

模糊集合 语言变量 及 模糊逻辑

〔美〕L. A. 扎德 著

科学出版社

模糊集合、语言变量及 模糊逻辑

〔美〕L. A. 扎德 著

陈国权 译

涂其树 校

科学出版社

1990

内 容 简 介

本书介绍了模糊集合、语言变量、语言概率、模糊逻辑及近似推理的基本概念和计算方法。本书的特点是层次分明，概念清晰，说理透彻，虽是一本专著但可作为一本入门书来读。附录 I 是译者专门为工程技术人员编写的，比较详细地介绍了模糊调节器的基本原理及设计方法。附录 II 是作者发表的模糊集合论的第一篇论文，主要内容是介绍模糊集合的集合论特性。

本书可供从事信息与控制、人工智能与图像识别、医学、心理学、语言学、经济管理科学等领域的科研工作者及高等院校有关师生参考。

L. A. Zadeh

THE CONCEPT OF A LINGUISTIC VARIABLE AND ITS APPLICATION TO APPROXIMATE REASONING

American Elsevier Publishing Company, Inc. 1975

模糊集合、语言变量及模糊逻辑

[美] L. A. 扎德 著

陈国权 译

涂其例 校

责任编辑 李淑兰 鞠丽娜

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年5月第 1 版 开本：787×1092 1/32

1990年9月第3次印刷 印张：6 5/8

印数：16 701—17 700 字数：145 000

ISBN 7-03-001912-1/TP·138

定价：4.10 元

译 者 序

世界上有的东西是确定的，有的东西是不确定的。不确定性有两种：有明确的定义但不一定出现的事件中包含的不确定性称为随机性，已经出现但难以给出精确定义的事件中包含的不确定性称为模糊性。我们无法找到一个明确的边界对具有模糊性的对象进行分类，原有集合论中关于集合的概念在这里失去意义。

但是，模糊性是普遍存在的。在被研究的对象包括人的因素时模糊的东西就更多了。社会学、文学、法律、政治、医学、生理学、心理学等一系列学科中模糊性到处可见。不承认模糊性正是数学不易渗透到上述一类学科中的原因之一。数学被誉为科学的科学，不能对此熟视无睹。

我们承认模糊性有时出于不得已，例如对复杂的事物为简化描述只好降低精度。在许多情况下，高精度是多余的，我们不须在汽车的方向盘上刻上刻度就是例子。但是，更重要的是，在人的感知、辨识、推理、决策以及抽象的过程中模糊性简直是一种天惠；人的大脑能安之若素地接受、贮存、处理模糊信息是一种无与伦比的优越性。计算机就没有这样的能力。反映计算机“思维”能力的是计算机语言，它是再精确不过的，而反映人的思维的自然语言却包含着大量模糊的词和句。可是人类的语言比计算机语言丰富得多，能解决的问题是计算机所根本无法比拟的。

人工智能既然想用机器模拟人的思维过程，首先必须为人的某些智能建立数学模型。但是，不承认模糊性的传统数

学总的说来是无法完成这个任务的。难以设想人类的知觉仅仅用二值逻辑、传统集合论或者一些复杂的计算机程序就能表达出来。

模糊集合论企图克服上述的这些障碍，寻求一种严谨的方法来处理世界上不能精确描述的问题。

恩格斯说过：“只是在数学中，才有抽象的同一性及其与差异的对立，而且甚至在这里也在不断地被扬弃。”模糊集合论的提出也许是在数学中扬弃抽象同一性的一个重要尝试。

恩格斯还说：“辩证法不知道什么绝对分明的和固定不变的界限，不知道什么无条件的普遍有效的‘非此即彼！’，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了‘非此即彼！’，又在适当的地方承认‘亦此亦彼！’，并且使对立互为中介；辩证法是最唯一的、最高度地适合于自然观的这一发展阶段的思维方法。”这一论断增强了我们对模糊集合论这个新学科的前途的信心，增强了我们摆脱现代流行的一些观念的勇气。

模糊集合论于1965年提出，七十年代开始受到重视并得到迅速发展。有关的论题十分广泛，包括图像识别、自动机理论、形式语言和自然语言研究、控制论和系统理论、逻辑、最优和决策理论、信息论、信号处理、工程及人事管理、生物学、心理学、医学乃至罪犯审查等方面；在数学方面则涉及代数、拓扑、测度、图论等。论文数量已近千篇。这些论著中到处闪烁着新思想的火花，颇能激发人们的想象力。

