

投影法图像重建

——实现和应用

〔美〕G.T.赫尔曼 等著

谢宗钧 刘 焜 黄乐斌 译

国防工业出版社

投影法图像重建 ——实现和应用

〔美〕 G. T. 赫尔曼 等 著

谢宗钧 刘 焜 黄乐斌 译

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书是《美国应用物理丛书》中的一卷。内容主要论述从投影数据如何重建物体图像的问题。全书分六章，每章均由该领域的专家撰写。第一章概述投影法重建图像的问题。第二章论述图像重建的有关数学基础和计算机处理方法。第三章至第六章分别论述图像重建法在各个领域中的应用。其中包括：在射电天文学中的应用、在重建太阳日冕中的应用、在发射型X射线断层照相术中的应用以及在生理学和医学中圆柱形扫描X射线断层照相术中的应用等。

本书涉及的学科领域较广，内容论述也较详细。本书可作为从事有关图像重建技术的各种专业技术人员的参考书，也可作为大学生、研究生的专业参考书。

IMAGE RECONSTRUCTION FROM PROJECTIONS —IMPLEMENTATION AND APPLICATIONS

G. T. Herman

Springer Verlag

1979

*

投影法图像重建 ——实现和应用

〔美〕G. T. 赫尔曼 等 著

谢宗钧 刘 焜 黄乐斌 译

*

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

850×1168 1/32 印张 9⁵/₈ 254千字

1992年2月第一版 1992年2月第一印刷 印数：0,001—1,000册

ISBN 7-118-00815-X/O-62 定价：8.90元

译 者 序

图像重建是一种新技术。随着电子计算机的广泛应用使得图像重建技术的应用范围越来越扩大。尤其是在天文学和医学领域,图像重建技术的应用已经相当广泛。在设备齐全的医院里,图像重建技术已用来作为对病人进行内部器官检查的先进手段。

本书共六章,每章均由该领域有代表性的专家学者撰写,内容具有一定的权威性。本书不仅详细论述了图像重建的数学基础及计算机处理方法,并且分章论述了图像重建技术在天文学、医学和生理学中的应用,其中还介绍了有关的检测仪器和设备。对于在各个有关领域中应用图像重建技术的专业人员来说,这是一本很值得一读的专著。

本书第一、五、六章由谢宗钧同志翻译。第二、三、四章由刘焜、黄乐斌同志翻译。由于译者水平所限,而本书涉及的基础知识和学科领域又比较广泛,所以译文中的缺点和错误在所难免,欢迎读者批评指正。

本书中有关医学方面的内容,曾请北京医科大学汪文惠教授、郭静萱教授审阅过,译者在此一并致谢!

译 者

1986

序 言

投影法重建图像问题已经分别出现在很多科学领域中。寻找太阳日冕的内部结构、部分天空的辐射亮度、显示人体生理学功能的放射性核分布和病人心脏跳动机能等问题都具有共同的数学基础。本书涉及下列问题，对基本数学问题提出解答，如何用计算机执行以及用来解决实际物理和医学问题。

本书包括六篇不同方面的评论，每篇由各个题目最主要的权威撰写。这些题目是：（Ⅰ）投影法图像重建概况，（Ⅱ）图像重建公式的计算机执行，（Ⅲ）射电天文学中的图像重建，（Ⅳ）整体三维太阳日冕的重建，（Ⅴ）发射型计算X射线断层照相术（CT），（Ⅵ）高瞬态分辨率的计算机化X射线断层照相术在生理学和医学中的应用。

综合起来，这些评论提供了如何把投影图像重建技术用于任何应用领域的详细论述。

G.T. 赫尔曼

目 录

第一章	投影法图像重建概况	1
第二章	图像重建公式的计算机计算	9
§ 2.1	概述	9
§ 2.2	拉登反演公式	10
§ 2.3	拉登反演公式的计算机计算	20
§ 2.4	计算机试验	44
§ 2.5	ρ -滤过层图像重建公式	71
§ 2.6	摘要、结论和未解决的问题	84
第三章	射电天文学中的图像重建	87
§ 3.1	历史概况和定义	87
§ 3.2	复可见度的概念	92
§ 3.3	如何产生扇束扫描	95
§ 3.4	位置角变化	97
§ 3.5	扇束扫描重新说明	98
§ 3.6	计算过程	103
§ 3.7	与计算机化的X射线断层照相术比较	110
§ 3.8	由移动误差带来的图像缺陷	111
第四章	整体的三维太阳日冕的图像重建	114
§ 4.1	总论	115
§ 4.2	日冕的磁场	123
§ 4.3	重建日冕密度	142
§ 4.4	结论和将来的工作	156
第五章	发射型计算X射线断层照相术	160
§ 5.1	引言	160
§ 5.2	实用物理基础	162
§ 5.3	仪器和检测原理	171
§ 5.4	单光子扫描仪	171

