

中 外 物 理 学 精 品 书 系

前 沿 系 列 · 4 4

量子场论导论

黄 涛 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

中 外 物 理 学 精 品 书 系

前 沿 系 列 · 4 4

量子场论导论

黄 涛 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

量子场论导论/黄涛编著. —北京:北京大学出版社,2015. 11

(中外物理学精品书系)

ISBN 978-7-301-25197-3

I. ①量… II. ①黄… III. ①量子场论—高等学校—教材 IV. ①O413.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 284735 号

- 书 名 量子场论导论
LIANGZI CHANGLUN DAOLUN
- 著作责任者 黄 涛 编著
- 责任编辑 刘 啸
- 标准书号 ISBN 978-7-301-25197-3
- 出版发行 北京大学出版社
- 地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871
- 网 址 <http://www.pup.cn>
- 电子信箱 zpup@pup.cn
- 新浪微博 @北京大学出版社
- 电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752021
- 印刷者 北京中科印刷有限公司
- 经 销 者 新华书店
- 730 毫米×980 毫米 16 开本 24.25 印张 462 千字
- 2015 年 11 月第 1 版 2015 年 11 月第 1 次印刷
- 定 价 72.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

图书如有印装质量问题,请与出版部联系,电话:010-62756370

“中外物理学精品书系”

编委会

主任：王恩哥

副主任：夏建白

编委：（按姓氏笔画排序，标*号者为执行编委）

王力军	王孝群	王牧	王鼎盛	石兢
田光善	冯世平	邢定钰	朱邦芬	朱星
向涛	刘川*	许宁生	许京军	张酣*
张富春	陈志坚*	林海青	欧阳钟灿	周月梅*
郑春开*	赵光达	聂玉昕	徐仁新*	郭卫*
资剑	龚旗煌	崔田	阎守胜	谢心澄
解士杰	解思深	潘建伟		

秘书：陈小红

序 言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础,同时还是许多新兴学科和交叉学科的前沿。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天,物理学不仅囿于基础科学和技术应用研究的范畴,而且在社会发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到,改革开放三十多年来,随着中国政治、经济、教育、文化等领域各项事业的持续稳定发展,我国物理学取得了跨越式的进步,做出了很多为世界瞩目的研究成果。今日的中国物理正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下,近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势,在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。从另一方面看,尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书,但系统总结物理学各门类知识和发展,深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源,并针对不同层次的读者提供有价值的教材和研究参考,仍是我国科学传播与出版界面临的一个极富挑战性的课题。

为有力推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展,特别是展现近年来中国物理学者的研究水平和成果,北京大学出版社在国家出版基金的支持下推出了“中外物理学精品书系”,试图对以上难题进行大胆的尝试和探索。该书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名专家学者。他们都是目前该领域十分活跃的专家,确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富,涵盖面广,可读性强,其中既有对我国传统物理学发展的梳理和总结,也有对正在蓬勃发展的物理学前沿的全面展示;既引进和介绍了世界物理学研究的发展动态,也面向国际主流领域传播中国物理的优秀专著。可以说,“中外物理学精品书系”力图完整呈现近现代世界和中国物理

科学发展的全貌,是一部目前国内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

“中外物理学精品书系”另一个突出特点是,在把西方物理的精华要义“请进来”的同时,也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学科在世界范围内的重要性不言而喻,引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。另一方面,改革开放几十年来,我国的物理学研究取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次将一些中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多的深入了解,不仅充分展示出中国物理研究 and 积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新的“软实力”,对全面提升中国科学、教育和文化领域的国际形象起到重要的促进作用。

值得一提的是,“中外物理学精品书系”还对中国近现代物理学科的经典著作进行了全面收录。20世纪以来,中国物理界诞生了很多经典作品,但当时大都分散出版,如今很多代表性的作品已经淹没在浩瀚的图书海洋中,读者们对这些论著也都是“只闻其声,未见其真”。该书系的编者们在这方面下了很大工夫,对中国物理学科不同时期、不同分支的经典著作进行了系统的整理和收录。这项工作具有非常重要的学术意义和社会价值,不仅可以很好地保护和传承我国物理学的经典文献,充分发挥其应有的传世育人的作用,更能使广大物理学人和青年学子切身体会我国物理学研究的发展脉络和优良传统,真正领悟到老一辈科学家严谨求实、追求卓越、博大精深的治学之美。