模糊语言的概念是模糊集合理论中最重要的发展之一。我们注重语言方法的原因一方面是为了研究模糊调节器，一方面是因为非模糊的语言方法已在计算机科学和模式识别方面得到成功的应用；但最重要的是人类语言表达主客观模糊性的能力特别引人注目，或许从研究模糊语言入手就能把握住主客观的模糊性、找出处理这些模糊性的方法。

本书的中心是 L. A. 扎德 1975 年发表的长篇连载论著《语言变量的概念及其在近似推理中的应用》。语言变量的概念是模糊语言理论的重要方面，书中首先介绍模糊集合的概念、术语及基本运算，进而引出模糊变量的概念，在这个基础上提出语言变量的概念并探索它的含义，语言概率及其计算、模糊逻辑及近似推理则当做语言变量的应用来处理，书中举了许多例子帮助理解新概念，可以当做一本入门书来读。

附录 I 是译者根据近年来的资料以及我们的初步研究结果编写的，以本书前三章的理论为基础，阐述模糊调节器的概念及算法，可以当做第四章来读。附录 II 是作者的另一篇论文“模糊集合论”，原文发表于 1965 年国际信息与控制杂志上，主要内容是介绍模糊集合的集合论特性，这篇文章反映了这一学科的最初思想，其内容在今天仍然是基本而且重要的。

读这本书所需的预备知识是普通集合论的概念和一般大学的高等数学。虽然用了一些测度论及现代代数的术语，但测度论及现代代数不是读这本书必要的基础。对于数学工作者这本书可能显得过于详尽，但对于工程技术人员及人文学科的研究工作者来说这可能反而是一个优点。

模糊集合论还是一门刚刚萌芽的新学科，在其发展初期就紧密地和应用问题结合在一起。有人认为这一理论的出现对科学方法论将有巨大的冲击。有人估计也许会形成一个全新的模糊数学分支和确定数学、统计数学并驾齐驱。另外，会不会引起控制理论的重大变化？为人工智能开辟更广泛的途径的目的是否能达到？有没有可能和必要创造出能直接处理模糊信息的计算机？这些论断和疑问都有待人们从数学方面和实际应用方面进一步加以探索和评价。当前特别需要大量

在实际应用方面成功的例子。这些无疑是艰难而长期的任务。要是能够吸引更多的人注意到这一新的学科并参加到它的开发和建设的行列中来，我们翻译这本小册子的目的就达到了。

中国科学技术大学涂其树同志阅读了本书的译稿并提出了宝贵的意见，北京师范大学汪培庄和陈图云同志对清样进行了仔细认真的校对，在此一并表示深切的谢意。

由于译者水平有限，错误及缺点在所难免，诚恳地希望广大读者批评指正。

译 者

1980年10月

原 作 提 要*

我们把一个以自然语言或人工语言中的字或句作值的变量称为**语言变量**。例如**年纪**这个变量，倘若它的值是语言而不是数值，也就是说，这个变量的值是年轻、不年轻、非常年轻、十分年轻、老、不很老也不很年轻等而不是20, 21, 22, 23, ……，那么，它就是一个语言变量。用更专门的术语来说，语言变量表征为一个五重组 $(\mathcal{A}, T(\mathcal{A}), U, G, M)$ ；其中 $\mathcal{A}$ 是变量的名称； $T(\mathcal{A})$ 是 $\mathcal{A}$ 的辞集，即是它的语言值的总汇； U 是论域； G 是用以产生 $T(\mathcal{A})$ 中的辞的句法规则；而 M 是把每一个语言值和它的辞义 $M(X)$ 联结起来的语义规则，这里 $M(X)$ 表示为 U 的一个模糊子集。语言值 X 的辞义由一致性函数 c 表征， $c: U \rightarrow [0, 1]$ ；一致性函数把 U 中的每一个 u 和它与 X 的一致性联结起来。这样，二十七岁和年轻的一致性可能是0.7，而三十五岁可能是0.2。语义规则的功用是把合成语言值中称为原辞的辞——例如，不很年轻也不很老中的年轻和老——的一致性和合成值的一致性关连起来。为此，诸如非常、十分、极端一类的程度词以及和与或这样的连接词被当做非线性算子处理；这些算子按规定的方式修改它们的运算量的辞义。对于按通常的定量方法去描述过于复杂或定义太不完善的现象，语言变量的概念提供近似的