§ 5.5	单断面装置的正电子模式成像	178
§ 5.6	多截面装置正电子成像	182
§ 5.7	灵敏度、散射、衰减和计数率限制的比较	186
§ 5.8	在发射型计算 X 射线断层照相术中的统计局限范围 与给予病人的放射核剂量	189
§ 5.9	图像重建时的衰减效应	198
§ 5.10	ECT 的各种算法	204
§ 5.11	傅里叶卷积算法	209
§ 5.12	迭代法	221
§ 5.13	衰减补偿	228
§ 5.14	纵向 X 射线断层照相术	240
§ 5.15	医学科学中的应用	247
§ 5.16	小结	262
第六章	高瞬态分辨率的计算机化 X 射线断层照相术在 生理学和医学中的应用	268
§ 6.1	使用单 X 射线源-像系列系统的圆柱形扫描 X 射线断层 照相术的方法问题	269
§ 6.2	使用多 X 射线源-像系列系统的圆柱形扫描 X 射线断层 照相术方法问题	272
§ 6.3	动态空间图像重建 X 射线断层照相术在生理学研究 和临床医学中的应用	278
§ 6.4	在心脏生理学的应用潜力	279
§ 6.5	在临床心脏病学中的应用潜力, 缺血性心脏病	280
§ 6.6	先天性心脏病	285
§ 6.7	对循环系统生理学和临床诊断研究的潜力	286
§ 6.8	对肺生理学和临床诊断研究的潜力	287
§ 6.9	肺换气情况的研究	288
§ 6.10	肺功能力学原理的研究	288
§ 6.11	肺血液灌注研究	289
§ 6.12	在检查肺肿瘤中的临床应用	289
§ 6.13	将来的发展	291

第一章 投影法图像重建概况

G.T. 赫尔曼 R.M. 刘易特

图像是用来描述一个物体或物理系统的某些特性分布的。例如，一幅图像能够描绘一个分子结构或者图像可能是一幅巨大星体的亮度分布图。许多科学学科之间在其他方面没有什么联系，而图像的形成、处理和解释则是它们的共性。

最熟悉的图像是那些由可见光被物体反射或透射经光学仪器直接形成的。然而在许多需要图像的应用中，我们只能采用不可见的辐射探测物体作间接测量或者解释由物体发射的那些辐射。测量数据常常不是一种适合于直接解释的形式，而是以一种已知方式与所要求的图像相联系的。所有图像重建过程的通常目的是进行数据处理以生成图像和便于解释测量的结果。

在许多科学的应用中，必须测定被研究物体的某些物理特性的分布（例如：密度、吸收系数、亮度）。在一定情况下，这种分布的条形积分值能从适当的物理测量推导出来，相应于某一定视角的线积分或条积分组被称为物体的一个“投影”。给出若干个不同视角的投影，计算物体内部相应分布，这是投影法图像重建的基本问题。

例如，在医学中为了制订合适的处理方案，我们也许需要知道病人脑内怀疑存在的瘤的位置和形状。假使诊断家能够直接检查人头的剖面层，这就不成问题了。因为间接图像显然更为可取，故医生能用X射线照射头部和检查X射线图像。然而很遗憾，大部分脑瘤不能被看见。计算X射线断层照相术是一种能从多重X射线产生脑层图像的方法，毋庸置疑地这是到目前为止投影法图像重建最有意义的应用；无侵害性的检查是需要的。