温家宝总理在2006年中国科学技术大会上指出,“加强基础研究是提升国家创新能力、积累智力资本的重要途径,是我国跻身世界科技强国的必要条件”。中国的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,这套“中外物理学精品书系”的出版,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思维的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国今后的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

“中外物理学精品书系”编委会 主任

中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2010年5月于燕园

内 容 提 要

本书内容包括量子场论基础及后续发展,是考虑国内研究生的学习情况而撰写的量子场论入门书籍.

本书首先简要地叙述了量子场论的建立和发展历史,有助于初学者掌握量子场论的发展线索.之后,本书系统地介绍了量子场论的基础及发展,如对称性和守恒量,自由标量场、旋量场和电磁场的量子化,相互作用场论和 S 矩阵理论,解析性质和色散关系,微扰论,重整化理论等等.最后,本书讲述了以非 Abel 规范场理论为基础的标准模型的建立.全书内容着重叙述物理图像,同时也给出了必要的数学推导.

本书适合作为理论物理及相关领域研究生的教材或参考书,也可供刚进入研究领域的博士生、青年教师和青年科研人员参考.

前 言

1981年10月,我从美国回国后应中国科学院研究生院邀请,与汤拒非教授一起于1982年9月为中国科学院研究生开设了量子场论课程,大约讲授了三年.从那时起,我就有意写一本量子场论书,但始终未能如愿.近三年来,我得空将原来讲稿整理并于2013年在华中科技大学讲授量子场论课程,恰逢北京大学出版社邀请,促使我决心完成书稿.量子场论从建立至今已有60多年历史,本书不可能包括全部内容,只能根据国内研究生情况以及研究工作的需要选择内容作为研究生教材.因此本书安排第1章概述量子场论的建立和发展,以便读者对量子场论的历史和现状有所了解.除第1章外,主要有五部分.第2章和第3章介绍了经典场系统的对称性和定域场的 Lorentz 变换性质以及 Noether 定理,并且分别讨论了相对论性标量场、Dirac 场和电磁场的性质.第4章到第6章以正则量子化方案叙述自由的标量场、Dirac 场和电磁场的量子化,还对路径积分量子化方法做了简明讨论.第7章到第9章介绍了分立对称性、自然界相互作用类型和唯象形式以及 CPT 定理.第10章到第12章介绍了 S 矩阵理论和量子场论的几条基本公理,讨论了 S 矩阵元约化公式和它的解析性质以及由此导出的色散关系理论.第13章到第15章介绍了 S 矩阵元和微扰论,在量子电动力学中的 Feynman 图和 Feynman 规则,应用微扰论到几个典型过程的最低阶计算,并在此基础上介绍了重整化理论,包括利用维数正规化处理发散积分和重整化的基本思想以及重整化群.第16章简要讨论了粒子物理标准模型中的相互作用形式:电磁相互作用和弱相互作用统一理论,以及强相互作用基本理论——量子色动力学.初学者可以先略去第10,11,12,16章的内容.本书作为量子场论入门,主要介绍量子场论的基本原理和基础,没有包括的内容还很多,例如完整的 BPHZ 重整化理论,量子场论的非微扰理论(格点规范理论、孤子理论、相变等),量子引力,相互作用大统一理论,超对称场论和超弦理论等.

本书的内容主要根据作者在20世纪80年代初的讲稿和2013年的讲稿以及多年来研究工作的积累整理完成.在撰写本书过程中,作者参阅了国内外的几本量子场论书(已列在书后的参考文献中).同时,作者还得到了很多老师和同学的帮助.郭新恒教授、王志刚教授、冯太傅教授、吴兴刚教授、吴慧芳研究员、左芬副教授、王伟副教授、周明震副教授、邹芝田博士、钟涛博士等仔细阅读了书稿,提出了

十分宝贵的意见和建议. 刘大庆副教授、杨峤立副教授、王根和阎玉丽同学提供了帮助和提出了很好的意见. 作者一并表示感谢.

