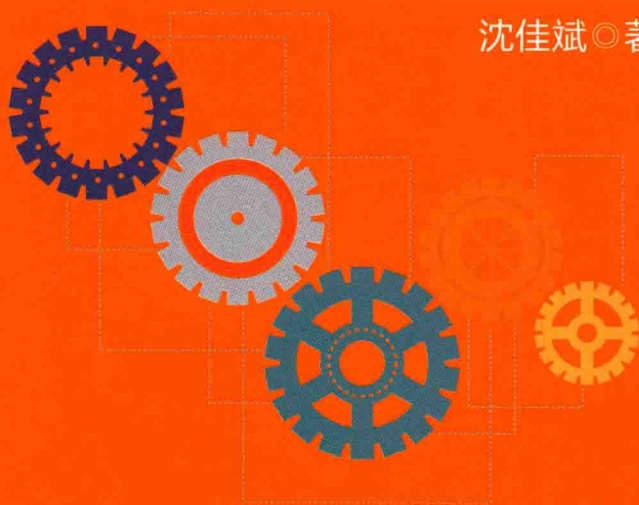


21世纪经济与管理精编教材·经济学系列

# 经济增长 理论导论

Introduction to Theory of  
Economic Growth

沈佳斌◎著



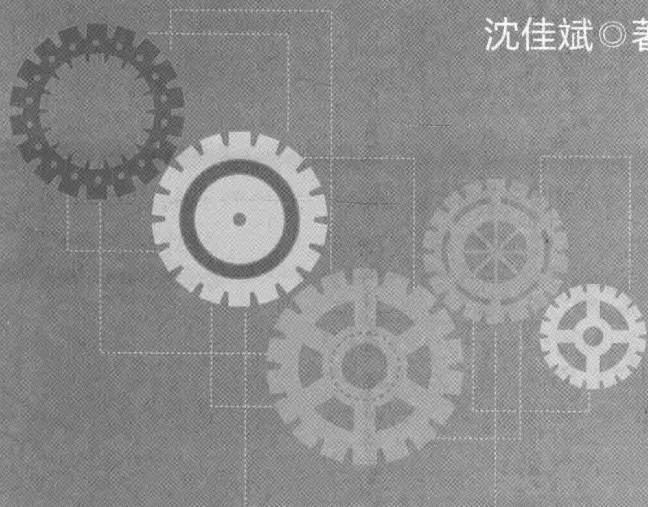
北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

21世纪经济与管理精编教材·经济学系列

# 经济增长 理论导论

Introduction to Theory of  
Economic Growth

沈佳斌◎著



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

经济增长理论导论/沈佳斌著. —北京: 北京大学出版社, 2015. 8

(21 世纪经济与管理精编教材·经济学系列)

ISBN 978-7-301-26059-3

I. ①经… II. ①沈… III. ①经济增长理论—高等学校—教材 IV. ①F061.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 147526 号

- 书 名 经济增长理论导论
- 著作责任者 沈佳斌 著
- 策划编辑 王 晶
- 责任编辑 兰 慧
- 标准书号 ISBN 978-7-301-26059-3
- 出版发行 北京大学出版社
- 地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871
- 网 址 <http://www.pup.cn>
- 电子信箱 [em@pup.cn](mailto:em@pup.cn) QQ:552063295
- 新浪微博 @北京大学出版社 @北京大学出版社经管图书
- 电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926
- 印 刷 者 三河市北燕印装有限公司
- 经 销 者 新华书店
- 787 毫米×1092 毫米 16 开本 14 印张 349 千字
- 2015 年 8 月第 1 版 2015 年 8 月第 1 次印刷
- 印 数 0001—3000 册
- 定 价 34.00 元



未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: [fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

图书如有印装质量问题, 请与出版部联系, 电话: 010-62756370

# 前言

经济增长一直是经济学的重要研究主题。一方面,经济增长对人类社会福利的改善至关重要(Barro and Sala-i-Martin, 2004);另一方面,经济增长所呈现出来的典型事实——时间上的持续性和空间上的差异性——令经济学家着迷<sup>①</sup>。自然,经济增长理论在经济学家族中也就有着很重要的地位。

更进一步,经济增长理论所采用的形式化的动态一般均衡分析法也是宏观经济学的主要分析方法,由此,弄懂经济增长理论有助于宏观经济学的学习。

可是,由于形式化的动态一般均衡分析法大量采用数学,因此,弄懂经济增长理论不是一件容易的事情。本书试图对经济增长理论给出一个比较“明了”的解读,从而让那些经济学和数学基础不是很好的读者能够通过本书读懂经济增长理论。为了达成这个目标,我尽力做好以下两个方面的工作:

第一,注重经济增长理论研究方法的讲解,并且总是根据这些研究方法来解读每一个经济增长模型。具体来说,在仔细讲解经济增长的研究方法的基础上,我们着重做了两件事情:

首先,按照相同的步骤来讨论每一个模型。本书把经济增长理论的研究方法“分解”为设定模型、建立模型和分析模型三个步骤,并总是遵照这三个步骤来讨论每一个模型。这样不但可以做到条理清楚,而且可以通过对模型进行“化整为零”来降低理解模型的难度,更为重要的是,能够通过这种不断的重复让读者理解从而学会经济增长理论设定、建立和分析模型的方法。

其次,按照同一个程序来建立每一个模型。本书建立经济增长模型总是以最终品生产函数为起点,接下来,依次去寻找每一个投入变量的决定式。这样做的好处是,能够让读者在研读经济增长模型时,知晓模型(方程组)中每一个方程的“来龙去脉”。随着阅读的深入,读者就会慢慢体会到本书模型中的所有方程的出现都是环环相扣的。

