



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中 外 物 理 学 精 品 书 系

引 进 系 列 · 4 8

Quantum Chromodynamics on the Lattice:

An Introductory Presentation

格点量子色动力学导论

(影印版)

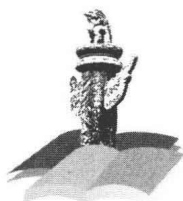
〔奥地利〕加特林格 (C. Gatttringer)

著

〔奥地利〕朗 (C. B. Lang)



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

引进系列 · 48

Quantum Chromodynamics on the Lattice: An Introductory Presentation

格点量子色动力学导论

(影印版)

[奥地利] 加特林格 (C. Gattlinger)
[奥地利] 朗 (C. B. Lang)

著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

著作权合同登记号 图字:01-2014-3699

图书在版编目(CIP)数据

格点量子色动力学导论 = Quantum chromodynamics on the lattice: An introductory presentation; 英文/(奥)加特林格(Gattringer, C.), (奥)朗(Lang, C. B.) 著. —影印本. —北京:北京大学出版社, 2014. 10

(中外物理学精品书系)

ISBN 978-7-301-24896-6

I. ①格… II. ①加… ②朗… III. ①格点问题—量子色动力学—研究—英文 IV. ①O165 ②O572.24

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 225304 号

Reprint from English language edition;

Quantum Chromodynamics on the Lattice

By Christof Gattringer and Christian B. Lang

Copyright © 2010 Springer Berlin Heidelberg

Springer Berlin Heidelberg is a part of Springer Science+Business Media

All Rights Reserved

“This reprint has been authorized by Springer Science & Business Media for distribution in China Mainland only and not for export therefrom.”

书 名: **Quantum Chromodynamics on the Lattice: An Introductory Presentation**
(格点量子色动力学导论)(影印版)

著作责任者:〔奥地利〕加特林格(C. Gattringer) 〔奥地利〕朗(C. B. Lang) 著

责任编辑:刘 啸

标准书号:ISBN 978-7-301-24896-6/O·1011

出版发行:北京大学出版社

地 址:北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn>

新浪微博:@北京大学出版社

电子信箱:zpup@pup.cn

电 话:邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752038 出版部 62754962

印 刷 者:北京中科印刷有限公司

经 销 者:新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 22.75 印张 434 千字

2014 年 10 月第 1 版 2014 年 10 月第 1 次印刷

定 价:62.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子信箱:fd@pup.pku.edu.cn

“中外物理学精品书系”

编委会

主任：王恩哥

副主任：夏建白

编委：（按姓氏笔画排序，标*号者为执行编委）

王力军	王孝群	王牧	王鼎盛	石兢
田光善	冯世平	邢定钰	朱邦芬	朱星
向涛	刘川*	许宁生	许京军	张酣*
张富春	陈志坚*	林海青	欧阳钟灿	周月梅*
郑春开*	赵光达	聂玉昕	徐仁新*	郭卫*
资剑	龚旗煌	崔田	阎守胜	谢心澄
解士杰	解思深	潘建伟		

秘书：陈小红

序 言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础,同时还是许多新兴学科和交叉学科的前沿。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天,物理学不仅囿于基础科学和技术应用研究的范畴,而且在社会发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到,改革开放三十多年来,随着中国政治、经济、教育、文化等领域各项事业的持续稳定发展,我国物理学取得了跨越式的进步,做出了很多为世界瞩目的研究成果。今日的中国物理正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下,近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势,在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。从另一方面看,尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书,但系统总结物理学各门类知识和发展,深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源,并针对不同层次的读者提供有价值的教材和研究参考,仍是我国科学传播与出版界面临的一个极富挑战性的课题。

为有力推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展,特别是展现近年来中国物理学者的研究水平和成果,北京大学出版社在国家出版基金的支持下推出了“中外物理学精品书系”,试图对以上难题进行大胆的尝试和探索。该书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名专家学者。他们都是目前该领域十分活跃的专家,确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富,涵盖面广,可读性强,其中既有对我国传统物理学发展的梳理和总结,也有对正在蓬勃发展的物理学前沿的全面展示;既引进和介绍了世界物理学研究的发展动态,也面向国际主流领域传播中国物理的优秀专著。可以说,“中外物理学精品书系”力图完整呈现近现代世界和中国物理