作者感谢“中外物理学精品书系”的主编和编委们对我的鼓励和促进. 希望此书的出版对粒子物理和相关领域的研究生、青年教师和青年科研人员有所帮助.

作者一直从事粒子物理理论研究, 教学经验不足, 本书肯定有不妥和错误之处, 恳请老师和同学们提出宝贵意见.

中国科学院高能物理研究所

黄 涛

2015 年 1 月

目 录

第 1 章 量子场论的创立和发展	1
§ 1.1 量子场论的创立	2
§ 1.2 量子场论的发展	8
第 2 章 经典场系统、对称性和 Noether 定理	18
§ 2.1 力学系统的最小作用量原理和运动方程	18
§ 2.2 经典场系统最小作用量原理和运动方程	21
§ 2.3 对称性和 Noether 定理	23
第 3 章 定域场的 Lorentz 变换性质	27
§ 3.1 Lorentz 变换和 Lorentz 群	27
§ 3.2 定域场的变换性质	34
§ 3.3 自由标量场	38
§ 3.4 自由旋量场	41
§ 3.5 旋量场双线性协变量	48
§ 3.6 零质量旋量场	53
§ 3.7 自由电磁场	57
第 4 章 自由标量场量子化	62
§ 4.1 正则量子化	62
§ 4.2 实标量场量子化	67
§ 4.3 复标量场量子化	73
§ 4.4 Klein-Gordon 场的传播子	76
§ 4.5 路径积分量子化	82
第 5 章 自由旋量场量子化	89
§ 5.1 自由 Dirac 场量子化	89
§ 5.2 Dirac 场的正、反粒子态	93
§ 5.3 Dirac 场传播子	98
§ 5.4 费米场路径积分和 Grassmann 代数	102
第 6 章 自由 Maxwell 场量子化	106
§ 6.1 电磁场正则量子化困难	106
§ 6.2 电磁场不定度规量子化	109

§ 6.3	电磁场传播子	115
§ 6.4	电磁场路径积分量子化	117
第 7 章	分立对称性(P, C, T) 和守恒量	121
§ 7.1	空间反射对称性和宇称 P	121
§ 7.2	正、反粒子对称性和电荷共轭宇称 C	126
§ 7.3	时间反演对称性 T	130
第 8 章	自然界中相互作用类型和唯象形式	137
§ 8.1	电磁相互作用	137
§ 8.2	强相互作用—— π -N 有效耦合拉氏密度	141
§ 8.3	强相互作用 $SU(3)$ 对称性	146
§ 8.4	弱相互作用低能唯象理论	151
第 9 章	相互作用场 CPT 变换和 CPT 定理	157
§ 9.1	相互作用场 CPT 变换	157
§ 9.2	CPT 定理	160
第 10 章	S 矩阵理论	162
§ 10.1	三种表象和变换矩阵 $U(t, t_0)$	162
§ 10.2	相互作用表象和 Heisenberg 表象	165
§ 10.3	Heisenberg 表象态矢和单粒子波函数	170
§ 10.4	Heisenberg 表象有源场量和渐近条件	173
§ 10.5	Heisenberg 表象中的 S 矩阵元	177
第 11 章	S 矩阵元约化公式	179
§ 11.1	相对论不变性和微观因果性	179
§ 11.2	质量谱条件和完备性	182
§ 11.3	渐近条件	184
§ 11.4	S 矩阵元约化公式	191
§ 11.5	传播函数的谱表示	195
§ 11.6	散射振幅的 Chew-Low 方程	198
第 12 章	解析性质和色散关系	205
§ 12.1	经典理论中色散关系和 Titchmarsh 定理	205
§ 12.2	散射振幅的色散部分和吸收部分	210
§ 12.3	向前散射振幅的解析性质	214
§ 12.4	向前散射振幅的色散关系	219
§ 12.5	非向前散射振幅的色散关系	222
§ 12.6	散射振幅的 Dyson 表示	227

