



飞机结构耐久性及损伤容限设计手册
第二册飞机结构的疲劳分析

编写说明

航空航天工业部科学技术研究院
JNS 手册编制办公室

飞机结构的疲劳分析编写说明

编审人员名单(以姓氏笔划为序)

审核: 吴富民

高镇同

编校: 李令芳

李素菊

何 涇

肖凤琴

肖仁仕

张秀义

孟繁沛

林富甲

周希源

周枝伦

杨玉功

贾国荣

曹定国

郭洪全

符中四

符中四

一九九三年十月廿六日



30724573

本编写说明经张民孚汇总整理

前 言

“飞机结构耐久性及损伤容限设计手册”(简称 JNS 手册)是引进国外同类的先进手册(简称 B 手册)结合我国实际情况加以编制的。是用于民机结构耐久性及损伤容限早期设计分析的实用手册。使用该手册可以在结构打样设计开始直至强度校核阶段的全过程,指导结构细节的选择和对疲劳、损伤容限品质进行评估和控制。全套手册分为:第一册飞机结构耐久性设计、第二册飞机结构的疲劳分析,第三册飞机结构的损伤容限设计。

本编写说明阐明了编写过程中对原手册的消化、理解和对某些技术问题的处理及必要的说明,也可约略地窥见原手册的面目。以便在使用中更加主动。对某些情况说明了使用条件和限制,以及工程化带来的误差范围等。供使用者参考。

编写说明按一、二、三册分编。基本上以 JNS 手册的章节顺序编排。对需要说明的问题按内容列出标题,但并非一一对应。毋需说明的章节均略去,因此也可作为 JNS 手册使用培训的一种辅助资料。如需查阅某一部分内容时可按篇首的详细目录查找。

为了前后协调,避免重复,更加系统、清晰地说明问题,在出版时经编委办公室重新组织整理,并有所删节。最后成稿经陈一坚总编审阅,但未经审委同志的再次审定。如有错误或不当之处请及时与编委办公室联系指正。

JNS 手册编委办公室

1993 年 5 月

目 录

第 1 节	疲劳分析方法	
1.1	疲劳分析准则	(1)
1.2	疲劳检查方法	(3)
1.3	疲劳检查的各项规定	(4)
1.4	附录 1A“载荷谱的当量化计算”	(10)
1.5	附录 1B“连接件的压应力修正”	(16)
第 2 节	S-N 曲线及疲劳损伤图表	
2.1	基本方程的建立及各参数的意义	(19)
2.2	标准 S-N 曲线的使用条件	(25)
2.3	标准 S-N 曲线	(25)
2.4	疲劳损伤图表	(26)
第 3 节	使用载荷及载荷谱	
3.1	概述	(28)
3.2	典型飞行任务剖面图的标准使用情况	(28)
3.3	主要结构部件的最小分析范围	(29)
3.4	使用载荷谱当量分析	(29)
3.5	使用载荷及载荷谱的详细说明	(30)
3.6	使用情况编号说明	(63)
3.7	图表	(63)
第 4 节	可靠性系数及可靠性准则	
4.1	可靠性系数	(90)
4.2	可靠性准则及附录 4A 特殊评估方法及 DFR_0 的确定	(90)
第 5 节	疲劳额定值 DFR	
5.1	许用值概论——国产材料的 DFR 截止值	(104)
5.2	受拉结构许用值	(114)
5.3	受剪结构许用值	(133)
5.4	修正系数	(135)
5.5	机身蒙皮大开口的许用值	(144)
5.6	结构连接件内力分布计算	(148)
第 6 节	声疲劳	
6.1	前言	(158)
6.2	飞机结构声疲劳计算分析步骤	(158)
6.3	附录 6A“基本结构响应频率计算”	(164)
6.4	附录 6B“单位应力响应计算”	(164)
6.5	附录 6C“声压级测量、等效功率谱密度谱的制定及总声压级数 据的使用”	(164)
6.6	附录 6D“特殊方法”	(166)
参考资料		(168)

