整数等操作了. 现在尚需对上述思路中的步骤 1. (1)和 1. (2)进一步细化. 显然，步骤 1. (2)是容易实现的，只要引进一个中间变量，暂时存放 A[i]即可; 而步骤 1. (1)可以这样来完成: 先把 A[i]作为最小整数，然后把 A[i]与 A[i+1]，A[i+2]，…进行比较，一旦出现比 A[i] 小的整数，譬如说 A[k]，则就把 A[k]作为新的最小整数，然后再把 A[k]与 A[k+1]，A[k+2]，…进行比较等等. 这样我们可以写出此例的最后算法. 其变量说明为

```
VAR  A:ARRAY[1..n]OF integer;
       i,j,k,t:integer;
```

其算法如下:

算法 1.1 整数排序

1. 循环 i 以 1 为步长，从 1 到 n−1，执行

   (1) j←i [把 A[i]作为最小整数]

   (2) 循环 k 以 1 为步长，从 i 到 n，执行

      若 A[k]<A[j]

      则 j←k [从 A[i]到 A[N]中选出最小整数]

(3) t←A[i]; A[i]←A[j]; A[j]←t

2. [算法结束]

算法 1.1 显然具有上述关于算法的五个特性，原始的 n 个整数是算法 1.1 的输入，而算法 1.1 的输出是排好序后的 n 个整数. 关于有穷性、确定性和可行性，也都是显然的.

下面结合算法 1.1 简单叙述一下本书关于书写算法的一些规定.

算法应按所完成的任务写成层次结构，以如下规定的标号分层地标明：

1.

2.

(1)

(2)

i)

a)

b)

⋮

ii)

iii)

⋮

⋮

3.

⋮

算法中的任何位置必要时可用汉字加入注释，说明其功能，注释的形式是用方括号括起来的一串作解释用的汉字串，即

[汉字串]

例如，算法 1.1 中的“[把 A[i]作为最小整数]”即为注释.

算法中赋值语句的格式为

变量名←表达式

例如，算法 1.1 中的“j←i”，“A[i]←A[j]”等即为赋值语句.

条件语句可以有两种格式：

格式 1：若　条件
　　则　语句 1
　　否则　语句 2

格式 2：若　条件
　　则　语句 1

算法 1.1 中的条件语句即为第二种格式.

算法 1.1 中的循环语句是多种格式中的一种，其格式为

循环　循环变量以表达式1为步长，从表达式2到表达式3，执行语句

算法右下角的黑方块记号"■"表示整个算法的结束.

有关书写算法的详细规定请参看附录.

必须提醒注意的是，数据的运算是数据结构的三个方面中不可分割的一个重要方面，给定了数据的逻辑结构及存储表示方法，并不能说就已经确定了一个数据结构，因为在这个逻辑结构及其存储表示上可以定义不同的运算集合，从而得到不同的数据结构. 举一个简单的例子来说明.

假设有如下的类型说明:

```
TYPE node=RECORD
                first:integer;
                second:integer
            END;
     A=ARRAY[1..n] OF  node;
```

及变量说明:

```
VAR X:A;
```

这说明X是一个有n个元素的数组，每个元素包括两个取整数值的字段. 进一步，我们选择用顺序的方法对数组X进行存储表示. 在此基础上可以定义几个不同的运算集合. 若把X[i].first和X[i].second分别看成一个双倍字长整数的两个部分，在X的元素之间定义整数的加、减、乘、除等运算，则确定X是以双倍字长整数为元素的数组. 若把X[i].first和X[i].second分别看成一个复数的实部和虚部，在X的元素之间定义复数的各种运算，则确定X是以复数为元素的数组. 若把X[i].first和X[i].second分别看成一个有理分数的分子和分母，在X的元素之间定义有理分数的运算，则确定X是以有理分数为元素的数组.

有时由于运算性质的不同导致数据结构的很大差别，以致使数据结构的名称也截然不同. 例如，所有的插入、删除都是在表的一端进行的线性表称为栈；而所有的插入在表的一端进行，所有的删除在表的另一端进行的线性表称为队列.