* 原文见 L. A. Zadeh, The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning, I, II, III, *Inf. Sci.* 8, No. 3, No. 4, 9, No. 1 (1975).——译者注

表达法。特别是以真、很真、完全真、不很真、不真等辞作值，把真假当作语言变量处理时，得到一种叫做模糊逻辑的东西。这种逻辑为近似推理——一种不精确也不十分不精确的推理的模式——提供理论基础。其结果可能给人类的推理贡献一种比传统的二值逻辑更为实际的结构。可以看到，用诸如可能、很可能、不可能等作值，概率也能作为语言变量处理。用语言概率进行计算要求解非线性规划，得到的结果的不精确程度和基本概率相同。语言方法主要应用于人文系统的领域内——特别适用于人工智能、语言学、人类决策过程、图形识别、心理学、法律、医学诊断、信息检索、经济学及与这些方面有关的场合中。

目 录

第一章	1
第一节 导论	1
第二节 变量的概念	12
§ 2.1 定义	12
§ 2.2 边缘限制和条件限制	14
§ 2.3 交互作用和非交互作用	19
第三节 模糊集合及扩展原理	23
§ 3.1 模糊集合——概念及术语	23
§ 3.2 模糊集合的水平集合	27
§ 3.3 模糊集合上的运算	28
§ 3.4 模糊关系	33
§ 3.5 投影和柱状模糊集合	34
§ 3.6 扩展原理	39
§ 3.7 有模糊资格函数的模糊集合	44
第二章	51
第一节 模糊变量的概念	51
§ 1.1 定义	51
§ 1.2 边缘限制和条件限制	55
§ 1.3 可分性与非交互作用	59
第二节 语言变量的概念	63
§ 2.1 定义	63
§ 2.2 构成式语言变量	70
§ 2.3 布尔语言变量	73
§ 2.4 语言变量的图形表达法	82

第三节	语言真假变量和模糊逻辑	84
§ 3.1	定义	84
§ 3.2	模糊逻辑中的逻辑联结	87
§ 3.3	真假值表和语言近似	94
§ 3.4	真假值不知道和无定义	95
§ 3.5	合成真假变量与真假值分布	101
第三章		109
第一节	语言概率及模糊集合上的平均	109
§ 1.1	语言概率	110
§ 1.2	语言概率的计算	114
§ 1.3	模糊集合上的平均	118
第二节	推论的合成规则及近似推理	123
§ 2.1	推论的合成规则	123
§ 2.2	假言推理是推论合成规则的一种特殊情况	128
§ 2.3	模糊定理	135
§ 2.4	采用模糊流程图的图解表达法	138
结束语		147
参考文献		148
附录 I	语言变量的概念在工业过程中的应用——模糊逻辑调节器	152
I-1	引言	152
I-2	用语言归纳手动控制策略	154
I-3	语言控制策略表达为论域的积集上的模糊关系	157
I-4	控制作用的计算	162
I-5	输入和输出的处理	174
I-6	结束语	178
参考文献		180
附录 II	模糊集合论的第一篇论文——《模糊集合论》	181

II-1 引言	181
II-2 定义	182
II-3 联、交和补的一些特性	186
II-4 模糊集合上的代数运算	188
II-5 凸性	191
参考文献	199

第一章

第一节 导 论

现代科学有一个基本信条¹⁾,这个信条认为:对于一种现象,未经定量描述,就谈不上彻底理解。照此推论,构成科学知识的核心的大多数东西,可以看作一个概念和方法的贮水池;人们可以汲取这些概念和方法,为各种形式的系统建立数学模型,并通过这些数学模型获得关于系统特性的定量信息。

人们尊重精确、严格和定量的东西,看不起模糊、不严格和定性的东西。因此,对于数字计算机的出现导致定量方法的使用在遍及人类知识的大多数领域中获得迅速发展的事实,我们并不感到惊奇。事实已经证明,数字计算机在处理机器系统方面确实非常有效(所谓机器系统,是指行为由力学、物理、化学和电磁学所规定的无生命系统)。可惜,这个结论对于人文系统²⁾并不适用;这类系统——至少到现在为止——已经证明与数学分析和计算机模拟存在一定的距离。人们普