第二,讲清楚书中用到的数学知识。这些相关的数学知识主要有:齐次函数,一阶线性微分方程,相位图的画法,稳态的基本性质,非线性微分方程对数线性化方法,最优控制论,动态优化问题中的两种约束条件及其相互转换的方法,定积分关于非积分变量求导,不变替代弹性函数,等等。

---

<sup>①</sup> 以至于著名经济学家卢卡斯(Lucas, 1988)有过这样的感叹:一旦你开始思考(经济增长问题),就很难再去思考其他的问题了。

讲解这些数学知识时,我们努力做到如下几点:一是在要用到它们的时候讲解,这样,可以比较好地凸显出数学在经济增长理论中的“有用性”;二是尽可能做到通俗易懂,比如,书中讲解较为复杂的数学问题时,总是设法找一个类似的较为简单的数学问题来进行类比;三是努力讲清楚这些数学知识的使用方法,比如,给出了非线性微分方程对数线性化方法的具体步骤。

上述两点,是本书区别于其他相关图书的独有特征。这两点让经济增长理论变得“友好”了许多。因为这两点能够让读者在学会如何建立和分析经济增长模型的同时,了解为什么要这样建立和分析模型。由此,本书能够让你读懂主要的经济增长模型,哪怕你的经济学和数学基础不是太好。这就是本书所孜孜以求的所谓“低起点、高落点”的效果。

下面,介绍一下本书的结构安排。本书按照现代经济增长理论的发展规律来组织全书内容。概括地说,这个发展规律是,现代经济增长理论的起点是索洛模型,此后的模型都是在放松索洛模型若干假设的基础之上发展而来的。很自然,索洛模型成为本书展开的第一个增长模型,它是本书第二章的主题。

第一个被放弃的索洛模型假设是储蓄率外生给定。储蓄率外生给定导致索洛模型出现过度储蓄。为了消除这种非理性的结果,凯斯和库普曼斯把拉姆齐的消费者最优化分析引入增长理论中,从而提供了一种对储蓄率的内生决定理论。<sup>①</sup>当然,凯斯和库普曼斯对消费者最优行为的分析所使用的方法不同于拉姆齐,前者用的是现代控制论,后者使用的则是古典变分法。这种不同只是数学进步的结果。拉姆齐模型是本书第三章的内容。

在讨论储蓄率(内生)决定时,拉姆齐模型假设进行消费、储蓄决策的家庭是永续存在的王朝。虽然考虑到父母(对子女)的“利他”行为,这个假设还是有些合理性,并且,这个假设极大地简化了模型的建立和分析过程,但是,它毕竟与人们具有有限生命这一事实不符,尤其是在这个假设下,拉姆齐模型无法分析不同代际之间的相互影响。为此,在第四章里,我们将放弃消费者具有无限生命的假设,讨论迭代增长模型,在这个模型中,消费者具有有限生命。

在接下来的第五章里,我们将从三个方面来进一步扩展拉姆齐模型。一是引入政府,讨论政府的经济活动——主要是政府购买和税收——对经济增长的影响;二是引入物质资本投资的安装成本,考虑厂商动态优化决策;三是在开放条件下来展开拉姆齐模型。

第二个被放弃的索洛模型假设是人口和劳动增长率外生给定。这个假设排除了生育决策和劳动与闲暇之间的选择。放弃这个假设就是为了考虑生育决策和劳动与闲暇之间的选择对经济增长的影响。本书第六章讨论包含生育决策和劳动与闲暇之间选择的增长模型。

第三个被放弃的索洛模型假设是可累积要素(主要是指物质资本)的边际报酬递减。由于采用了可累积要素边际报酬递减的新古典生产函数,索洛模型和拉姆齐模型都无法解释经济增长在时间上的持续性与在地域间的差异性。正是为了克服索洛模型和拉姆齐模型的这一不足,内生增长理论得以出现。内生增长模型的共同做法就是放弃可累积要素边际报酬递减假设。

<sup>①</sup> 因此,这种储蓄率内生决定的增长模型通常叫作“拉姆齐模型”。尽管拉姆齐关于最优储蓄决定的文献早在索洛模型出现之前就发表了,但是,由于这种储蓄内生决定分析方法是在索洛模型之后才被引入增长模型的,因此,拉姆齐模型被看作是对索洛模型的扩展。



要素边际报酬递减规律发生作用有两个前提条件：一是其他要素保持不变；二是技术保持不变。因此，要使可累积要素边际报酬不递减，只需要放弃其中某一个条件即可。在增长文献中，由放弃“其他要素保持不变”假设而发展而来的内生增长模型叫作“AK 模型”；由放弃“技术保持不变”假设而发展起来的内生增长模型叫作“内生技术进步模型”。

经济增长模型通常有两种不同的方式来放弃“其他要素保持不变”假设。一是直接假设其他要素不存在；二是在可累积要素和其他要素之外引入第三个要素，可累积要素的增加可以导致这个第三要素增加，从而导致“其他要素”增加。按照第一种方式发展起来的模型是 AK 模型的基准，本书将它叫作“基本”AK 模型。第二种方式所引入的第三要素主要包括“干中学”、政府服务和人力资本，据此，可以将这种方式发展起来的模型区分为干中学模型、政府服务模型和人力资本模型。

至于放弃“技术保持不变”假设就是引进技术进步<sup>①</sup>，更准确地说是把技术进步内生化。在经济增长文献中，技术进步一般被区分为水平技术进步（产品种类数增加）和垂直技术进步（产品质量提升）。由此，内生进步增长模型又被区分为“水平创新内生增长模型”和“垂直创新内生增长模型”。第七章依次介绍四种 AK 模型；水平技术进步内生增长模型和垂直技术进步内生增长模型分别是本书第八章与第九章的主题。