一种理想化的投影测量方法可按下述方式描述（见图1.1）。

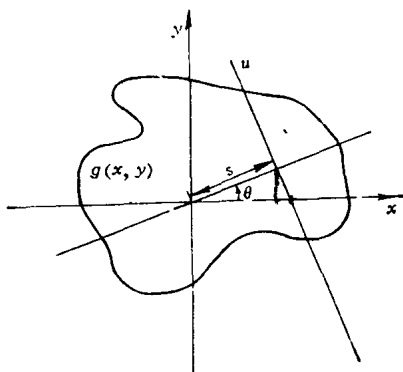


图1.1 投影测量图形

每一投影测量是 $g(x, y)$ 的一个特定线积分的值, 这里积分线是由参数 s 和 θ 确定的。

函数 $g(x, y)$ 代表物体内部感兴趣的物理特性的分布, 为了图解起见我们给出二维分布。投影数据是 g 沿已知位置直线的线积分值。在二维情况下, 每条直线是由 s 和 θ 两个参数来确定的 (见图1.1)。然后 g 沿着被 (s, θ) 确定的线的线积分可以用 $[\mathcal{R}_g](s, \theta)$ 表示, 这里我们用 $\mathcal{R}$ 代表算符是为了尊敬 J. 拉登, 他显然是研究把函数 g 转换为函数 $\mathcal{R}_g$ 的第一个人。显然,

$$[\mathcal{R}_g](s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(s \cos \theta - u \sin \theta, s \sin \theta + u \cos \theta) du \quad (1.1)$$

投影法图像重建是建立在这样的基础之上的, 即发展解上面积分方程的变分技术。未曾发现单项技术能满意地处理在实际应用中发生的多种多样的投影测量几何图形以及数据大小和精密程度。本书收集了一些在图像重建领域中有丰富经验者的贡献, 他们描述了在他们的特殊应用中如何测量投影和如何把适当的重建技术用公式表示和计算。在介绍各自的论文之前, 我们简短地概述这一论题的发展。

当被重建的物体具有圆形对称时, 出现投影重建图形的一种特殊的情况。求解的积分方程简化成阿贝尔方程, 它的反演是经

典公式^[1.1]。首先对图像重建一般理论作出有意义的贡献似乎就是拉登的论文^[1.2]，他解出二维非对称物体与其投影关系的积分方程。它的反演公式不但在理论上而且在实践上是许多现代技术发展的基础。

从拉登的论文发表至今，基础的图像重建积分方程在数学分析中已经提出了许多具有挑战性的课题。例如可参见约翰^[1.3]，海尔加森^[1.4]，路德维格^[1.5]，洛根和谢普^[1.6]，洛根^[1.7]，史密斯等人^[1.8]，赫尔曼和内帕斯捷克^[1.9]和纳特勒^[1.10]等人的论文著作。

拉登公式的应用与在微分方程^[1.11]、积分几何^[1.12~1.14]及理论应力分析^[1.15]中出现的图像没有直接的关系。

如同R.N. 布雷克斯尔所描述(第三章)，第一个重建图像是被射电天文学家获得。以后，具有医学应用价值的实验由奥尔登道夫^[1.16]，库尔和爱得华兹^[1.17]，科麦克^[1.18, 1.18]等人完成。某些电子显微镜图像可以用投影来解释，并且已经发展了从一些显微照片合成样品的三维结构的技术。见德罗西尔和克卢格^[1.20]，德罗西尔^[1.21]。用核磁共振实验得到的信号已用于构成物体内部特殊物质的分布图像。见劳特伯^[1.22]和曼斯菲尔德^[1.23]。斯塔克^[1.24]的一项新发明是测定空中污染物质的空间浓度。计算X射线断层照相术是继霍恩斯菲尔德^[1.25]第一个发展商用析像器后目前被最广泛宣传的投影法重建图像的应用。这项在诊断放射学中新的重大的进展已经迅速的获得承认(见布鲁克斯和迪奇罗^[1.26]的评论文章)。正在进展中的令人振奋的发展工作在第六章中被E.H. 伍德和他的合作者描述。

投影法图像重建的实际算法曾在一些文章中发表和讨论过，例如史密斯等人^[1.27]，史威尼和维斯特^[1.28]，戈登和赫尔曼^[1.29]，布丁格和古尔伯格^[1.30]，默塞洛和奥本海姆^[1.31]，布鲁克斯和迪奇罗^[1.26]，赫尔曼和伦特^[1.32]，乔与伯格^[1.33]。其他更专门化的正在发展中的算法包括有阿尔特斯丘勒等人的三维重建技术^[1.34]和利威特和贝茨^[1.35~1.38]来自不完全投影重建的方法。