第 13 章 S 矩阵元和微扰理论	232
§ 13.1 相互作用表象和 S 矩阵元级数展开	232
§ 13.2 编时乘积和正规乘积	235
§ 13.3 Wick 定理	240
§ 13.4 正规乘积所表示的物理过程	244
§ 13.5 Feynman 图形和 Feynman 规则	253
第 14 章 最低阶微扰论应用举例	258
§ 14.1 S 矩阵元、散射截面和衰变寿命	258
§ 14.2 电子和光子的 Compton 散射过程	261
§ 14.3 Bhabha 散射和电子-正电子湮没为 μ 子对过程	268
§ 14.4 μ 子衰变	272
第 15 章 重整化理论	277
§ 15.1 发散积分和表面发散度	277
§ 15.2 发散积分维数正规化	282
§ 15.3 单圈图重整化	289
§ 15.4 Ward-Takahashi 等式	294
§ 15.5 原始发散图形和 Furry 定理	298
§ 15.6 超出单圈图的重整化理论	301
§ 15.7 重整化群方法和 Landau 极点	306
§ 15.8 带电轻子反常磁矩和 QED 高阶修正	310
第 16 章 非 Abel 规范场和标准模型	315
§ 16.1 非 Abel 规范场相互作用	315
§ 16.2 非 Abel 规范场量子化	320
§ 16.3 量子色动力学	325
§ 16.4 弱相互作用有效理论的局限性	329
§ 16.5 自发对称性破缺	333
§ 16.6 电磁相互作用和弱相互作用统一理论	339
附录 A 约定和符号	349
附录 B Dirac 旋量和 γ 矩阵	351
附录 C 分立对称性	354
附录 D Feynman 参量公式和 D 维空间代数	356
参考文献	358
名词索引	364

第1章 量子场论的创立和发展

人类对微观领域的认识是从分子到原子、原子核,再到粒子物理逐步深入的,揭示的物理现象也从低速现象走向了高速微观粒子运动. 20 世纪 20 年代末到 30 年代初, Dirac, Jordan, Wigner, Heisenberg 和 Pauli 等人在相对论和量子力学的基础上,引入了微观粒子量子场的概念,量子场的激发代表粒子的产生,量子场激发的消失代表粒子的湮没. 这样建立的相互作用量子场论可以描述原子中光的自发辐射和吸收以及电子和光子的各种电磁相互作用现象. 1946—1949 年, Tomonaga, Schwinger 和 Feynman 等人发展了一套可重整的微扰论计算方法,奠定了量子电动力学(简称 QED)的理论基础. 这一方法不但解决了量子电动力学计算中出现的发散困难,还提出了一整套按电子电荷实验观测值的幂次展开的逐级近似计算方法. 量子电动力学已经经受了几十年实验上的验证,成为了电磁相互作用的基本理论.

量子电动力学的成功和发展促使人们将量子场的概念推广应用到自然界所有粒子场以及它们所参与的四种相互作用中,用以描述粒子物理学中各种粒子的产生和湮没过程的物理现象. 1935 年, Yukawa 提出了质子和中子通过交换 π 介子来形成原子核内很强的核力的理论. 然而当人们将 Yukawa 理论与核力实验相比较时,发现有效相互作用强度远远大于 1,因此整个微扰理论计算变得没有了意义. 20 世纪 50 年代,放弃微扰论,发展不依赖于微扰展开的 S 矩阵理论和公理化场论也有了相当的进展,但对迅速发展的强相互作用物理现象成效还不显著. 另一方面, 1958 年 Feynman, Gell-Mann, Marshak 和 Sudarshan 确立了描述弱作用的流在 Lorentz 变换下应当具有 $V-A$ 的形式,称为普适费米型弱相互作用理论. 尽管在最低阶的微扰论计算中,普适费米型弱相互作用理论可以给出同实验相符合的结果,然而它是不可重整的,具有无法计算微扰论的高阶效应和其他原则性的困难,因此它只能作为低能有效理论.

