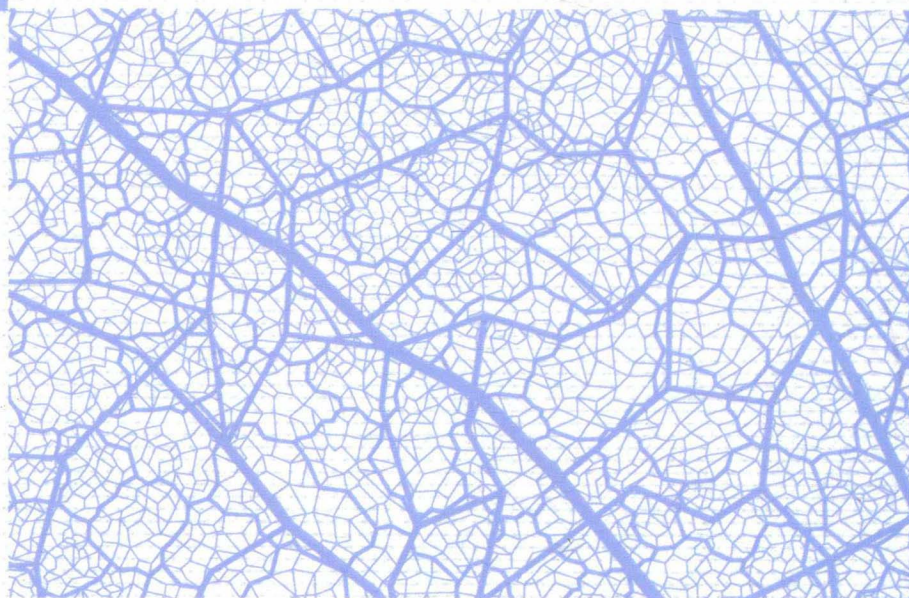




模拟植物生长算法 原理及应用

李彤 著



科学出版社

0242.23

21

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

模拟植物生长算法原理及应用

李 彤 著



GD 01876539

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地介绍了模拟植物生长算法的基本理论及其在各领域的应用。模拟植物生长算法是本书作者提出以植物向光性为启发式准则的原创性智能优化算法。本书共分七章：引论；斯坦纳最小树问题；丢番图方程的求解；整数规划；二层规划问题；模拟植物生长算法在管理科学中的应用；模拟植物生长算法在工程技术中的应用。目前模拟植物生长算法已经被国内外几百位学者所应用，经过十年的发展，该算法已成为各领域学者解决优化问题的一个实用、高效、可靠的工具。

本书可以作为理工科和管理类的硕士、博士研究生教材或参考书，同时也适用于决策、优化等相关领域广大科研工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

模拟植物生长算法原理及应用 / 李彤著. --北京：科学出版社，2015

ISBN 978-7-03-046085-1

I. ①模… II. ①李… III. ①最优化算法 IV. ①0242.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 251825 号

责任编辑：李 莉 / 责任校对：张 红
责任印制：霍 兵 / 封面设计：蓝正设计

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 1 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2016 年 1 月第一次印刷 印张：12 3/4

字数：260 000

定价：78.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

序

自 20 世纪 50 年代计算智能的思想被提出开始，世界各国科学家一直不断地试图借鉴生物进化等相关领域的思想和机制去设计经验化的计算机思考程序，建立遗传、变异、生长及外部环境自然选择适应度高的、基于结构演化的和优胜劣汰的智能优化方法。在这种理论背景下，各国学者纷纷加入了持续至今的智能算法研究热潮之中，其中不乏像冯·诺依曼这样世界顶级科学家的加入，提出了元胞自动机、遗传算法、蚁群算法、模拟退火算法、粒子群算法等一系列重要研究成果。

然而，在人们将优化思想集中关注于蚂蚁、鸟群、蜂群、鱼群、细菌等昆虫、动物和微生物的群体社会行为，开发群体智能优化资源的时候，却忽略了自然界另一大类物种的生存策略，就是植物的向光性策略。植物是地球上古老却生长得极其成功的物种，其植物细胞受单方向光照射而引起生长弯曲的现象称为向光性。对高等植物而言，向光性主要是指植物地上部分茎叶的正向光性。植物向光生长有利于植物获得更大的空间面积、更多的光照，有利于光合作用，维持植物更好的生长和生存。