第1节 疲劳分析方法

1.1 疲劳分析准则

1.1.1 引论

本手册规定按短程、中程和远程飞行三种使用方式进行结构疲劳检查的方法，不同于我国常用的按典型飞行剖面进行综合分析的方法。常用的方法是把整个机队做为一个整体，根据机队使用数据(或预测)按几种典型剖面在整个使用寿命期内所占的比例综合进行结构疲劳检查，因而所代表的是机队的平均设计寿命。这种方法对使用情况复杂、典型剖面差别较大的军用飞机比较适用。但对飞行使用情况差别较小的民用运输机来说，按短程、中程和远程飞行三种使用方式分别进行结构疲劳检查，不仅能更大范围地满足用户对飞机使用二十年的寿命要求，而且使疲劳分析工作简单易行，更便于工程应用。值得一提的是，因这两种方法的出发点不同，其机队使用数据的统计方法也不同。前一种方法是将机队作为一个整体，把每个起落作为一个单独的随机变量，获得飞行时间与起落数之间的关系数据，而本手册把每架飞机作为一个单独的随机变量，获得飞机平均飞行时间与飞机数之间的关系数据，从而给统计工作也带来方便。

飞机的耐久性设计是保证飞机经济使用寿命的有效手段。而抗疲劳开裂设计是耐久性设计的主要内容，本手册仍然采用传统的确定裂纹形成寿命的应力疲劳方法，只是在计算方法上进行了改进和工程化处理，并将结构的寿命指标转换成结构许用应力指标。对长寿命民用运输机，采用应力疲劳确定裂纹形成寿命的方法，能够较好地满足经济寿命要求。用两个95%和可靠性系数(FRF)把使用寿命期内结构出现裂纹的概率限制在足够小的范围内，以保证飞机结构的经济性和可靠性。本手册方法在工程使用中简便易行，并已经过了长时间的实践考验。

1.1.2 飞行时间准则

飞行剖面图是确定飞机使用典型载荷谱的先决条件，从而成为疲劳分析的原始依据。由于用户使用飞机的情况和条件不同，需要用不同的飞行剖面图作为疲劳分析的依据。本手册把飞行时间作为飞行剖面图的主要控制参数，按照飞行时间就可以根据第三章“使用载荷”的具体规定确定飞行剖面图。根据用户的机队使用数据，将复杂的使用情况按飞行时间分成短程、中程和远程三种使用情况。

远程飞行时间主要是基于经济性和使用可能性的考虑，并由飞机使用资料所证实，用最大续航能力的75%作为远程飞行时间，可以满足用户对远程飞行使用情况的要求。这时飞机的使用商载(货机按70%设计商载，客机按60%设计商载)，也是基于经济性和使用可能性的考虑。由于最大起飞重量的限

制, 最大燃油状态时的最大商载为设计商载的 70%左右, 因此, 70%的设计商载是最经济的远程飞行状态。从民机商载与航程的关系曲线中可以看出: 当商载高于规定的使用商载时, 就要减少燃油, 使航程大大缩短; 当商载低于规定的使用商载时, 也无法用燃油来补偿, 航程也没有明显的增加。货机易于达到理想使用状态, 但对客机来说, 考虑到客运的特点, 商载还要有所降低。飞机设计阶段, 最大续航能力应由性能组提供, 投入使用后, 可按飞行手册确定。

中程飞行时间应代表机队的大部分使用情况, 也就是机队使用概率中值的飞行时间(一般认为飞行时间与飞机数之间的关系近似符合正态分布)。这个中程飞行时间也可以用机队不同飞行时间出现概率为权的加权平均值代替。对于新型飞机可以参照同类飞机的使用情况和根据市场信息的预测确定。

短程飞行时间代表机队部分飞行时间偏短的飞机使用情况, 取机队使用概率 5%对应的短程飞行时间。概率 5%对应的短程飞行时间应由拟合的概率曲线确定, 也可以近似由飞行时间偏短的 10%飞机的平均值代替。短程飞行时间与中程飞行时间的关系曲线是基于以往大量机队的使用数据, 经过统计处理后近似给出的。对于有足够多使用数据的飞机, 其短程飞行时间应按使用数据直接确定。