我们现在转向这本书中其他章节的概况。这些章节是专用于图像重建的计算和应用问题，它们涉及的理论仅仅是为理解所需要的。图像重建理论的完整的论述是由赫尔曼^[1,30]给出的。

对于某些图像重建的应用，很容易得到大量精确的投影数据，对于透射计算X射线断层照相术更是如此。当数据组是很大的时候重建算法的效率是很重要的，这对于由伍德和他的合作者所设想的投影法来说是很重要的（见第六章）。此外，在医学应用中重建图像的准确度对于可靠诊断是极其重要的。称为“卷积算法”的重建算法具有高效率，但是在这种方法的任何计算中都存在固有的几个自由参数。这些参数的选择必须考虑数据组的特性以保证重建图像的准确度。S.W.罗兰（见第二章）鉴定了这些参数并公布了当今在这个领域中最广泛的计算实验数据。

罗兰推导出了作为卷积算法基础的理论公式，并且论证了这是与拉登^[1,2]的反转公式等效的。从理论公式推导出离散近似，它适合于数字计算机计算。离散公式产生了包含两个未规定的函数：一个卷积函数和一个插值函数。罗兰用十种不同的滤波函数和六种不同的插值方法做四次试验来估计卷积算法的性能。

“ ρ -滤过层图像”法是一种和卷积法具有同样理论基础的重建算法。在第二章中推导出连续重建公式和它的离散计算程序。卷积方法中两个未规定的函数表示的特性，也是这种计算程序所固有的。这些函数的不同选择对 ρ -滤过层图像法性质的影响由另外一系列实验表示出来，这与卷积算法的情况相类似。

罗兰还提出了当投影数据被零均值附加噪音污染时对卷积算法性质的一种分析方法。这些结果表明在重建图像中噪音幅度的标准偏差是如前依赖于滤波函数、插入函数、投影数目以及投影数据中的噪音。计算的结果与理论预言符合得很好，并且饶有趣味的实验证据使我们认为这些预言（对于卷积算法推导的）同样能很好应用于大多数 ρ -滤过层图像算法计算。

在第三章中，布雷斯韦尔描述射电望远镜所作的测量如何可以被解释为一个天空的辐射源亮度分布的投影。在§3.5中，图像

重建理论的一项基本结果, 所谓投影定理(或中心剖面定理)被解释了, 并用图解形式总结了基本概念。射电天文学家所使用的图像重建技术是建立在这个结果的基础上的。计算程序中关键性步骤是把从极坐标中均匀间隔取样的二维数据转换成笛卡尔坐标均匀格子上的取样。坐标转换要求插入数据, 布雷斯韦尔讨论了这个过程的若干计算程序。§3.8分析了由于采用典型插入过程中使用的一种近似而引起的重建图像的误差。

正如布雷斯韦尔所描述的(§3.1.5), 为了恢复退化了了的图像已经发展的某些技术能直接结合到图像重建过程。图像恢复的课题是和图像重建紧密有关的。这两种过程各自的输入通常是不同的, 而图像则是它们的最终结果。图像恢复技术把已经退化的输入数据作为一幅理论图像来解释, 并企图用退化过程的反转来恢复图像(例如运动模糊、散焦)。另一方面, 输入数据重建图像是由一个已知的变换把数据与图像相联系的, 但数据本身不容易解释为一幅图像。

一旦重建了图像, 则进一步的图像处理工作, 例如增强、恢复和图型识别就可以应用了。图像处理的这些方面和其他方面的问题在由黄^[1,40]和罗森费尔德^[1,41]编辑的那套书籍中评论了。

在第四章中, M.D.阿尔特斯丘勒评论了在太阳物理学中图像重建技术的应用。太阳的外部结构由电磁辐射动力相互作用、带电粒子随磁场的分布、电子密度、电势和温度等错综复杂的动力学相互作用所决定。绘制这些分布图在遥控检测中是一个有意义的课题, 阿尔特斯丘勒发表了一篇关于这些分布之间相互关系的评论, 总结了可应用的测量技术的物理学。把这些分布情况并入到一个统一的物理模型, 这是对太阳物理学家的一项持续的挑战。