该书作者借鉴植物向光性理论，创造性地建立一种新的智能优化算法，这是一次原始创新的成功尝试。作者能够在相差很远的学科领域之间互相借鉴，从 2005 年发表在《系统工程理论与实践》上的论文“求解整数规划的一种仿生类全局优化算法—模拟植物生长算法”，到 2010 年发表在《管理科学学报》上的“模拟植物生长算法与知识创新的几点思考”，再到 2013 年发表在《系统工程理论与实践》上的“大型城市地下物流网络优化布局的模拟植物生长算法”，代表了模拟植物生长算法在理论构建、研究方法论提出和算法应用的三个发展阶段，都是具有开创性的工作，对智能优化领域的发展具有重要意义和影响。

今年是模拟植物生长算法提出的第十年，该书作者在这十年中把主要精

力集中在理论体系的完善和算法推广应用的探索与研究，进而形成全新的知识体系。作者本人及后续的研究者又成功地做出了一系列的应用案例，使这一领域从理论到应用都获得了可贵的成果，是十分值得庆贺的事。

该书作者从 2005 年到 2009 年整整四年时间里的博士后研究阶段，一直和我进行合作。在多次的研讨过程中，我不断鼓励和支持他撰写一部专门介绍模拟植物生长算法的学术专著。但是正值算法初创，国内外学者关注不多，因而应用的较少，这影响了作者的动笔决心。经过十年的发展，目前模拟植物生长算法在国内外已产生了十分积极的影响，从理论发展的角度来看，该书的出版恰当其时。希望该部专著的问世能够引起更多的理论研究和实际应用工作者的关注，不断在智能优化及相关领域中做出新的贡献，使这一枝学术奇葩能够绽放出更加夺目的光彩。

爰特为序。

中国工程院院士
大连理工大学教授
王众托
2015 年 3 月

前言

大自然经过亿万年的演化，无论是非生物界、生物界还是人类社会，为适应环境的变化，总是在以消耗自身物质和能量最小的方式不断进化，这一过程即为自然优化过程。自 20 世纪 50 年代，世界各国科学家开始学习和吸收自然进化的客观规律和各类智能策略，并通过计算机模拟和仿真自然进化过程而发展出不同的优化理论和方法，用以解决传统的优化算法难以解决的复杂问题。其中具有代表性的如下：1950 年美籍匈牙利数学家冯·诺依曼 (John von Neumann) 为模拟生物细胞的自我复制提出的元胞自动机 (cellular automaton, CA)；20 世纪 50~80 年代，Rosenblatt、Widrow、Hopfield、Ackley、Hinton 和 Rumelhart 等借用生物学中神经网络的基本原理建立了不同类型的人工神经网络 (artificial neural networks, ANN)；20 世纪 60~70 年代美国密西根大学约翰·霍兰德 (John Holland) 教授等通过模拟生物界优胜劣汰的进化规律形成的遗传算法 (genetic algorithm, GA)；1983 年美国的 Kirkpatrick 和 Metropolis 根据固体退火原理提出的模拟退火算 (simulated annealing, SA) 法；1991 年意大利学者 Dorigo 根据蚂蚁在寻找食物过程中发现路径的行为提出的蚁群优化算法 (ant colony optimization, ACO)；1994 年美国南加利福尼亚大学的 Adleman 基于生物遗传规律提出的 DNA 智能算法；1995 年美国 Eberhart 博士和 Kennedy 博士受鸟群觅食行为的启发提出的粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法；等等。国际上把通过学习自然界的进化特点，创造和构建的求解优化问题的各种方法，合称为智能优化算法 (简称智能算法)，智能算法是目前求解优化问题的主流方法。