1.1.3 目标寿命准则

目标寿命准则规定飞机在一般情况下使用二十年, 不管按短程、中程还是远程飞行使用。因此, 目标寿命的飞行次数曲线是根据大量机队使用数据给出的使用寿命期内不同飞行时间的平均飞行次数。通过各种飞机的使用数据得到各种不同飞行时间下的飞机日使用率, 即:

$$\text{平均使用率(一天飞行的小时数)} = \frac{\text{一年内的全部飞行小时数}}{365\text{天}}$$

根据日使用率便可以计算使用二十年的目标寿命飞行次数, 即:

目标寿命(飞行次数)

$$= \frac{\text{平均日使用率(飞行小时/天)} \times 365(\text{天/年}) \times 20(\text{年})}{\text{平均一次飞行时间(飞行小时/次)}}$$

根据这些不同飞行时间得到的目标寿命(飞行次数), 经过数据处理后给出一个平均使用状态下的目标寿命(飞行次数)曲线。这里应该提出注意的是, 飞机使用二十年的要求是日历时间。因此, 在计算平均日使用率的数据处理时, 使用时间包括飞行、停飞、检修及进场大修等在内的全部时间(天数), 而飞行小时是真实飞行的总时间。

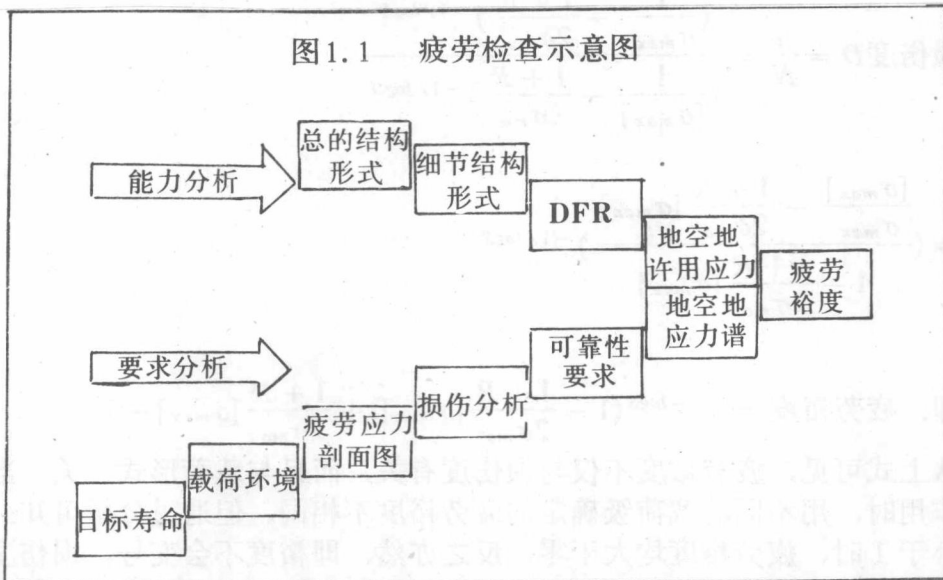
本目标寿命准则规定二十年是从用户使用要求出发的。飞机机体满足二十年目标寿命期内的结构耐久性要求, 除了疲劳以外, 还要考虑腐蚀、热退化、非金属材料的分层等方面。其中腐蚀是个带有普遍性的重要问题。一般由设计、制造和使用等方面共同采取措施, 当仍不能满足要求时, 应另作考虑。

本准则目标寿命规定的飞行次数, 也是一般用户正常使用二十年可能使用

的飞行次数。因此，对于有特殊要求的飞机，或对个别使用方式不同的飞机，可以根据实际情况确定目标寿命的飞行次数。

1.2 疲劳检查方法

疲劳分析就是根据飞机载荷环境，通过应力分析确定结构承受的疲劳载荷，和通过细节设计确定结构承受疲劳载荷的能力进行比较，并通过适当的细节设计改进，满足目标寿命要求的过程。因此，疲劳检查可分为要求的分析和能力的分析两大部分，如图 1.1 所示：



从图中可见，手册中疲劳检查的第一至第五步均属于结构要求的分析，它仅与载荷环境有关，与结构细节的疲劳品质无关。结构能力的分析包括在第六、第七两步中，它是结构本身具有的疲劳品质，与使用载荷无关。最后两步是分析比较，以表格的形式给出疲劳裕度检查结果。当然，要求的分析和能力的分析之间也有一定的联系。从载荷环境换算成应力谱需要结构形式和具体尺寸，可靠性系数也与结构形式和部位有关，确定地——空——地许用应力时又需要地——空——地实际应力循环特征(R)和寿命要求(N)。