阿尔特斯丘勒评论了绘制太阳日冕的三维磁场的方法。虽然有关的数据没有投影的形式, 这些方法可以解释为在上述我们已经介绍过的更广泛的意义上的图像重建例子。在第四章中还描述了电子密度图, 这是投影法重建三维图像的应用。这种重建问题

本来就是三维的，因而重建连续断面薄片技术（例如通常用在被计算完的X射线断层照相术中）是不能应用的。

有趣的是，太阳辐射亮度的重建显然是投影法重建图像的第一个实际应用（第三章），并且，首先发展起来用于太阳日冕电子密度的重建的方法（第四章）显然适用于现代技术的X射线扫描仪（见第六章）。

在第五章中，T.F.布丁格和他的合作者描述了测定引入人体内放射性发射物质分布的方法。绘制出这样的分布图是核医学中一项基本的要求，其目的是要对注入或吸入的用放射性原子标记的化合物实行动态化学和流体生理学的定量测量。

用于核医学研究中的大多数放射性原子核发射单光子，但是另外一些发射正电子，这些正电子接着被电子湮没产生两个光子，这两个光子从湮没地点向相反的方向移动。发展检测这些光子对的仪器是许多现代研究工作的主题。第五章描述了用于单光子和同时发生光子对成像的检测器，并且比较了这两种模式的相对优点。

直到发射型计算X射线断层照相术（ECT）出现之前，只有注入同位素分布的投影图像能用于生物学研究和医学诊断过程。布丁格和他的合作者评论了用于ECT中的仪器和处理技术的当前状况，采用这些仪器和技术后，从计算发射光子获得的多视角投影测量可以重建更加有益的图像。然而，光子在由人体内的源到检测器的迁移过程中被衰减了，因此ECT重建问题包含测定源的强度分布和衰减系数分布两个方面。在透射计算X射线断层照相术中，这是一种真正错综复杂的情况，在那里辐射源是体外的（因此它的强度是已知的），只需要确定衰减介质的分布。

布丁格和他的合作者描述了如何把透射X射线断层照相术和其他应用发展起来的图像重建算法经过修正以考虑到光子衰减因素。适合于ECT图像重建算法的发展和执行也受到测量数据的低讯号噪声比和所使用检测器的较低分辨率的影响。

在第六章中，伍德和他的合作者描述了一个雄心勃勃的项

目，这个项目是处于X射线透射计算断层照相术现代研究的最前沿的。他们的目标是人体器官动态变化的高分辨率四维成像（即三维空间和时间），例如心脏跳动。

目前的X射线断层照相机重建代表人体的横截面切片的图像。这些图像在切片的横向可能有高的分辨率，但是由于它的厚度的原因，在切片的垂直方向的分辨率是比较低的。并且，目前收集投影数据的最快的扫描仪历时一秒钟的数量级。由于这些原因，像心脏那样的具有复杂的三维结构并且处于快速运动的器官，现有的机器不能用于它的高分辨率成像。

目前在伦敦诊所建造中的X射线扫描仪包含分布在一个半圆形弧上的多个X射线源和正对着的类似圆弧上同样数目的检测组件。从每一个源发出的辐射将通过病人而在一个半圆形的荧光屏上成像，从那里检测组件将记录下二维投影数据，每个检测组件由一个图像增强器联接一个电视摄像机构成。

一台单源扫描仪样机已经建成，并已获得重要的实验结果。处理将由满标度机器产生的大量数据要求采用效率高的图像重建算法和现代技术的计算机结构和工艺。

伍德和他的合作者描述了这种机器特别适用的广泛的医学应用，并且，他们热烈的展望在生理学的理论基础和医学诊断两个方面都取得进展。这些新的能力将补充从发射X射线断层照相术所得到的资料，它是唯一适合于动态的和官能的研究（见第五章）。

第六章以预期评论的方式结束本书，我们以为是恰当的。我们现在看到，投影法重建图像技术的计算和在小范围使用在十年前应预料到的，而在将来这些技术很可能找到许多新的应用。