第十章讨论可变时间偏好率的经济增长模型。在这一章里，我们将放弃此前一直保持的“消费者的时间偏好率外生给定并保持不变”的假设，将时间偏好率内生化。我们把可变的时间偏好率分别引入拉姆齐模型和内生增长模型。

除开导言的其余九章可以被分为四个部分。第一部分包含第二章和第三章，可以被叫作“新古典增长模型”，因为索洛模型和拉姆齐模型使用的都是新古典生产函数。第四章、第五章和第六章构成第二部分，可以被叫作“扩展的新古典增长模型”，一方面，这些模型使用的仍然是新古典生产函数；另一方面，它们又都在非生产函数方面做了某些改进。第七章、第八章和第九章构成第三部分，是所谓“内生增长模型”，它们的共同特征就是放弃了新古典生产函数。第四部分只包含最后一章，这一章主要是将此前一直外生给定的不变时间偏好率内生化，我们把内生可变的时间偏好分别引入新古典增长模型和内生增长模型。将这一章独立划入第四部分，是因为这一章涉及的是消费者偏好的改变，与此前的模型都不相同。

---

<sup>①</sup> 其实，索洛模型和拉姆齐模型为了解释经济增长的持续性与差异性，也引入了技术进步，只是技术进步是外生给定的。与之不同，内生增长模型中的技术进步是经济行为人有意识的决策的结果。

# 目 录

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第一章 导 言             | 1   |
| 1.1 研究主题            | 1   |
| 1.2 研究方法            | 1   |
| 习题                  | 5   |
| 第二章 索洛模型            | 6   |
| 2.1 假设条件            | 6   |
| 2.2 建立模型            | 13  |
| 2.3 分析模型            | 15  |
| 2.4 扩展的索洛模型         | 33  |
| 习题                  | 42  |
| 第三章 拉姆齐模型           | 43  |
| 3.1 代表性家庭           | 43  |
| 3.2 建立模型            | 44  |
| 3.3 消费者跨时点效用最大化问题   | 45  |
| 3.4 模型分析            | 60  |
| 习题                  | 70  |
| 第四章 迭代增长模型          | 72  |
| 4.1 基本迭代模型          | 73  |
| 4.2 经典迭代模型          | 79  |
| 4.3 利他迭代模型          | 80  |
| 4.4 永葆青春模型          | 81  |
| 习题                  | 89  |
| 第五章 扩展的拉姆齐模型        | 91  |
| 5.1 包含政府的拉姆齐模型      | 91  |
| 5.2 投资调整成本与经济增长     | 95  |
| 5.3 开放条件下的拉姆齐模型     | 99  |
| 5.4 有国际信贷约束的开放拉姆齐模型 | 102 |
| 习题                  | 105 |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第六章 人口、劳动和经济增长 .....      | 107 |
| 6.1 移民与经济增长 .....         | 107 |
| 6.2 生育与经济增长 .....         | 117 |
| 6.3 劳动-闲暇选择与经济增长 .....    | 123 |
| 习题 .....                  | 128 |
| 第七章 AK 模型 .....           | 129 |
| 7.1 基本模型 .....            | 130 |
| 7.2 干中学和知识外溢模型 .....      | 133 |
| 7.3 政府服务与经济增长 .....       | 136 |
| 7.4 人力资本与经济增长 .....       | 142 |
| 习题 .....                  | 151 |
| 第八章 水平创新内生增长模型 .....      | 153 |
| 8.1 实验设备模型 .....          | 153 |
| 8.2 罗默模型 .....            | 166 |
| 8.3 消费品多样化模型 .....        | 170 |
| 习题 .....                  | 173 |
| 第九章 垂直创新内生增长模型 .....      | 175 |
| 9.1 实验设备模型 .....          | 175 |
| 9.2 阿吉翁-霍伊特模型 .....       | 186 |
| 9.3 不存在规模效应的内生增长模型 .....  | 196 |
| 习题 .....                  | 198 |
| 第十章 可变时间偏好率增长模型 .....     | 200 |
| 10.1 可变时间偏好率的拉姆齐模型 .....  | 200 |
| 10.2 可变时间偏好率的 AK 模型 ..... | 207 |
| 习题 .....                  | 212 |
| 参考文献 .....                | 213 |
| 后 记 .....                 | 215 |



# 第一章 导 言

开门见山。导言的任务是回答以下问题:什么是现代经济增长理论?要介绍一门学科,无非是从“研究主题”和“研究方法”两个主要方面展开。这两个部分的内容构成了本章的两节。

## 1.1 研究主题

经济增长理论的研究主题自然是“经济增长”。通常,经济增长被定义为“人均产出的增加”。因此,经济增长理论要研究的中心问题是,人均产出增长率的决定因素是什么。如果用  $y$  表示人均产出,  $t$  表示时间,则经济增长理论就是要求解  $\frac{dy/dt}{y}$  的决定式。显然,如果知道  $y(t)$  的话,那么,  $\dot{y}/y$  (本书用  $\dot{x}$  表示变量  $x$  关于时间  $t$  的导数,即  $\dot{x} \equiv dx/dt$ ) 就很容易求得。如此一来,简单地讲,经济增长理论的主要任务就是要求解函数式  $y(t)$ 。

当然,经济增长理论还会研究与产出相关的一些变量,关注的重点也是求解这些变量关于时间的函数。一方面,产出是投入的结果。经济增长理论常常关注的投入变量有资本、投资、劳动、人力资本,等等。另一方面,产出总归是要被使用的。经济增长理论也关注产出的最终使用,比如消费、储蓄这些变量的变化。