本书作者没有跟踪模仿当时研究动物、昆虫、细菌等群体社会行为的群体智能优化的主流思维模式，而是另辟蹊径，以植物向光性 (phototropism) 机理为启发式准则，在 2005 年创立了模拟植物生长算法 (plant growth simu-

lation algorithm, PGSA) 的理论和算法体系; 2007 年本书作者在科学出版社出版了专著《单级与二级整数规划算法原理及应用》, 将模拟植物生长算法用于求解整数规划及二级整数规划, 并与遗传算法、模拟退火算法、填充函数法等进行了比较研究; 2010 年发表在《管理科学学报》上的《模拟植物生长算法与知识创新的几点思考》, 从研究方法论的角度分析了算法创新的思维源头、理论形成和技术路径; 2013 年发表在《系统工程理论与实践》上的“大型城市地下物流网络优化布局的模拟植物生长算法”, 是从算法应用的角度解决现实生活中的优化问题。与国外该领域的研究成果相比, 本书介绍的模拟植物生长算法的创新在于将优化问题的解空间作为生长环境, 模拟真实植物的向光性机理 (形态素浓度理论), 建立枝干在不同光线强度环境下的快速生长演绎方式 (L-系统), 进而原创性地建立了新的智能优化方法理论体系和算法体系。

目前模拟植物生长算法已经被国内外数百位学者应用于整数规划、二层规划、组合优化、数论等基础研究领域及物流、核工业、电力、水利、军事、计算机、机械、工业工程等应用研究领域, 各国学者在应用中将模拟植物生长算法与遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、模拟退火算法、Tabu 搜索等优化算法做了大量的比较研究, 表明模拟植物生长算法具有较强的全局优化能力, 且其收敛速度和计算稳定性的优势突出。

本书是作者及其他各领域学者研究和应用模拟植物生长算法的总结。全书共 7 章, 第 1 章介绍了自然计算与植物生长、植物生长的演绎方式、植物向光性的概率生长方式、模拟植物生长算法的历史及发展及自然计算创新的方法论; 第 2 章主要从费马问题引出斯坦纳最小树 (Steiner minimum tree, SMT) 问题、斯坦纳比、SMT 问题的模拟植物生长算法及 SMT 在大型城市地下物流网络优化布局的应用; 第 3 章主要研究丢番图方程 (Diophantine equation) 的模拟植物生长求解方法; 第 4 章主要研究了整数规划的若干算法及模拟植物生长算法的原理和方法; 第 5 章主要研究了二层规划的模拟植物生长算法及制造企业与物流企业二层共生优化问题; 第 6 章主要研究了模拟植物生长算法在管理科学中的应用; 第 7 章主要研究了模拟植物生长算法在工程技术中的应用。

本书第 1 章、第 3 章、第 4 章由李彤撰写; 第 2 章由李彤撰写; 王众托参与撰写; 第 5 章由李彤撰写, 陈畴镛、纪同财参与撰写; 第 6 章由李彤撰

写，周青、杨伟参与撰写；第7章是各领域学者在利用模拟植物生长算法解决工程领域问题的总结，李彤负责统一定稿。

作者在研究模拟植物生长算法和写作本书的过程中，得到了大连理工大学王众托院士的精心指导和鼓励，并为本书提出了宝贵的修改意见，特在此表示衷心的感谢！此外，在写作过程中，作者参考了国内外大量的相关书籍和文献，也向这些作者致以诚挚的谢意。另外，杭州电子科技大学周青老师、陈畴镛老师对本书的出版提供了大力协助，特此致谢！

尽管目前智能计算（intelligence computing）在优化领域异军突起，取得了令人瞩目的成绩，但在算法创新方面还不能令人满意，而且国内在这方面的书籍和资料十分匮乏，作者希望本书的出版能够从一个全新的视角给大家提供一点帮助。本书主要是面向理工科和管理类的硕士、博士研究生，同时也适用于相关领域广大科研工作者参考。由于时间紧促，加之作者的水平和应用实践有限，书中的缺点和不足之处在所难免，恳请各位专家、学者和广大读者批评指正。

李 彤

2015年3月于大连

目 录

第 1 章 引论	1
1.1 智能计算与植物生长	1
1.2 植物向光性机理	2
1.3 植物向光性的概率生长模式	3
1.4 植物生长的演绎方式	5
1.5 多向生长的模拟植物生长算法收敛性	7
1.6 模拟植物生长算法的历史及发展	8
1.7 模拟植物生长算法创新的方法论基础	13
参考文献	17
第 2 章 斯坦纳最小树问题	22
2.1 费马问题	22
2.2 斯坦纳最小树	24
2.3 斯坦纳比猜想	26
2.4 斯坦纳最小树问题的模拟植物生长算法	28
2.5 数值试验	29
2.6 地下物流网络优化的斯坦纳最小树	31
参考文献	47
第 3 章 丢番图方程的求解	50
3.1 丢番图生平	50
3.2 丢番图的著作	52
3.3 丢番图方程	54
3.4 丢番图方程及其求解	55
参考文献	58