1967 年, Weinberg 和 Salam 在 Glashow 的 $SU(2) \times U(1)$ 规范对称群模型中引入 Higgs 机制,提出了电磁相互作用和弱相互作用统一理论,并预言了弱中性流的存在以及传递弱相互作用的中间玻色子的质量. 该理论经历了一系列实验的精确检验,从而成为了电磁相互作用和弱相互作用的基本理论. 1973 年, Gross, Wilczek 和 Politzer 提议 $SU(3)$ 色规范群下的非 Abel 规范场论可以作为强相互作用的量子场论,从而建立了量子色动力学理论(简称 QCD). 它已发展为强相互作用

的基本理论. 量子色动力学理论的渐近自由性质在高动量迁移下的物理过程中得到了实验检验. 对于低动量迁移的物理现象和强子结构, 该理论则要面对夸克禁闭困难. 电磁相互作用和弱相互作用统一理论与描述夸克之间强相互作用的量子色动力学理论合在一起称为粒子物理学中的标准模型理论. 这是 20 世纪物理学最重要的成果之一. 在标准模型中, 夸克、轻子以及传递相互作用的媒介子就是物质世界的基本单元, 它们之间的相互作用规律遵从量子色动力学和电弱统一理论. 实验表明, 标准模型已取得了极大的成功, 但同时也揭示它不是自然界的基本理论, 而是更深层次(新能标)动力学规律的有效理论. 人们仍在深入探讨和发展更高能标下量子场论的新形式.

§ 1.1 量子场论的创立

量子场论是在量子力学和相对论的基础上发展起来的, 描述高速微观粒子现象和规律的理论.

20 世纪 20 至 30 年代建立了微观物理的基本理论——量子力学, 微观自由粒子的运动由 Schrödinger 方程

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{2m} \nabla^2 \psi \quad (1.1)$$

来描述, 其中 m 是粒子的质量, $\psi = \psi(\mathbf{x}, t)$ 为波函数, 它的模方 $|\psi|^2 \geq 0$ 可以解释为几率密度. 如无特别说明, 在本书中都采用自然单位制, 取 $\hbar = c = 1$, 其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, 而 h 是 Planck 常数. 非相对论量子力学能很好地解释原子结构、原子光谱的规律性、化学元素的性质等, 成为了在原子、分子层次上描述微观世界的一个基本理论. 量子力学虽然很好地说明了原子和分子的结构, 却不能直接处理原子中光的自发辐射和吸收这类十分重要的微观物理现象.

在涉及高速现象的粒子物理中, 满足 Lorentz 不变性是对理论的一个基本要求. 为了描述速度较高的电子运动, 1928 年 Dirac 建立了相对论性量子力学(Dirac 方程)

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi = (-i \boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta m) \psi, \quad (1.2)$$

但同时发现 Dirac 方程有负能量解, 面临物理概念上的困难. 另一方面, 经典的电磁场 Maxwell 方程为(Lorentz 规范)

$$\square A^\mu(x) = 0, \quad (1.3)$$

其中矢势 A^μ 与场强 $F^{\mu\nu}$ 的关系是

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{bmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

方程(1.3)很好地描述了电磁波的传播规律,且是相对论性的,可是它没有反映电磁场的粒子性,不能描述光子,更不能描述光子的产生和湮没.这意味着相对论量子力学方程很好地描述了电子的粒子性质,经典电磁场很好地描述了波动性,两者都不能同时描述高速微观客体的波和粒子二象性质.实验进入高速微观现象领域,首先要求电磁场理论发展为能描述以光速运动的光子产生和湮没的物理现象的理论.

1927年,Dirac提出将电磁场作为一个具有无穷维自由度的系统进行量子化的方案.将电磁场 Fourier 分解为一系列基本的振动模式(本征振动模式),每种振动模式具有一定的波矢 $\mathbf{k}$ 、频率 ω 和偏振方式 $s=1,2$,其中 $\omega=|\mathbf{k}|$.因此自由电磁场可看做无穷多个没有相互作用的谐振子的系统,每个谐振子对应于一个本征振动模式.根据量子力学,这个系统具有离散的能级

$$E = \sum_{\mathbf{k},s} n_{\mathbf{k},s} \hbar\omega, \quad n_{\mathbf{k},s} = 0,1,2,\dots \quad (1.5)$$

(1.5)式中暂时保留了 $\hbar$,基态是所有的 $n_{\mathbf{k},s}=0$ 的态,激发态表现为光子, $n_{\mathbf{k},s}$ 是具有波矢 $\mathbf{k}$ 、极化 s 的光子数, $\hbar\omega$ 是每个光子的能量, $\hbar\mathbf{k}$ 是光子的动量,极化 s 对应于光子自旋的取向,振动激发的消失就相应于光子的湮没.此方案实际上引入了量子场的概念,将经典电磁场量子化,从而统一描述了它的波动性和粒子性.这样将经典电磁场量子化的方案就成功地描述了光子产生和湮没的高速微观物理现象.