具体说来,经济增长理论要研究的是经济增长的两大典型事实:增长的持续性和差异性。经济增长理论文献通常的做法是,先将产出及与之相关的变量的变化情况概括成若干“典型事实”,然后建立模型来解释这些变量变化的典型事实。说到经济增长的典型事实,就不能不提及卡尔多(Kaldor, 1963)所做出的六点经典概述:(1) 人均产出持续增长,并且增长率没有下降的趋势;(2) 人均物质资本持续增长;(3) 资本的回报率基本保持不变;(4) 物质资本与产出比率大体不变;(5) 劳动和物质资本在国民收入中的占比基本保持不变;(6) 不同国家间的人均产出增长率存在巨大差异。这六点当中,重点是第(1)点和第(6)点,这是因为前面五点事实密切相关,解释第一点的因素大体上就可以解释第(2)点至第(5)点。为此,经济增长典型事实通常被抽象成如下两点:一是从时间上看,经济增长具有持续性;二是从空间上来看,经济增长存在巨大差异。

## 1.2 研究方法

现代经济增长理论的研究方法可以用两个关键词来概括:“动态一般均衡分析法”和“形式化分析法”。研究方法是一个极为抽象的问题,这里只做尽可能简单的介绍和说明。简单的标

准是,这里的介绍和说明能够让下文顺利展开即可。详细的解读,留待下文结合具体的经济增长模型来进行。

### 1.2.1 动态一般均衡分析法

在经济学中,均衡的含义是“最优”。要注意的是,这个含义成立需要满足“(理性)经济人”和“信息完全”两个假设条件。

从字面上理解,当我们说某个对象处于均衡状态时,就是指这个对象“不动了”。用在经济学中,就是指某个经济现象“不动了”。要准确理解经济学中均衡的含义,就得注意到如下事实:所有的经济现象都是经济行为人选择的结果。<sup>①</sup>因此,与其说是某个经济现象“不动了”,还不如说是那些(个)选择这个经济现象的经济行为人“不动了”,即不改变自己的选择了。如此一来,要理解经济学中均衡的含义,就得弄清在什么情形下经济行为人不改变自己的选择。

概括地说,经济行为人不改变自己选择的情形可以区分为两类三种。第一类是经济行为人为“达到最优”了。换言之,就是经济行为人为“满足了”。第二类是经济行为人为“以为自己达到了最优”。这类情形又可以进一步区分为两种情况:一是经济行为人是非理性的,错把非最优当成最优;二是经济行为人虽然是理性的,但是由于缺乏信息而错把非最优当成最优。经济学的“(理性)经济人”和“信息完全”两个假设排除了第二类情形中的两种情况。由此,经济学中均衡的含义就可以简单地理解为“最优”。

经济学中的均衡(从而均衡分析)可以分为三个层次。第一个层次是单个经济行为人均衡。比如,消费者均衡、生产者均衡、厂商均衡等。消费者均衡就是消费者达到了最优,也就是实现了“效用最大化”;生产者均衡就是生产者达到了最优,即实现了“既定产量条件下的成本最小化,或者既定成本条件下的产量最大化”;厂商均衡就是厂商达到了最优,即实现了“利润最大化”。第二个层次是单个市场均衡。市场均衡是指市场上的供求双方同时达到了最优。也就是说,这个市场中的消费者在实现效用最大化的同时,厂商也实现了利润最大化。第三个层次是一般均衡。一般均衡是指所有市场中的供求双方都同时达到了最优;换句话说,在一般均衡分析法看来,要分析的经济现象是所有参与这一经济现象的经济行为人的最优选择及其相互作用的结果。

经济增长理论使用的主要分析方法就是一般均衡分析法。这是因为,在经济增长理论中,经济增长被理解为“所有参与经济增长活动的经济行为人的最优选择及其相互作用的结果”。

用动态分析法来研究经济增长,是因为经济增长是一个动态(经济)问题,也就是包含跨时点因素的经济问题。所谓跨时点因素是指,一个时期内不同时段的选择之间存在相互影响。如果一个经济问题只涉及某一个时段的选择,那么它一定是静态问题。也就是说,动态问题首先必须是某一个时期内的选择问题;除此之外,动态问题还要求这个时期内不同时段的选择之间存在相互影响。换言之,即使某一个问题是某一个时期内的选择问题,但是,如果这个时期内不同时段的选择彼此独立,那么,这个时期内的选择问题本质上仍然是一个静态问题。因为这个时期内,只要每一个时段的选择是最优的,那么,整个时期的选择就是最优的。

<sup>①</sup> 正因为如此,经济学属于社会科学。

### 1.2.2 形式化分析法

所谓形式化分析法就是数学化的方法,简单地说,就是用数学模型来分析经济现象(问题)。形式化的分析法一般包括三个步骤:设定模型、建立模型和分析模型。

**1. 设定模型。**设定模型就是把要分析的“经济问题”转换成“数学问题”。形象地说,就是要编写(设计)一道数学应用题。<sup>①</sup>那么,如何设定模型呢?也就是说,在设定模型时,要说清楚哪些方面的内容呢?

在(一般)均衡分析法看来,经济现象(问题)是“经济行为人最优选择及其相互作用的结果”。于是,对经济模型进行设定,自然需要说清楚以下两个问题。其一,所要研究的经济现象是哪些经济行为人的、什么最优选择、如何相互作用的结果?其二,这些经济行为人的决策(选择)条件(背景)是什么?