1) 开耳芬在 1883 年说过:“在物理科学中,学习任何论题的关键的第一步是寻找它的数值计算原理和与之有关的一些性质的测量方法。我常说,要懂得一点东西,你就必须设法把这件东西测量出来并且把它表达为数字。相反,当你不能把它测量出来又无法把它表达为数字时,你对这件东西的知识是贫乏而不充分的:知识可能开始在你的头脑中出现,但无论如何,你的思想还未进入科学的境界。”

2) 人文系统是指行为受人类的判断、感觉或感情影响重大的系统。人文系统的例子是:经济系统、政治系统、法律系统、教育系统等,一个单一的人或他的思想过程也可看为一个人文系统。

遍认识到,对于生理学、心理学、文学、法律、政治、社会学和其他人类判断所及的领域提出的基本论题,计算机的应用没有提供多少启发.除了在人工智能及其有关的领域中偶尔见到的一些例子之外(见参考文献[2,3,4,5,51]),计算机也未能显著地深化我们对人类思维过程的理解.

有一个原理断言高精度与高复杂性是不兼容的,这个原理可以称为不兼容原理¹⁾.我们在参考文献[6]和[7]中所作的论述证明,数字计算机不能有效地应用于人文系统的事实,正是这个原理的证据之一.这样,我们可以很有把握地说,系统分析和计算机模拟的一般技术——这些技术立足于数值数据的精确计算的基础上——在本质上无法把握住人类思维过程及决策过程的高度复杂性.接受这一前提意味着,要想对人文系统的行为作出有意义的论断,可能必须抛弃高标准的严格性和精确性;我们对于已构成的机器系统的数学分析再也不能求之过高,对于本质上近似的方法也应变得更加宽容.很可能只有这样做,计算机模拟才能够成为分析对于一般定量技术来说太复杂或定义太不完善的系统的有效的工具.

在极度的复杂性面前从精度方面撤退下来时,着手研究语言变量的使用是自然的事.所谓语言变量是以自然或人工语言中的字或句而不是以数作值的变量.用字或句而不用数的原因是语言的特性一般而言没有数那么明确.例如,谈到年纪时,当我们说“约翰年轻”比起我们说“约翰二十五岁”来精确性是少些.在这意义上,标记年轻可以认为是变量年纪的一个语言值;年轻与数值二十五的作用视为同一,只是精度

1) 具体一点说,一个系统的复杂性与分析它能达到的精度相互之间服从一个粗略的反比关系.

小些,因而信息也少些。语言值非常年轻、不年轻、极年轻、不很年轻等与数值 20, 21, 22, 23, …对照的情况也是一样的。

假如把数值变量的值看成平面上的点, 则语言变量的值可以比喻为有模糊边界的球场。事实上, 语言变量之所以能作为一种近似的表达法, 去表达因为太复杂或定义太不完善而无法用精确的术语加以描述的现象, 就是靠球场而不是点这一观念的使用。然而, 通过所谓扩展原理的使用, 现存大多数系统分析的数学方法能够适应语言变量的计算, 这一点也很重要。这样, 我们也许能够设计一种语言变量的近似算法, 这种算法对多种实际应用问题会有用处。

语言变量的值的总体构成它的辞集, 原则上可以有无穷多个元素。例如语言变量**年纪**的辞集可以读为

$T(\text{年纪}) = \text{年轻} + \text{不年轻} + \text{非常年轻} + \text{不是非常年轻} + \text{非常非常年轻} + \cdots + \text{老} + \cdots + \text{不非常年轻} + \text{也不非常老} + \cdots + \text{中年} + \text{不是中年} + \cdots + \text{不老也不是中年} + \cdots + \text{极老} + \cdots,$

其中+记联而不是**算术和**。同样, 语言变量**容貌**的辞集可以是

$T(\text{容貌}) = \text{美丽的} + \text{漂亮的} + \text{伶俐的} + \text{俊俏的} + \text{标致的} + \text{不美} + \text{非常漂亮} + \text{非常非常俊俏} + \text{有几分漂亮} + \text{十分漂亮} + \text{十分俊俏} + \text{相当俊俏} + \text{不是非常标致} + \text{也不是非常不标致} + \cdots.$