第 4 章 整数规划 60

4.1 引言 60

4.2 模拟退火算法及其整数规划算法 61

4.3 遗传算法及其整数规划算法 74

4.4 整数规划的模拟植物生长算法 85

参考文献 92

第 5 章 二层规划问题 94

5.1 二层规划 94

5.2 线性二层整数规划的算法 96

5.3 非线性二层整数规划的全局算法 100

5.4 二阶混合整数规划问题的全局最优算法 104

5.5 一类非线性两阶整数规划的近似算法 111

5.6 求解二层规划的模拟植物生长算法 116

5.7 制造企业与物流企业二层共生优化问题 120

参考文献 125

第 6 章 模拟植物生长算法在管理科学中的应用 128

6.1 非常规突发事件的模拟植物生长演化 128

6.2 技术联盟投资决策优化 139

6.3 协作研发网络的模拟植物生长优化 145

6.4 多目标旅行商问题的模拟植物生长算法求解 153

6.5 模块化制造单元资源配置的模拟植物生长优化 158

参考文献 160

第 7 章 模拟植物生长算法在工程技术中的应用 166

7.1 模拟植物生长算法在机械设计领域的应用 166

7.2 大型辐照装置自动排源 171

7.3 多项目资源均衡问题 174

7.4 电子装备备件优化配置 177

7.5 联合战役野战油库部署多目标优化 179

7.6 模拟植物生长算法在其他领域的应用 183

参考文献 190

后记 192

第 1 章

引 论

■ 1.1 智能计算与植物生长

从系统动力学的观点看，优化问题的求解过程，相当于在问题的解空间内从一个初态向吸引子不断演化的过程。就像江河湖泊都有自己的流域一样，每一个吸引子在相空间内也都有各自的流域(吸引域)。当优化问题有唯一最优解时，相当于解空间中只有一个吸引子，此时整个可行域解空间都是这个吸引子的吸引域，然而，复杂问题往往具有多个甚至无穷多个全局和局部最优解，这意味着在解空间中同时存在多个吸引子，优化过程向哪个吸引子演化，取决于初态落在哪个吸引域，这个特点是若干贪婪算法陷入局部最小点而无法得到全局最优解的根本原因。

针对以上问题，近年来智能计算取得了令人瞩目的成绩^[1,2]，其成功之处在于，自然计算模拟自然界特别是生物群体对环境的自适应优化模式，建立随机性、正反馈性、协同性等能够跳出局部最小点的动力模型。在众多的自然计算中，算法启发准则逐步形成了生命、生物及生态系统(遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、细菌觅食算法、神经计算、DNA 算法等)，物理系统(模拟退火算法、量子计算、混沌优化、晶体生长算法)与化学系统(分子计算、化学反应计算)等。智能算法近期的研究成果是日本学者 Tero 等于 2010 年 1 月在 *Science* 上发表了使用黏菌(slime mold, 俗称鼻涕虫)的行为机理，设计

连通东京及其附近城市的铁路网的研究成果。

在如此多的现代启发式算法中,对于植物向光性这种地球上最为古老和成功的植物生长优化模式,还没有给予充分的重视。拉什夫斯基和图林等的植物生长形态发生模型及林登迈耶和普鲁森科维奇等的植物生长分枝模型,主要是针对计算机图形学及分形学领域的问题,将植物生长动力学机制应用于解决优化问题,目前尚处于初始阶段。

■ 1.2 植物向光性机理

向光性是植物重要的生态反应,其机理至今仍未完全揭示和证实。高等植物受到不同方向的环境刺激而引起的趋向反应叫做向性(tropism)运动。向性运动(tropic movement)主要是单向刺激引起植物体内的生长素(indole acetic acid, IAA)和生长抑制剂(abscisic acid, ABA)分配不均匀造成的。其运动方向与刺激的方向有关。凡运动方向朝向刺激一方的为正向性,背向刺激一方的为负向性。向性运动的种类与环境影响的种类有关。环境影响包括光、接触、重力、水分、化学物质、温度与电流等,分别称做植物的向光性、向重力性、向水性和向化性。