在完成了电磁场量子化以后,一个自然的问题是如何处理高速电子现象,包括电子的产生和湮没过程.1928年, Jordan 和 Wigner 按照粒子和波的二象性观点提出了电子场的量子化方案,将原先用来描述单个电子运动的波函数 ψ 看作电子场并将它量子化,与光子不同的是电子服从 Pauli 不相容原理.对于非相对论性多电子系统,他们的方案完全等价于通常的量子力学,被称为二次量子化或粒子数表象中表述的多电子系统.实际上称它为粒子数表象比二次量子化更为确切.这个方案可直接推广到描述相对论性电子的 Dirac 场 ψ_α ($\alpha=1,2,3,4$),量子化后原来 Dirac 方程中负能量解困难正好描述了物理上电子的反粒子——正电子.自由电子场的激发态相应于一些具有不同动量和自旋的电子和正电子,而由于 Pauli 不相容原理,每个状态最多只能有一个电子或一个正电子.这样 Dirac 电子场量子化以后就可以描述电子、正电子的产生和湮没的物理过程.

1929年, Heisenberg 和 Pauli 建立了量子场论的普遍形式.每种微观粒子对应着一种经典场,例如光子对应电磁场 $A^\mu(x)$,电子对应电子场 $\psi(x)$ 等.经典场是

以连续性为其特征的,场的物理性质可用一些定义在全空间的量描述,这些场量是空间坐标 $\mathbf{x}$ 和时间 t 的函数,它们随时间的变化描述场的运动. 设场的系统可以用 N 个互相独立的场量 $\phi_i(\mathbf{x}, t)$ ($i=1, 2, \dots, N$) 描述,这里 $\mathbf{x}$ 是空间坐标, t 是时间. 空间不同点的场量可看做互相独立的动力学变量. 这种形式的主要特征在于场弥散于全空间,因此经典场是具有连续无穷维自由度的系统. 各点的场量可看做力学系统的无穷多个广义坐标,类似于力学系统,可定义与这些广义坐标对应的正则动量,记作 $\pi_i(\mathbf{x}, t)$. 根据量子力学原理可以对这些场进行量子化,引入与这些量对应的算符 $\phi_i(\mathbf{x}, t)$ 和正则动量 $\pi_i(\mathbf{x}, t)$,它们之间遵从对易关系(玻色场)

$$\begin{aligned} [\phi_i(\mathbf{x}, t), \pi_j(\mathbf{x}', t)] &= i\delta_{ij}\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \\ [\phi_i(\mathbf{x}, t), \phi_j(\mathbf{x}', t)] &= [\pi_i(\mathbf{x}, t), \pi_j(\mathbf{x}', t)] = 0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

在给定由 $\phi_i(\mathbf{x}, t)$ 和 $\pi_i(\mathbf{x}, t)$ 组成的哈密顿算符(Hamiltonian) H 后,可写出场量满足的 Heisenberg 运动方程:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_i(\mathbf{x}, t) &= i[H, \phi_i(\mathbf{x}, t)], \\ \dot{\pi}_i(\mathbf{x}, t) &= i[H, \pi_i(\mathbf{x}, t)]. \end{aligned} \quad (1.7)$$

它们是经典场方程的量子对应. 量子场论的这种表述形式称为正则量子化形式. 量子场论还有一些基本上与正则量子化形式等价的表述形式,其中最常用的是 Feynman 于 1948 年建立并在后来得到很大发展的路径积分形式.

在进行场的量子化时,必须使理论保持实验所要求的对称性,表现为当时空坐标和(或)场量做某种变换(数学上构成一个变换群)时系统的哈密顿量保持不变. 根据 Noether 定理,对应于连续对称群的每个生成元,场论中有一个守恒量,如能量、动量、角动量、电荷和同位旋等. 对称性还给出粒子质量及物理过程振幅的一些关系式,它们是量子场论给出的重要性质. 此外,还必须保证所得的结果符合正确的自旋-统计关系,即对于整数自旋的粒子,可按照量子力学写出这些算符的正则对易关系(1.6),对半奇数自旋的粒子则按照 Jordan 和 Wigner 的量子化方案,场算符和正则动量按反对易关系量子化.