科学发展的全貌,是一部目前国内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

“中外物理学精品书系”另一个突出特点是,在把西方物理的精华要义“请进来”的同时,也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学科在世界范围内的重要性不言而喻,引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。另一方面,改革开放几十年来,我国的物理学研究取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次将一些中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多的深入了解,不仅充分展示出中国物理学研究和积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新的“软实力”,对全面提升中国科学、教育和文化领域的国际形象起到重要的促进作用。

值得一提的是,“中外物理学精品书系”还对中国近现代物理学科的经典著作进行了全面收录。20 世纪以来,中国物理界诞生了很多经典作品,但当时大都分散出版,如今很多代表性的作品已经淹没在浩瀚的图书海洋中,读者们对这些论著也都是“只闻其声,未见其真”。该书系的编者们在这方面下了很大工夫,对中国物理学科不同时期、不同分支的经典著作进行了系统的整理和收录。这项工作具有非常重要的学术意义和社会价值,不仅可以很好地保护和传承我国物理学的经典文献,充分发挥其应有的传世育人的作用,更能使广大物理学人和青年学子切身体会我国物理学研究的发展脉络和优良传统,真正领悟到老一辈科学家严谨求实、追求卓越、博大精深的治学之美。

温家宝总理在 2006 年中国科学技术大会上指出,“加强基础研究是提升国家创新能力、积累智力资本的重要途径,是我国跻身世界科技强国的必要条件”。中国的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,这套“中外物理学精品书系”的出版,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思维的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国今后的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

“中外物理学精品书系”编委会 主任
中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2010 年 5 月于燕园

C. Gattringer
C.B. Lang

Quantum Chromodynamics on the Lattice

An Introductory Presentation

To our wives,
who endured
absent-minded husbands
working on weird texts.

Preface

Quantum chromodynamics (QCD) is the fundamental quantum field theory of quarks and gluons. In order to discuss it in a mathematically well-defined way, the theory has to be regularized. Replacing space-time by a Euclidean lattice has proven to be an efficient approach which allows for both theoretical understanding and computational analysis. Lattice QCD has become a standard tool in elementary particle physics.

As the title already says: this book is introductory! The text is intended for newcomers to the field, serving as a starting point. We simply wanted to have a book which we can put into the hands of an advanced student for a first reading on lattice QCD. This imaginary student brings as a prerequisite knowledge of higher quantum mechanics, some continuum quantum field theory, and basic facts of elementary particle physics phenomenology.

In view of the wealth of applications in current research the topics presented here are limited and we had to make some painful choices. We discuss QCD but omit most other lattice field theory applications like scalar theories, gauge-Higgs models, or electroweak theory. Although we try to lead the reader up to present day understanding, we cannot possibly address all ongoing activities, in particular concerning the role of QCD in electroweak theory. Subjects like glueballs, topological excitations, and approaches like chiral perturbation theory are mentioned only briefly. This allows us to cover the other topics quite explicitly, including detailed derivations of key equations. The field is rapidly developing. The proceedings of the annual lattice conferences provide information on newer directions and up-to-date results.

As usual, completing the book took longer than originally planned and we thank our editor Claus Ascheron for his patience. We are very grateful to many of our colleagues, who offered to read one or the other piece. In particular we want to thank Vladimir Braun, Dirk Brömmel, Tommy Burch, Stefano Capitani, Tom DeGrand, Stephan Dürr, Georg Engel, Christian Hagen, Leonid Glozman, Meinulf Göckeler, Peter Hasenfratz, Jochen Heitger, Verena Hermann, Edwin Laermann, Markus Limmer, Pushan Majumdar, Daniel Mohler, Wolfgang Ortner, Bernd-Jochen Schaefer, Stefan Schaefer,

VIII Preface

Andreas Schäfer, Erhard Seiler, Stefan Sint, Stefan Solbrig, and Pierre van Baal.