其中光是对植物调控作用最广泛、最明显的环境因子。光作为环境信号,对植物的器官发生、形态建成、向性运动等都有深刻的影响。向光性是植物为了捕捉更多的光能而建立起来的一种对不良光照条件的适应机制,是植物最重要的向性运动机制。植物通过光信号受体和光信号传导途径来接受和转导光强、光质、光照方向和光周期等光信号并做出相应的反应。

早在1880年,达尔文就发现金丝雀缙草(*phalaris canariensis*)幼苗胚芽鞘在单向光下生长时,就会产生明显的向光性弯曲。这一发现引起了许多学者的关注及研究兴趣,植物向光性研究目前仍是植物向性研究领域的热点课题。

20世纪20年代末,Cholodny和Went各自发现,在单侧蓝光的作用下,植物中的生长素向背光侧移动。基于这一实验,他们提出假说认为,光能够刺激生长素向背光侧运输,使背光侧的生长素浓度高于向光侧,继而使背光侧的生长快于向光侧,引起植物弯曲。后来,Leopold等经试验证明,光能

够大大刺激生长素从玉米胚芽鞘的向光侧向背光侧运输。Iino 也证实, 光可以引起植物向光侧和背光侧生长素的分布不均匀。尽管国外对植物向光性做了大量的研究, 但目前光信号是如何引起植物生长素信号转变的机制尚不完全清楚。

关于植物向光性反应的机理有两种假说, 一种是 Cholodny-Went 假说, 另一种是 Bruinsma-Hasegawa 假说。

(1)Cholodny-Went 假说。1928 年 Went 用生物测定法显示生长素活性的分布比率为向光面 32%, 背光面 68%。Cholodny 和 Went 以燕麦胚芽鞘为材料研究发现, 在单侧蓝光作用下, IAA 向胚芽鞘的背光侧移动。根据这些结果 Cholodny 和 Went 认为, 植物的向光性反应是由于光照后引起生长素浓度的差异分布而引起的。对于胚芽鞘的正向光性则是在光照下背光侧的生长素浓度大于向光侧生长素的浓度, 而使背光侧细胞的生长大于向光侧从而导致茎叶向光弯曲。1990~1991 年, Iino 以玉米为材料, 对玉米胚芽鞘向光侧和背光侧的内源生长素含量变化进行了分析, 证实了单侧蓝光引起生长素分布不均匀, 从而使胚芽鞘产生向光弯曲, 这些结果都支持了 Cholodny-Went 假说。

(2)Bruinsma-Hasegawa 假说。Bruinsma-Hasegawa 假说也称为抑制剂分布不均匀假说, 其是于 1990 年由 Bruinsma 和 Hasegawa 共同提出的, 他们认为植物向光性形成的原因是由于生长抑制物在向光侧和背光侧分布不均而引起的。Bruinsma 和 Hasegawa 以向日葵(*helianthus annuus*)幼苗为材料研究植物向光性运动特性时, 发现单侧蓝光处理并没有引起生长素分布不均匀。Hasegawa 等用液相色谱法从黄化萝卜下胚轴中分离出萝卜宁(raphanusanin)和萝卜酰胺(raphanusamide)等中性抑制物, 他们用萝卜宁和萝卜酰胺单侧处理萝卜下胚轴抑制了胚轴处理侧的生长, 使下胚轴向处理侧弯曲, 他们认为向光性弯曲是由于光诱导了生长抑制物的合成, 胚轴的生长受到抑制从而产生向光性弯曲。

■ 1.3 植物向光性的概率生长模式

植物向光性现象被揭示后, 不断有科学家对其进行深入研究, 其中植物

的概率生长模式是主要研究方向之一。植物概率生长涉及生物学理论中的形态发生模型，该模型是用复杂动力系统为生物生长建模的著名例子，模式的形成被理解为复杂过程，其中一个细胞发生分化，产生出新的明确定义的空间结构。形态发生最初的动力学模型是拉什夫斯基、图林等提出来的。他们关于植物生长形态发生(叶序)模型如图 1-1 所示，葡萄茎梗发出一个枝芽的某一时刻，它出现在对于 3 个枝芽对称旋转的方向(模拟植物生长算法将旋转方向定为 90° ，也可根据实际问题设定为其他角度)。在生长中的茎梗的顶部，生长出来一个芽，包含着未分化的细胞。叶序问题涉及作为叶芽细胞、分枝细胞和其他导致叶芽和分枝的分化细胞的生长模式的形成。一个细胞被看做一个流体袋，其中有均匀的化学组分，其中的一种化学组分是生长激素，叫做形态素。这种形态素的浓度 x 是此模型的观察参量，随着参量在 0 和 1 之间变动，模型的状态空间是一条线段(图 1-2)。这种形态素的浓度决定细胞的生长函数是否开始起作用，即细胞分裂，枝芽开始出现。