每种微观粒子对应的经典场按正确的自旋-统计量子化后,充满在全空间的量子场互相渗透并且以一定方式发生相互作用. 所有的场都处于基态时表现为真空,量子场的激发代表粒子的产生,量子场激发的消失代表粒子的湮没. 不同激发态表现为粒子的数目和状态不同,场的相互作用可引起场激发态的改变,表现为粒子的各种反应过程. 从上述量子场论的物理含义可知,真空并非没有物质,而处于基态的场具有量子力学所特有的零点振动和量子涨落. 由于量子场间有相互作用,各种粒子的数目一般不守恒,因此,量子场论可描述原子中光的自发辐射和吸收,以及粒子物理学中各种粒子的产生和湮没的过程. 这样,利用 Dirac, Jordan, Wigner, Heisenberg 和 Pauli 等人在相对论和量子力学的基础上,通过场的量子化的途径

引入的微观粒子量子场的概念,人们建立了相互作用量子场论.它有效地描述了高速微观粒子物理现象和规律,例如各种粒子的产生和湮没过程.

量子电动力学是最早发展和最成功的量子场论,它将电磁场(光子场) $A^\mu(x)$ 和电子场 $\psi(x)$ 同时量子化,描述电子和光子的各种电磁相互作用现象.电磁相互作用的拉氏密度

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}[i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) - m]\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad (1.8)$$

其中耦合常数 e 就是电子电荷.由于相互作用使电磁场和电子场耦合在一起,很难求得量子电动力学方程的精确解,人们通常采用近似计算方法.考虑到电子场和电磁场相互作用的耦合常数 e 是一个小量, $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$,量子电动力学首先采用微扰论方法,把哈密顿量中相互作用项作为对自由场哈密顿量的微扰来处理.这样各种反应过程的振幅可表示成耦合常数 e 的幂级数,可以应用微扰论方法逐阶计算幂级数的系数.考虑到耦合常数很小,只要计算幂级数的前面几个低次项就可以得到足够精确的近似结果.1946—1949年, Tomonaga, Schwinger 和 Feynman 等人发展了一套微扰论计算方法,这种微扰论方法具有形式简单、便于计算且明显保持相对论协变性的优点.特别是, Feynman 引入了直观图形表示法(称为 Feynman 图, Feynman 规则)和相应的描述物理过程的图像,提供了写出微扰论任意阶项的系统方法.

人们发现,在应用量子电动力学计算任意物理过程时,尽管微扰论最低阶近似的计算结果和实验近似符合,但进一步计算单圈和高阶修正时却都得到无穷大的结果.同样的问题也存在于其他的相对论性量子场论中,这就是量子场论中著名的紫外发散困难.20世纪40年代,人们对该理论中的紫外发散困难做了深入的分析,并通过 Schwinger, Tomonaga, Feynman 和 Dyson, Ward 等人的努力,在解决这个问题上有了突破性的进展.他们发现,量子场论中发散积分是由于动量积分的上、下限积到无穷大而产生的,或者说量子场论不能应用到距离很小的情形,因此必须使发散积分在动量趋于无穷大时仍有定义而且有正确的方法分离出无穷大部分.这就是发散积分的正规化.如果重新定义理论中的质量和电荷,将分离出的无穷大吸收进去定义为物理质量和电荷,使之同实验的观测值相对应,则量子电动力学中的无穷大结果不再出现.这种消除无穷大的方法,叫做重整化理论.它不但解决了量子电动力学中出现的发散困难,还提出了一整套按电子电荷实验观测值的幂次展开的逐级近似计算方法,使量子电动力学的计算有了简单可靠的、具有相对论协变性质的基础.1947年, Kusch 和 Foley 发现了电子反常磁矩, Lamb 等发现了氢原子的 $2S_{1/2}$ 和 $2P_{1/2}$ 能级的分裂,只有通过量子电动力学的重整化理论计算,才能在很高的精度上与电子和 μ 子的反常磁矩及原子能级的 Lamb 移位的实验符