经济增长理论<sup>②</sup>,通常有两种不同的做法来解决上述第一个问题(Gillman, 2011)。这两种不同的做法就是经济增长理论的两种建模(分析)框架:(分散)市场经济框架和(社会)计划者经济框架。

**市场经济框架。**在市场经济框架中,经济行为人通常被区分为消费者和厂商。消费者在产品市场上需求产品,在要素市场上供给要素;厂商则相反,在产品市场上供给产品,在要素市场上需求要素。产品市场和要素市场的均衡条件将消费者与厂商的选择联系起来。

**计划者经济框架。**在计划者经济框架中,经济行为人不再被区分为消费者和厂商,而是被看成融消费者和厂商于身的一个复合体(a composite unit)。这个类似于鲁滨逊·克鲁索的消费-生产者,拥有生产要素、生产产品,并且消费产品。在经济增长文献中,这个复合体常被称为“社会计划者”(the social planner)(Barro and Sala-i-Martin, 2004),本书也采用这种叫法。正因为如此,本书将这种分析框架所分析的经济体叫作“社会计划者经济”。这个社会计划者要做的选择就是决定在不同的时点把多少要素投入生产,以最大化自己的跨时点效用。

对比两种分析框架,它们之间的差异主要表现为两个方面。一是在市场经济框架中,各种市场上的供求函数以及价格是显性存在的;而在计划者经济框架中,这些内容大多被“隐藏”起来了。因此,使用计划者经济框架是无法讨论价格决定或者变动问题的。二是计划者经济框架只能被用来分析完全竞争经济,市场经济框架则还能用来分析不完全竞争经济。对于社会计划者而言,信息不完全、交易费用、外部性等导致不完全竞争因素都是不存在的,因此,计划者经济框架只能用于分析完全竞争经济。

在完全竞争条件下,两种分析框架得到的分析结果是一致的(Acemoglu, 2009)。所以,只要讨论的不是价格决定或者变动这类问题,那么,完全竞争时,这两种分析框架是可以相互替代的。但是,如果所考察的经济社会不满足完全竞争条件,那么就只能使用市场经济框架,而不能用计划者经济框架。正是由于计划者经济框架只能适用于完全竞争经济,因此,计划者经济框架得到的结果总是帕累托最优的。由此,当我们要考察一个不完全竞争条件下的经济增长模型的效率问题时,总是把从市场经济框架得到的结果与从计划者经济框架得到的结果进行比较说明,Barro and Sala-i-Martin(2004)就是这样做的。

① 用这个比方来类比的话,建立和分析模型就是要“求解”一道数学应用题。

② 其实,准确地说,应该是整个宏观经济学,而不仅是经济增长理论。

在解决了分析框架问题之后,接下来的事情就是要给出经济行为人的决策背景。这些决策背景通常由一些函数来描述,比如,效用函数用以描述消费者的偏好,生产函数则用来描述厂商面临的技术约束,等等。这些函数往往以经济行为人最优选择问题的目标函数和约束条件出现在模型中。

**2. 建立模型。**建立模型就是列方程组。如果所列方程组中有某(些)个方程包含跨时点因素,更简单地讲,就是包含微(差)分方程的话,那么这个模型就是动态的,否则就是静态的。

经济学模型中的方程大体可以区分为三种类型。第一种是定义方程(式)。由于是通过下定义而给出的方程式,所以,这类等式的本质是恒等式。比如,储蓄被定义为没有被消费的收入。如果分别用  $S$ 、 $Y$  和  $C$  表示储蓄、收入和消费的话,那么,这个方程式就可以写成  $S=Y-C$ ,式中的等号可以写成恒等号。第二种是均衡条件。均衡条件通常是表示某个(些)市场的供求相等。一般地,一个模型包含几个市场就有几个均衡条件。第三种是行为方程。行为方程表示的是模型中的经济行为人最优选择的原则。这种方程通常由经济行为人最优化问题的均衡条件推导(化简)而来。比如,消费者对某种商品的需求函数是由消费者效用最大化问题的均衡条件化简而来的;厂商对某种商品的供给函数则来自厂商利润最大化问题的均衡条件。

在宏观经济学模型中,如果所有的行为方程都来自经济行为人最优化问题的均衡条件的话,那么,这个宏观经济模型就是具有微观基础的;反之,如果行为方程只是通过先入为主的方式给出的先验方程的话,那么,这个宏观经济模型就是缺乏微观基础的。

建模工作也就是列方程组,从什么地方开始? 开始之后,如何继续下去? 最后,到什么地方结束?

本书中,在建立经济增长模型时,总是以最终品生产函数为起点,这是因为经济增长模型探讨的是产出的增加。生产函数中的产出是模型要决定的变量,为了找到这个变量,就需要知晓生产函数中的投入变量。为此,我们就依次去寻找每一个投入变量的决定式。在寻找这些投入变量决定式的过程中,如果有“新”变量——即除了在已经列出的方程中出现过的“旧”变量以外的变量——被引入的话,就需要寻找这个新变量的决定式,直至这些决定新变量的方程式中只有旧变量或者外生变量为止。

需要说明的是,本书所说的这个思路不是必须的,更不是唯一的。因为事实上,只要方程组是封闭、有解的,从方程组的任意一个方程出发,都是可以将方程组列出来的。只是我们觉得这样做,建模过程会更加清晰,而且更好理解。按照这种程序,一方面,能够保证列方程组时,总是可以知道下一步要做什么,以及到什么时候这个过程可以结束了;另一方面,能够保证全书所有模型的建立程序保持一致,而不像现在多数文献中那样,不同模型使用不同的建模思路。本书将始终遵循这一建模程序,随着下文的展开,读者将会体会这个思路的好处。如果是这样的话,那么,这个建模程序的提出,可以算是本书的一个微小贡献。

**3. 分析模型。**自然,模型建立起来之后,要做的工作就是分析模型了。模型分析一般区分为“均衡分析”和“比较分析”。均衡分析,也就是解方程组。如果是静(动)态模型的话,均衡分析也叫作静(动)态分析。比较静(动)态分析的具体做法是,改变某个已知条件,重新列方程组、解方程组,比较已知条件改变前后模型均衡分析结果的异同。通常,模型的已知条件叫作“外生变量”,由模型决定的量则叫作“内生变量”。据此,均衡分析的任务就是把内生变量表示成外生变量的函数;比较分析要做的事情则是考察外生变量变化对内生变量的影响。