在语言变量**年纪**的情况下, 以数值 0, 1, 2, …, 100 作值的数值变量**年纪**构成语言变量**年纪**的基础变量。利用这一变量, 年轻这样的语言值可以解释为基础变量的值上的一个模糊限制的标记, 我们将这个模糊限制取作年轻的辞义。

基础变量值上的一个模糊限制是由一个一致性函数所表征的。一致性函数把基础变量的每个值与区间[0, 1]中的一

一定的相似之处。

第二,我们将一般地假定一个语言变量是构成式的*,因为它包含了如下两个规则。规则(i),句法规则,规定变量的辞集中语言值如何产生。关于这一规则,我们通常假定变量的辞集中的辞是按上下文无关文法产生的。规则(ii)是一个语义规则,这个规则规定计算任何给定的语言值的辞义的过程。关于此,我们注意到一个语言变量的典型值,例如,不非常年轻也不非常老包括可称之为原辞的辞,例如年轻和老,它们的辞义不但是主观的而且也是上下文相关的。我们假定这种辞的辞义是预先规定好的。

除原辞之外,一个语言值可能包括如和、或、都是、都不是等连接词,包括否定词不以及很、有点儿、完全、十分、相当、极端、稍微等程度词。下面我们将会看到,连接词、程度词及否定词可以作为算子处理;这些算子按规定的上下文独立的方式修改它们的运算量的辞义。这样,若年轻的辞义由一致性函数所定义,其形式如图 1.1 所示,则通过把年轻的一致性函数作平方运算就可得到十分年轻的辞义;而用一去减年轻的

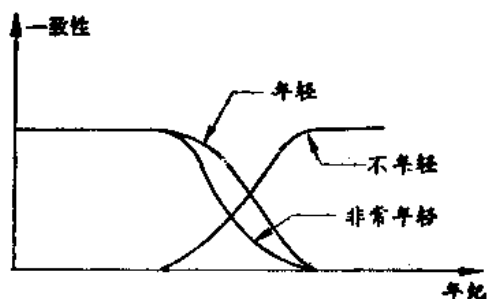


图 1.4 年轻、不年轻和非常年轻的一致性函数

* 构成式的模糊语言的定义见参考文献[6]。——译者注

一致性函数可以给出不年轻的辞义(图 1.4)。这两个规则是更一般语义规则的特例。一般语义规则将在第二章第二节中讲到。

第三,当我们研究象**年纪**这种语言变量时,立足的基础变量**年纪**本来就是数值。这样,在这种情况下,我们能够利用一致性函数定义象**年轻**这样的语言值的辞义。一致性函数把区间 $[0, 100]$ 中的每一个年纪和区间 $[0, 1]$ 的一个数结合起来,表达年纪和标记**年轻**之间的一致性。

另一方面,在语言变量**容貌**的情况下,我们没有一个精确定义的基础变量,即,我们不知道如何表达美的程度,比方说,表达为某些物理尺度的函数。但对一群女性中的每一个人,我们仍然能说出她有几分姿色堪称之为一个美人。比方说,费伊为 0.9,阿黛尔为 0.7,凯西为 0.8,而维拉为 0.9;但一致性函数的这些值该是建立在印象的基础之上,我们无法用清晰的术语加以表达或加以形式化。换句话说,一致性函数不是建立在数学上有精确定义的目标的集合之上,而是建立在加上标注的一些印象的集合之上。这种定义对人类是有意义的,但对计算机至少没有直接的意义¹⁾。

在后面各章节里我们将会看到,在第一种情况下,基础变量本来就是数,通过使用模糊集合的扩展原理,语言变量能以相当精确的方式加以处理。在第二种情况下它们的处理几乎完全是定性的。然而在两种情况下多少都包含了一些计算。这样,必须明白,语言方法本质上并不是完全定性的。说得恰当一点,计算是在某种布景后面执行的,而且,最后**语言近似**用来把数变换成字(图 1.5)。

1) 这里包含的基本问题是从一个模糊集合的元素的样本集合中抽取特征的问题,这一问题的讨论可在参考文献[8]中找到