It would be surprising if there were not mistakes in this text. We therefore set up a web companion to this book: <http://physik.uni-graz.at/qcdlatt/>
On that page we document errata and provide further links and information.

Graz,
March 2009

Christof Gattringer
Christian B. Lang

Contents

1	The path integral on the lattice	1
1.1	Hilbert space and propagation in Euclidean time	2
1.1.1	Hilbert spaces	2
1.1.2	Remarks on Hilbert spaces in particle physics	3
1.1.3	Euclidean correlators	4
1.2	The path integral for a quantum mechanical system	7
1.3	The path integral for a scalar field theory	10
1.3.1	The Klein–Gordon field	10
1.3.2	Lattice regularization of the Klein–Gordon Hamiltonian	11
1.3.3	The Euclidean time transporter for the free case	14
1.3.4	Treating the interaction term with the Trotter formula	15
1.3.5	Path integral representation for the partition function	16
1.3.6	Including operators in the path integral	17
1.4	Quantization with the path integral	19
1.4.1	Different discretizations of the Euclidean action	19
1.4.2	The path integral as a quantization prescription	20
1.4.3	The relation to statistical mechanics	22
	References	23
2	QCD on the lattice – a first look	25
2.1	The QCD action in the continuum	25
2.1.1	Quark and gluon fields	26
2.1.2	The fermionic part of the QCD action	26
2.1.3	Gauge invariance of the fermion action	28
2.1.4	The gluon action	29
2.1.5	Color components of the gauge field	30
2.2	Naive discretization of fermions	32
2.2.1	Discretization of free fermions	32
2.2.2	Introduction of the gauge fields as link variables	33
2.2.3	Relating the link variables to the continuum gauge fields	34
2.3	The Wilson gauge action	36

2.3.1	Gauge-invariant objects built with link variables.....	36
2.3.2	The gauge action	37
2.4	Formal expression for the QCD lattice path integral	39
2.4.1	The QCD lattice path integral	39
References		41
3	Pure gauge theory on the lattice.....	43
3.1	Haar measure	44
3.1.1	Gauge field measure and gauge invariance	44
3.1.2	Group integration measure	45
3.1.3	A few integrals for $SU(3)$	46
3.2	Gauge invariance and gauge fixing	49
3.2.1	Maximal trees	49
3.2.2	Other gauges	51
3.2.3	Gauge invariance of observables	53
3.3	Wilson and Polyakov loops	54
3.3.1	Definition of the Wilson loop	54
3.3.2	Temporal gauge	55
3.3.3	Physical interpretation of the Wilson loop	55
3.3.4	Wilson line and the quark–antiquark pair.....	57
3.3.5	Polyakov loop.....	57
3.4	The static quark potential	58
3.4.1	Strong coupling expansion of the Wilson loop	59
3.4.2	The Coulomb part of the static quark potential	62
3.4.3	Physical implications of the static QCD potential.....	63
3.5	Setting the scale with the static potential.....	63
3.5.1	Discussion of numerical data for the static potential ...	64
3.5.2	The Sommer parameter and the lattice spacing.....	65
3.5.3	Renormalization group and the running coupling	67
3.5.4	The true continuum limit.....	69
3.6	Lattice gauge theory with other gauge groups	69
References		70
4	Numerical simulation of pure gauge theory	73
4.1	The Monte Carlo method.....	74
4.1.1	Simple sampling and importance sampling.....	74
4.1.2	Markov chains	75
4.1.3	Metropolis algorithm – general idea.....	78
4.1.4	Metropolis algorithm for Wilson’s gauge action.....	79
4.2	Implementation of Monte Carlo algorithms for $SU(3)$	80
4.2.1	Representation of the link variables	81
4.2.2	Boundary conditions	82
4.2.3	Generating a candidate link for the Metropolis update .	83
4.2.4	A few remarks on random numbers	84
4.3	More Monte Carlo algorithms	84