均衡分析也就是解方程组要做的第一件事情是化简方程组,即通过消元法把方程组化简

为一个只包含一个未知变量的方程。这个方程通常称为“简化方程”(the reduced equation)。具体到经济增长模型,这个简化方程一定是一个微(差)分方程。我们把这个微分方程叫作模型的“基本微分方程”。

找到基本微分方程之后,接下来的事情就是求解基本微分方程。遗憾的是,除非在非常特殊的条件下,绝大多数增长模型的基本微分方程(组)是求解不出显性解的。<sup>①</sup> 这个问题的办法是,用关键的局部分析来取代整体分析。这个关键局部是所谓稳态(the steady state)及其周边。对稳态进行的分析叫作“稳态分析”,对稳态周边所做的分析叫作“转型动态分析”。

在经济增长文献中,稳态分析也叫作“静态分析”,转型动态分析又叫作“动态分析”;相应地,比较分析也叫作“比较静态分析”和“比较动态分析”<sup>②</sup>。稳态分析又叫作“长期分析”,转型动态分析也叫作“短期分析”。

综上所述,设定、建立和分析一个经济增长模型要做的具体工作包括:选定建模框架、给出经济行为人的决策条件、列方程组、化简方程组(即寻找模型的基本微分方程)、稳态分析、转型动态分析和比较分析(主要是比较静态分析)。对每一个增长模型,本书基本上都是从这几个方面来展开讨论的。

最后,既然形式化分析方法就是数学分析法,那么,一个很自然的问题是,经济增长理论需要哪些数学知识呢? 经济增长理论需要的主要数学知识包括“动态优化”和“微(差)分方程”两个部分。动态优化理论主要用于导出模型中的行为方程;而微(差)分方程知识则主要用于求解模型的均衡解。随着下文中具体模型的展开,这一点会慢慢呈现出来。说是“主要”数学知识,是因为如果涉及所建模型(也就是所列出的方程组)的解的存在性和唯一性问题的话,那就还需要实分析知识。另外,即使方程组存在解,但绝大多数情况下是很难找到显性解的。这个时候往往需要求助于计算数学。本书不涉及这两部分内容。

## 习题

1. 简述经济增长的典型事实。
2. 一般均衡分析的基本逻辑是什么?
3. 如何判断一个经济问题是不是动态经济问题?
4. 分散市场经济框架和社会计划者框架是经济增长理论的两种建模(分析)框架。简述这两种框架的区别和联系。
5. 为什么社会计划者框架只能被用于讨论完全竞争经济?
6. 经济学模型中的方程(函数)通常可以区分为哪三类?
7. 如何判断一个宏观经济模型是否具有微观基础?
8. 经济增长模型分析一般包括哪些内容?

<sup>①</sup> Barro and Sala-i-Martin(2004)第44页给出了一个能够求出显性解的特殊例子。

<sup>②</sup> 限于数学的约束,比较动态分析几乎很难进行。



## 第二章 索洛模型

本书由索洛模型开启现代经济增长理论之旅。这是因为:第一,索洛模型比较简单,易于理解;第二,索洛模型虽然简单,但是,它可以让我们熟悉动态模型分析的基本步骤;第三,索洛模型是现代经济增长理论的基准模型,也就是说,现代经济增长理论的主要模型都是在放弃或者改变索洛模型若干假设条件的基础上发展而来的。

本章包含四节,可以分为两个部分。前三节属于第一部分,主要讲述基本索洛模型。第一节给出基本模型的主要假设条件,并且对每一个假设都进行了详细的解读。第二节分别按照计划者经济和(分散)市场经济两种分析框架来建立数学模型。第三节则对模型进行稳态和转型动态分析。最后一节构成第二部分,主要从三个不同的角度对索洛模型进行了扩展。

### 2.1 假设条件

自然,建立经济学模型之前,需要设定模型,换言之,就是给出模型的假设条件。在导言中,我们已经指出,设定模型需要说清楚以下两个问题:第一,所要研究的经济现象是哪些经济行为人的、什么最优选择、如何相互作用的结果?第二,这些经济行为人的决策(选择)条件(背景)是什么?

#### 2.1.1 代表性厂商

在基本索洛模型中,只存在厂商和消费者两种经济行为人。在市场经济框架下,这两种经济行为人是彼此独立存在的;而在计划者经济框架下,这两种经济行为人则是“融合”为一个社会计划者而存在的。

在一个现实经济中,总是存在许许多多各不相同的厂商和消费者。显然,这些厂商和消费者是无法原封不动地被“搬进”模型中的,或者说,它们总是要被作一番“抽象”之后才能进入模型。那么,这些林林总总的厂商和消费者是以什么样的方式进入经济增长模型的?经济增长理论,更准确地说,宏观经济学是通过所谓“代表性厂商”(a representative firm)和“代表性消费者”(a representative household)假设来解决这个问题的。

厂商是生产产品的。先按照它们所生产的功能,将一个现实经济中的全部厂商区分为“中间品”厂商和“最终品”厂商两类。当然,如果有必要,这两类厂商还可以在各自的类别之内被区分为若干“子”类别。只是这样,在与现实经济更接近的同时,会大大增加模型的复杂程度,因此,这样的“细分”程度是相当有限的。

通常,每一类厂商又各自包含许多单个厂商,所有中间品厂商统称为“中间品部门”,所有



最终品厂商统称为“最终品部门”。自然,这两个部门各自内部的单个厂商之间通常也是有差异的。简单地说,代表性厂商假设就是要用一个厂商的最优选择来代表一个部门所有厂商的最优选择。