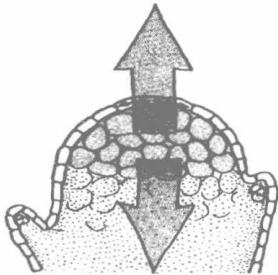


图 1-1 拉什夫斯基叶序模型



图 1-2 单细胞形态素浓度及状态空间

新的生长点(细胞)产生后，形态素浓度将根据新系统所在环境的改变，重新进行分配。在多细胞系统中，如果把任意一个细胞形态素浓度记为 $P_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，则多细胞封闭系统形态素状态空间见图 1-3，且浓度和是恒定的(设定为 1)。生物学实验已经证明，决定植物细胞分裂和枝芽生长的生长素信息(形态素浓度)并非是一个个预先赋予细胞的，而是细胞系统从其环境中接收到了它的位置信息，依据这种信息，植物表现出明显的向光性

特点。模拟这一过程, 设有 n 个初始生长点 $S_i = (S_1, S_2, \dots, S_n)$, 每一个生长点的形态素浓度为 $P_i = (P_1, P_2, \dots, P_n)$, 各生长点形态素浓度是由各点的相对位置及该位置的环境信息(目标函数值)所确定, 这与真实植物细胞的形态素浓度生成机理相一致。因此, n 个生长点均对应 n 个形态素浓度值, 每次产生新枝, 该浓度值都将发生变化。形态素浓度可表示为

$$P_i = \frac{F - f(S_i)}{\sum_{i=1}^n [F - f(S_i)]}$$


图 1-3 形态素浓度概率空间

F 为优化问题初始基点(树根)目标函数值, $f(\cdot)$ 为各生长点目标函数值, 容易证明 $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$, 因此其概率空间如图 1-3 所示。计算机系统不断产生随机数, 这些随机数就像不断向区间 $[0, 1]$ 上投掷的小球, 小球落在 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 的某一个概率空间内, 所对应的生长点就得到优先生长的权利^[3,4]。

1.4 植物生长的演绎方式

植物的向光性理论解决了人工植物的概率生长问题, 而植物在空间中的拓展和演绎方式则需要借鉴 L-系统的相关研究。植物可看做由大量枝、节组成的系统, 虚拟植物可以应用计算机模拟植物在不同维度空间中的生长发育状况。其主要特征是以植物个体为研究中心, 以植物的形态结构为研究重点, 以可视化的方式反映植物的形态结构规律, 生成具有真实感的植物个体或群体。模拟植物的生长演绎方式是 A. Lindenmayer 在 20 世纪 60 年代末把乔姆斯基的生成转换语法引入生物学, 以简单的重写规则和分枝规则为基础, 建立了关于植物的描述、分析和发育模拟的形式语法, 称为 L-系统。对植物生长做形式化描述, 可以根据以下几点进行: ①破土而出的茎秆在一些叫做节的部位长出新枝; ②大多数新枝上又长出更新的枝, 这种分枝行为反复进行;

③不同的枝彼此有相似性，整个植物有自相似结构。图 1-4 为 L-系统分形生长过程。该模型操作两类模块：顶和节。在第一次繁殖中，由顶生成继续其主轴线的一个主顶、两个侧顶和两个节。在第二次繁殖中，经过一定时间间隔，节增长两倍，如此循环，形成植物。

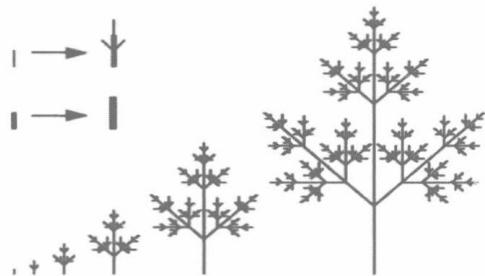


图 1-4 L-系统分形生长过程

20 世纪 80 年代，P. Prusinkiewicz 和 A. Lindenmayer 把 L-系统与计算机图形学、分形学结合起来，完善了植物生长的分枝模型。在所规定的生长规则的反复重写下，可做出如图 1-5 所示的分形生长树图^[5]。