参 考 资 料

- 1.1 N.H. Abel: *J. Reine Angew. Math.* **1**, 153-157 (1826)
- 1.2 J. Radon: *Ber. Verh. Sachs. Akad. Wiss. Leipzig, Math. Phys. Kl.* **69**, 262-277 (1917)
- 1.3 F. John: *Math. Ann.* **109**, 488-520 (1934)
- 1.4 S. Helgason: *Acta Math.* **113**, 153-180 (1965)
- 1.5 D. Ludwig: *Comm. Pure Appl. Math.* **19**, 49-81 (1966)
- 1.6 B.F. Logan, L.A. Shepp: *Duke Math. J.* **42**, 645-659 (1975)
- 1.7 B.F. Logan: *Duke Math. J.* **42**, 661-706 (1975)
- 1.8 K.T. Smith, D.C. Solomon, S.L. Wagner: *Bull. Am. Math. Soc.* **83**, 1227-1270 (1977)
- 1.9 G.T. Herman, A. Naperstek: *SIAM Soc. Ind. Appl. Math. J. Appl. Math.* **33**, 511-533 (1977)
- 1.10 E. Natterer: *Numer. Math.* **20**, 81-91 (1978)
- 1.11 F. John: *Plane Waves and Spherical Means, Applied to Partial Differential Equations* (Interscience, New York 1955)
- 1.12 V.G. Romanov: *Integral Geometry and Inverse Problems for Hyperbolic Equations*, Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 26 (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1974)
- 1.13 I.M. Gel'fand, M.I. Graev, N.Y. Vilenkin: *Generalized Functions, Integral Geometry and Representation Theory*, Vol. 5 (Academic Press, New York 1966)
- 1.14 S. Helgason: *Bull. Am. Math. Soc.* **70**, 435-446 (1964)
- 1.15 J.R. Willis: *J. Inst. Math. Its Appl.* **7**, 179-197 (1971)
- 1.16 W.H. Oldendorf: *IRE Trans. BME-8*, 68-72 (1961)
- 1.17 D.E. Kuhl, R.Q. Edwards: *Radiology* **80**, 653-661 (1963)
- 1.18 A.M. Cormack: *J. Appl. Phys.* **34**, 2722-2727 (1963)
- 1.19 A.M. Cormack: *J. Appl. Phys.* **35**, 2908-2913 (1964)
- 1.20 D.J. DeRosier, A. Klug: *Nature* **217**, 130-134 (1968)
- 1.21 D.J. DeRosier: *Contemp. Phys.* **12**, 437-452 (1971)
- 1.22 P.C. Lauterleur: *Nature* **242**, 190-191 (1973)
- 1.23 P. Mansfield: *Contemp. Phys.* **17**, 553-576 (1976)
- 1.24 B.W. Stuck: *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 668-678 (1977)
- 1.25 G.N. Hounsfield: *Br. J. Radiol.* **46**, 1016-1022 (1973)
- 1.26 R.A. Brooks, G. DiChiro: *Phys. Med. Biol.* **21**, 689-732 (1976)
- 1.27 P.R. Smith, T.M. Peters, R.H.T. Bates: *J. Phys. A: Math. Nucl. Gen.* **6**, 361-382 (1973)
- 1.28 D.W. Sweeney, C.M. Vest: *Appl. Opt.* **12**, 2649-2664 (1973)
- 1.29 R. Gordon, G.T. Herman: "Three-Dimensional Reconstruction from Projections: A Review of Algorithms", in *International Review of Cytology* **38**, ed. by G.A. Bourne, J.F. Danielli (Academic Press, New York 1974) pp. 111-151
- 1.30 T.F. Budinger, G.T. Gullberg: *IEEE Trans. NS-21*, 2-20 (1974)
- 1.31 R.M. Mersereau, A.V. Oppenheim: *Proc. IEEE* **62**, 1319-1338 (1974)
- 1.32 G.T. Herman, A. Lent: *Comput. Biol. Med.* **6**, 273-294 (1976)
- 1.33 Z.H. Cho, J.R. Burger: *IEEE Trans. NS-24*, 886-899 (1977)
- 1.34 M.D. Aischauler, G.T. Herman, A. Lent: "Fully Three-Dimensional Image Reconstruction from Cone-Beam Sources", in *Proc. IEEE Computer Society Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, 78 CH1312-5C (IEEE, New York 1978) pp. 194-199
- 1.35 R.M. Lewitt, R.H.T. Bates: *Optik* **50**, 19-33 (1978)
- 1.36 R.M. Lewitt, R.H.T. Bates, T.M. Peters: *Optik* **50**, 85-109 (1978)
- 1.37 R.M. Lewitt, R.H.T. Bates: *Optik* **50**, 189-204 (1978)
- 1.38 R.M. Lewitt, R.H.T. Bates: *Optik* **50**, 269-278 (1978)
- 1.39 G.T. Herman: *Image Reconstruction from Projections: The Foundations of Computerized Tomography* (Academic Press, New York) to be published
- 1.40 T.S. Huang (ed.): *Picture Processing and Digital Filtering*, Topics in Applied Physics, Vol. 6 (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1975)
- 1.41 A. Rosenfeld (ed.): *Digital Picture Analysis*, Topics in Applied Physics, Vol. 11 (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1976)