我们要关注的是一个部门中所有厂商各自最优选择的“总”结果。本来,这个总结果应该是由每一个厂商在各自的资源约束下利润最大化的结果“综合”而来的。可是,要在一个模型中将每一个厂商的最优选择都表示出来是不可能的。代表性厂商假设解决这一问题的思路是,假设一个部门只存在一家厂商,这家厂商拥有这个部门(所有厂商)的全部资源,进而认为这家厂商在这个部门的全部资源约束下所做的最优选择,就是这个部门现实中的所有厂商最优选择的“总”结果。概括地说,代表性厂商的含义是,一个部门中的所有单个厂商在各自资源约束下的最优选择的“总”结果,与一个厂商在这个部门“总”资源约束下的最优选择结果相同。这个虚构的厂商就是所谓的代表性厂商。

代表性厂商假设的成立需要满足以下两个条件<sup>①</sup>:一是一个部门之内不同厂商的选择不存在外部性,也就是说,一个厂商的选择不会影响到其他厂商的选择;二是所有厂商都是市场价格的接受者。

本书绝大部分模型都采用代表性厂商假设。这是因为:一方面,许多模型包括本章讨论的索洛模型,都是在完全竞争条件下展开的,只要厂商是完全竞争的,代表性厂商假设成立的两个条件就自然能够得到满足;另一方面,即使模型是在不完全竞争条件下展开的,这些模型也总是通过使用比较特别的条件,来保证代表性厂商假设成立的两个条件得以满足,这一点将在下文的内生技术进步增长模型中得到体现。

至于代表性消费者假设,将在下一章中详细介绍。我们马上就会看到,在索洛模型中,所有消费者的最优选择,都通过假设由外生给定而被舍弃了。也就是说,在索洛模型中,根本就不存在消费者选择问题,因此,在此讨论代表性消费者假设没有什么意义。

### 2.1.2 一部门生产技术

一部门生产技术(one-sector production technology)是指,一个经济社会的最终品部门和中间品部门使用相同的生产技术。在经济增长理论中,生产部门,先是按照它们所生产的产品功能,区分为“最终品部门”和“中间品部门”;进一步,中间品部门又可以被细分为两种乃至更多种不同的“子中间品”生产部门。在此基础上,如果全部中间品部门和最终品部门使用的是相同的生产技术,那么,这个经济就是一部门生产技术经济;如果中间品部门和最终品部门分别使用不同的生产技术,那么,这个经济就是两部门生产技术经济;如果中间品部门就使用两种不同的技术,而最终品部门又使用第三种不同的生产技术,那么,这个经济就是三部门生产技术经济。

总之,按照产品功能区分,每个经济至少要包含两个生产部门:一个中间品部门和一个最终品部门。但是,一个经济不管按照产品功能来划分有几个部门,只要这些部门使用的技术相同,那么这个经济就是一部门技术经济。一个简单而有效的判别方法是,在一个经济增长模型中,如果只有一个生产函数,那这个模型一定是一部门生产技术模型;如果有两个不同的生产函数,那么这个模型就是两部门生产技术模型。可以此类推。

<sup>①</sup> 严格的证明不是很难,可以参见 Acemoglu(2009)。

最后,顺便说一下,经济增长理论中的两部门经济与发展经济学中的两部门(二元)经济是不同的。尽管两者都是用生产技术来区分不同的生产部门,但是,经济增长理论是把中间品部门与最终品部门区分开来,而发展经济学则是将同一个最终品部门区分为两个子部门——传统部门和现代部门。

在一部门生产技术经济中,消费品和资本品之间可以毫无成本地进行1:1的相互转化。我们可以将这种产品想象成类似于稻谷这种既可以作为种子,也可以作为消费品的产品。因此,在索洛模型中,厂商是作为一个整体出现的,而不需要对最终品和中间品厂商进行区分。

代表性厂商假设将一个生产部门“变成”了一家厂商,这样,在索洛模型中,就只存在中间品厂商和最终品厂商两家厂商。在此基础上,一部门生产技术假设则是将(索洛模型中的)两家厂商(部门)“合并”成一家厂商。这就是说,在“代表性厂商”和“一部门生产技术”两个假设的作用下,索洛模型中的一家厂商就代表一个经济中的全部厂商,因此,建模工作会简单许多。

### 2.1.3 新古典生产函数

一般地,生产函数可以写成如下形式:

$$Y(t) = F(K(t), L(t), A(t)) \quad (2.1)$$

式中, $Y(t)$ 、 $K(t)$ 、 $L(t)$ 和 $A(t)$ <sup>①</sup>分别表示 $t$ 时的产出、资本、劳动和技术(知识)水平。如果某种生产要素随着使用者数量的增加,使用者的平均使用数量减少,那么,这种生产要素就是竞争性的;如果某种生产要素的平均使用数量不随使用人数的增加而减少,那么,这种生产要素就是非竞争性的。显然,资本和劳动为竞争性生产要素,而技术为非竞争性生产要素。

索洛模型使用的生产函数是新古典生产函数。新古典生产函数具有以下几个性质:

(1) 规模报酬不变。生产函数 $F(\cdot)$ 关于竞争性投入 $K$ 和 $L$ 呈现规模报酬不变。其含义是,对于任意常数 $\lambda > 0$ ,有如下关系成立:

$$\lambda Y = F(\lambda K, \lambda L, A) \quad (2.2)$$

不是很严格地说,其直观含义是,产出的改变倍数与竞争性投入的改变倍数相同。这里,生产函数规模报酬不变仅仅是针对竞争性要素的,因此,在(2.2)式中,就只有资本 $K$ 、劳动 $L$ 以及产出 $Y$ 乘以常数 $\lambda$ 。