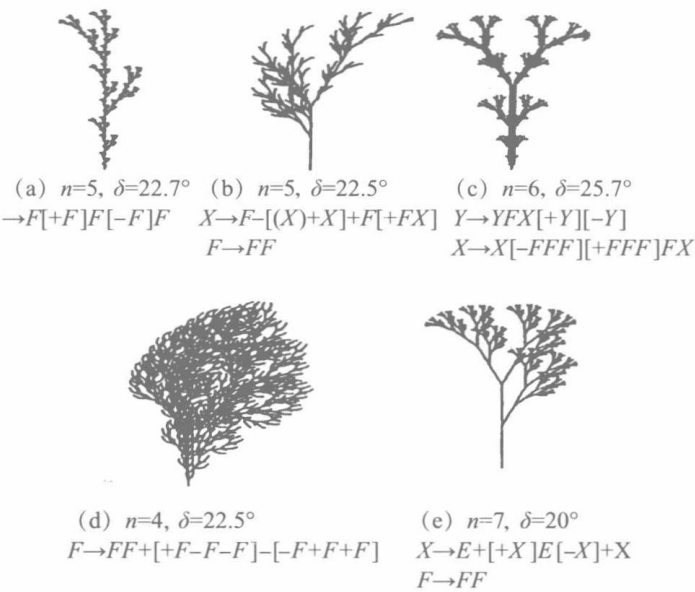


图 1-5 分形生长树图

植物的形态结构，即植物在不同维度空间的占据方式，决定植物的竞争能力和资源获取强度。枝叶的空间分布状态对光辐射截获量的影响，决定了当前功能的行使如光合作用、蒸腾等光合产物的积累与分配。反过来功能的行使又决定其各部分的生长速率，从而决定下一时段植株的形态。植物的生

长过程就是由许多个这样的循环构成,植物的形态结构在其中占据着重要位置,该方面的研究对明确植物的生长规律具有重要的理论意义。

模拟植物模型在空间规律研究方面具有很大的优势,如植物冠层空间的光分布,在过去很难进行实验测定和模拟研究,而在虚拟植物模型中,基于在计算机上建立的植物三维模型,应用计算机图形学方法模拟光线在植物内的传输、反射和透射等,就能计算植物的光截获值。可视化特征,使我们可以非常直观地对复杂的植物生长系统进行研究,发现应用传统方法难以观察到的规律。

模拟植物生长算法以 L-系统作为虚拟植物的生长演绎方式的源模式,生长点即植物生长细胞,是指模拟植物系统每一次生长的位置点。植物生长过程是在生长点按 $2n$ 个方向(n 为变量的维数,也可按照具体问题自由选择生长维数)生长并产生新枝,分枝长度在整数规划情况下设定为 1(非整数规划情况下可根据精度要求选取)。

按照 L-系统完成的人工植物结构,解决了模拟植物生长的演绎问题,将该演绎方法与植物向光性概率生长模式相结合,即可以确定在众多生长点中,每一次在哪个生长点进行新的生长,进而保证树枝完全依据植物向光性原理向最优解方向生长,实现植物向光性概率生长的算法表达^[3,4]。

1.5 多向生长的模拟植物生长算法收敛性

文献[6]对生长方向、新生长点的选择都是独立且随机的模拟植物生长算法收敛性进行了证明。模拟植物生长算法产生新一代节点时仅与当前的枝干相关而与之前的各代解无关,即生长点具有无后效性,并且各代节点之间的转换概率与时间起点无关,因此,可以将生长点所处的各种可能状态假设为 E ,它可以分为两类:一类是节点包括最优值的状态,设为 E_0 ;另一类是节点不包括最优值的状态,设为 E_n ,它们满足下列条件,即

$$E = E_0 \cup E_n$$

$$E_0 \cap E_n = \emptyset$$

算法每一次迭代都可划分为三个部分,第一部分是生长点的选择过程;第二部分是生长点随机选择生长方向产生新枝的过程;第三部分是节点生长