*§6　数据结构的选择和评价

前面已经说过，有各种不同的数据结构. 关于同一个问题的数据集合可以组织成不同的数据结构. 那么，评价各种不同的数据结构的标准是什么呢？怎样去选择解决一个应用问题的最佳数据结构呢？基本说来有两条标准：一条标准是作为问题的参数的函数来计算存储需要量，例如，同是处理一个n维向量，比较哪种数据结构占用的存储单元少；另一条标准是数据运算的时间效率，例如，对于不同的数据结构比较插入一个结点各用多少机器时间.

虽然有两条基本标准，但情况是很复杂的，所以数据结构的选择和评价是个复杂的问题.

有各种各样的数据运算. 在实际的应用问题中各种运算有其相对重要性和使用频率，比较运算的时间效率就需要把各种运算的相对重要性和使用频率也考虑进去. 但这些因素往往是不好确定的，所以通常对一些基本运算(如插入、删除、查找)的使用频率作一些随机性的假设，然

后再进行比较. 但有时这些假设也是不好作的

确定存储占用量和时间效率的相对重要性比确定各种运算的相对重要性更为困难. 计算机算法的特点之一是经常有存储和时间的竞争. 可以建立一个算法，它运算较快但占用较多的存储空间；相反地可以降低运算的时间效率来节省存储. 例如，在链表里存储向前和向后的指针就可以提高删除算法的效率，但向后的指针占用了附加的存储空间. 又如在稀疏矩阵里，不存储零元素可以节省存储空间，但这是以降低对矩阵元素的存取算法的效率为代价的.

另外，对于数据结构的评价还有其它一些考虑的因素，例如，设计的开销（写程序、调试）与运行的开销（运行许多例子）之间的权衡等.

《数据的类型与结构》一书中提出了一种系统化的选择数据结构的方法.

首先，找一个"基本的"运算集合，要使得任何指定的运算都能容易地用这个集合里的运算表示出来. 显然这个集合里应该包括"插入"、"删除"、"查找"等基本运算. 其次，要确定一个"候选的"数据结构的集合，每种数据结构包括逻辑结构和详细的存储映象方法.

令 $O=\{o_1, o_2 \ldots, o_n\}$ 是基本运算的集合

$B=\{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$ 是候选的数据结构的集合

用具体的计算机的基本指令在 B 的数据结构上实现 O 里的运算，通过分析可以确定：

$e_{ij} \cdot F_{ij}$——第 j 个数据结构上实现第 i 个运算的时间代价.

$S_{ij} \cdot G_{ij}$——第 j 个数据结构上实现第 i 个运算的存储代价.

其中，F_{ij}, G_{ij}——是依赖于结构复杂性和运算复杂性的函数，e_{ij}，S_{ij} 则是仅依赖于机器的常数. 对所有 $1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant m$ 建立 $e_{ij}, S_{ij}, F_{ij}, G_{ij}$ 的表，这是很麻烦的，但对各种应用而言只需做一次. 有了这种表，任给出一个应用就可以用一般化的方法来对数据结构进行选择.

首先必须确定 o_i 在应用中的相对重要性或使用频率 f_i，尽可能利用已知的信息赋给它们先验值，当应用程序运行时，可以用一个监督程序与之相连，由此可以最终确定更实际的 f_i 的值，第 j 个结构的执行时间代价为

$$E_j = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot e_{ij} \cdot F_{ij}$$

同样地，第 j 个结构的存储代价为

$$S_j = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot S_{ij} \cdot G_{ij}$$

第 j 个结构的总的代价是

$$C_j = W_e \cdot E_j + W_s \cdot S_j$$

其中 W_e 和 W_s 是执行时间代价和存储代价的因子. 最佳结构是第 l 个，其中 l 满足（C_l 为 C_j 中的最小值）：

$$C_l = \min_j C_j$$

以上方法作为选择数据结构的一般化方法提出，但这个方法还并没有得到广泛的实际应用，