需要注意的是,技术水平 $A$ 虽然并没有改变,但是,由于其具有非竞争性,所以,仅仅改变竞争性投入,产出也能够随之改变相同的倍数。如果在改变竞争性投入的同时,非竞争性投入也改变相同的倍数的话,那么,函数关于所有三种投入就会呈现规模报酬递增。这里,考虑投入增加(即 $\lambda > 1$ )的情形,则有:

$$F(\lambda K, \lambda L, \lambda A) > F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda Y$$

上式中的等式就是(2.2)式;而上式中的不等式的成立需要“技术的边际产出大于零即 $F_A > 0$ ”,这个条件是很宽松的。

关注一下规模报酬与生产可能性集合之间的关系是有益的。同生产函数一样,生产可能性集合也是用来表示生产技术的。如果一个生产可能性集合是凸的,那么,它所代表的技术就不可能呈现规模报酬递增。因此,经济增长文献称所有规模报酬不递增的技术为凸技术。下

<sup>①</sup> 为了简洁起见,在不会引起歧义时,下文一般省去表示时间的下标 $t$ 。

面,我们简单地证明一下这个命题。

现有生产可能性集合  $Y$ , 如果它满足下述条件, 我们就说它是凸集: 若有  $y \in Y$  和  $y' \in Y$ , 则对于任意  $t \in [0, 1]$ , 都有  $ty + (1-t)y'$  成立。显然,  $0 \in Y$  是成立的。因为它的含义是人们可以选择不生产。如此一来, 如果我们假定  $y' = 0$  的话, 就有  $ty \in Y$ 。由于  $t \in [0, 1]$ , 所以  $ty \leq y$ , 进而, 规模报酬就不可能是递增的。

用数学术语来讲, 呈现规模报酬不变的生产函数是所谓“一次齐次函数”。这里, 补充必要的有关齐次函数的数学知识, 主要是齐次函数的定义和表述齐次函数主要性质的欧拉定理。

**$m$  次齐次函数的定义:** 令  $K \in \mathbb{N}$ , 有函数  $g(x, y, z)$ , 其中,  $z \in \mathbb{R}^K$  为  $K$  阶向量。如果对于任意  $\lambda \in \mathbb{R}_+$ , 对于函数  $g(x, y, z)$ , 都有下述等式成立:

$$g(\lambda x, \lambda y, z) \equiv \lambda^m g(x, y, z) \quad (2.3)$$

那么, 函数  $g(x, y, z)$  就是关于  $x$  和  $y$  的  $m$  次齐次函数。

**欧拉定理:** 有函数  $g(x, y, z)$  是关于  $x$  和  $y$  的  $m$  次齐次函数, 并且,  $g_x$  和  $g_y$  分别表示  $x$  和  $y$  的一阶偏导数。则有:

$$(a) \quad mg(x, y) \equiv g_x \times x + g_y \times y;$$

$$(b) \quad g_x \text{ 和 } g_y \text{ 是关于 } x \text{ 和 } y \text{ 的 } m-1 \text{ 次齐次函数。}$$

**证明** (a) 因为函数  $g(x, y, z)$  是关于  $x$  和  $y$  的  $m$  次齐次函数, 所以, 根据齐次函数的定义有 (2.3) 式成立。将 (2.3) 式等号两边同时关于  $\lambda$  求一阶导数, 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [g(\lambda x, \lambda y, z)]}{\partial (\lambda x)} \times \frac{\partial (\lambda x)}{\partial \lambda} + \frac{\partial [g(\lambda x, \lambda y, z)]}{\partial (\lambda y)} \times \frac{\partial (\lambda y)}{\partial \lambda} &\equiv m \lambda^{m-1} g(x, y, z) \\ \frac{\partial [g(\lambda x, \lambda y, z)]}{\partial (\lambda x)} \times x + \frac{\partial [g(\lambda x, \lambda y, z)]}{\partial (\lambda y)} \times y &\equiv m \lambda^{m-1} g(x, y, z) \end{aligned}$$

上述关系式是对所有的  $\lambda$ 、所有的  $x$  和  $y$  都成立的恒等式。特别地, 当  $\lambda = 1$  时, 上式一定成立。由此, 将  $\lambda = 1$  代入上式中就可以导出需要证明的结果:

$$g_x(x, y, z) \times x + g_y(x, y, z) \times y \equiv mg(x, y, z)$$

(b) 这里, 只证明  $g_x$  是关于  $x$  和  $y$  的  $m-1$  次齐次函数。将 (2.3) 式等号两边同时关于  $x$  求一阶导数, 得到:

$$\lambda g_x(\lambda x, \lambda y, z) \equiv \lambda^m g_x(x, y, z)$$

将上式等号两边同时除以  $\lambda$ , 就可以得到我们需要证明的结论:

$$g_x(\lambda x, \lambda y, z) \equiv \lambda^{m-1} g_x(x, y, z)$$

显然, 根据齐次函数的定义, 从上式可以得出:  $g_x$  是关于  $x$  和  $y$  的  $m-1$  次齐次函数。

将欧拉定理应用于规模报酬不变的生产函数, 就有如下等式成立:

$$Y = F_L \times L + F_K \times K \quad (2.4)$$

式中,  $F_K$  和  $F_L$  分别表示资本和劳动的边际产出。这个式子把全部产出分解到了劳动和资本两种要素上面, 技术没有得到任何报酬。这个结论——我们称之为“产出分解公式”——将在下文中被反复提及。与抽象的、非线性的生产函数 (2.1) 式相比, (2.4) 式是线性的函数, 因此, 在建立和分析模型时, 会大大减少运算难度。这是规模报酬不变假设带来的一大好处。

除此之外, 生产函数呈现规模报酬不变, 对于经济增长模型来说还有两点益处。一是如果生产函数只含有竞争性投入的话, 那么, 生产函数 (关于竞争性投入) 规模报酬不变的假设就能