第二章 图像重建公式的计算机计算

S. W. 罗兰

投影法重建物体的问题已经在很多科学和医药学的领域提出来了。在本章中, 一个物体将被描述为定义在欧几里得平面的一个函数。下面所说的就是这种物体的一些例子: 天空中一个星场的辐射亮度的分布, 稳态下一个被加热的流体在某一平面的温度分布, 一种病毒截面的生物分子的密度分布, 身体组织某一截面的X射线吸收的分布。这种函数的拉登变换是在平面上沿着所有线上函数线积分的集合。对于上面的每一个例子, 我们有这样的仪器, 用这些仪器能够估计沿某些线上函数的线积分(如, 扇束天线, 激光全息图, 电子显微镜, X射线扫描器), 但是却没有直接测量函数值的仪器。于是, 图像重建的问题就是从对物体的拉登变换的部分了解出发来估算在某些点上的函数值。

§ 2.1 概 述

拉登在其经典论文^[2.1]中已经把基本的数学问题解决了。布雷斯威尔^[2.2]认为这个问题与射电天文学中的条积分有关。科麦克^[2.3]指出在放射学中这个问题的重要性。德路西亚和克勒格^[2.4]指出这个问题在电子显微镜中的实用性。在各种各样的领域中已经提出了许多不同的估计函数值的方法。要了解整个概貌, 请参看戈登和赫尔曼^[2.5]的文章。本文中, 我们考虑在拉登给出的数学解的基础上用计算机计算的那些方法。这些近似方法通常称之为“卷积方法”。这些方法在很多文章中都提出了。我们将要涉及的那些实际的计算办法是基于布雷斯威尔和里德尔^[2.6], 拉姆钱特兰和莱克谢明那雷安南^[2.7], 斯威利^[2.8]以及谢普和罗根^[2.9]

等人的文章。

§ 2.2 将介绍要用到的简要的函数符号。用这些符号重新导出拉登反演公式以及一个等价的公式，这个公式是计算机算法的基础。

§ 2.3 介绍与 § 2.2 的连续运算相应的离散近似方法，并且使用这些离散近似法得到重建公式的离散法描述形式。所用的每种近似方法都严格证明了。所得到的离散公式包含两个没有规定的函数：一个滤波函数和一个插值函数。选择这些函数就是研究各种方法之间的基本差别。

§ 2.4 是研究卷积重建算法性质的一个实验，其中做了 4 个试验。这些试验包括从重建一个点物体确定在半最大值处的全宽度和最大的二次过冲参数，算法对噪声的灵敏度，重建受限制的阴影带的能力，以及重建一个代表头部截面的复杂物体的能力。在每个试验中都评价了不同的滤波函数和卷积函数的相对优点。试验表明，方位角振荡的限制值与滤波函数与插值函数无关。导出了一个噪声灵敏度的预测量。提出计算最佳噪声电阻三点连续平均的方法。

§ 2.5 研究 ρ -滤过层图像重建算法。首先导出连续形式的 ρ -滤过层图像重建公式。然后提出离散的计算方法。用这个重建算法重复检验 § 2.4 的实验。

§ 2.6 小结本章的内容和结论，并且指出那些还需要进一步研究的问题。

§ 2.2 拉登反演公式

在本节里，我们重新推导拉登反演公式，并且指出这个公式与作为 § 2.3 离散计算基础的那个反演公式等效。§ 2.2.1~§ 2.2.3 分别提出作为所需的空、函数和算符的符号。§ 2.2.4 扼要地说明 § 2.2.3 中傅里叶变换和其它运算的重要性质。§ 2.2.5 证明投影定理。§ 2.2.6 推导了拉登反演公式。