本方法与传统的疲劳分析方法相比，虽然本质是相同的，但也存在一些差异。这些差异除了载荷谱当量化等一般的工程简化外，主要表现在两个方面。一是表征结构细节疲劳品质的参数由传统的应力集中系数(K_t)变为细节疲劳额定值(DFR)。二是表征疲劳检查结果的参数，由传统的损伤度($D = \sum \frac{n_i}{N_i}$)变为疲劳裕度。另外，用含义明确的具有 95%置信度和 95%可靠度的疲劳额定值(DFR)和疲劳可靠性系数(FRF)代替了笼统的疲劳寿命分散系数。

损伤度(D)与疲劳裕度在一级等幅载荷或 $R = -1$ 的变幅载荷作用下，有明确的对应关系。但在其它载荷谱作用下不能用确定的关系式表达，它还与应力

比 R 等因素有关。从第二章中的 $S-N$ 方程作如下推导:

由 $N = 10^{(5 - \frac{\log Z}{\log S})}$ 可得:

$$N = 10^5 \left(\frac{\sigma_{mo} - 0.53 DFR}{0.47 DFR} \right)^{-1/\log S} \cdot \left(\frac{(1-R)\sigma_{max}}{2\sigma_{mo} - (1+R)\sigma_{max}} \right)^{-1/\log S}$$

$$n = 10^5 \left(\frac{\sigma_{mo} - 0.53 DFR}{0.47 DFR} \right)^{-1/\log S} \cdot \left(\frac{(1-R)[\sigma_{max}]}{2\sigma_{mo} - (1+R)[\sigma_{max}]} \right)^{-1/\log S}$$

$$\text{损伤度 } D = \frac{n}{N} = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_{max}} - \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} \right)^{-1/\log S}}{\left(\frac{1}{[\sigma_{max}]} - \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} \right)^{-1/\log S}}$$

$$= \left(\frac{\frac{[\sigma_{max}]}{\sigma_{max}} - \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} [\sigma_{max}]}{1 - \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} [\sigma_{max}]} \right)^{-1/\log S}$$

$$\text{即: 疲劳裕度} = D^{-\log S} \left(1 - \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} [\sigma_{max}] \right) + \frac{1+R}{2\sigma_{mo}} [\sigma_{max}] - 1$$

从上式可见, 疲劳裕度不仅与损伤度有关, 而且与载荷形式有关。当变幅载荷作用时, 用不同的载荷级确定的疲劳裕度不相同。但通过分析可知: 当损伤度小于 1 时, 疲劳裕度均大于零, 反之亦然, 即裕度不会变号; 损伤度等于 1 时, 疲劳裕度均等于零; 当 $R = -1$ 时, 疲劳裕度 $= D^{-\log S} - 1$; 当损伤度接近 1 时, 载荷形式 ($R, [\sigma_{max}]$) 的影响敏感性不大。因此, 用造成损伤较大的地—空—地应力谱得到的疲劳裕度表示损伤度是完全可以接受的。甚至可把疲劳裕度 $= D^{-\log S} - 1$ 作为一般规律引用, 如第六步的例题中指出: 作为一般规律 DFR 增加 20%, 疲劳寿命将增加一倍, 反之, DFR 减少 20%, 疲劳寿命只有一半 (见本节 1.3.4 编写说明)。但是, 当疲劳裕度绝对值较大 (损伤度较小) 时, 载荷 ($R, [\sigma_{max}]$) 对疲劳裕度的影响很大。因此, 需要按裕度调整结构应力水平时, 也应考虑谱形对疲劳裕度的影响 [51]。

1.3 疲劳检查的各项规定

1.3.1 谱的分析选择

各种使用情况的超越型载荷谱是飞机在正常使用状态下的各级载荷, 以其概率随机的出现在整个寿命期内。一般来说, 首先要把谱离散成很有限的载荷级, 然后用离散的载荷谱进行分析计算。

如果要考虑载荷顺序效应, 还要把谱中的各级载荷随机地或人为地进行编

排。由于各使用情况的 $1g$ 应力变化，每次飞行出现一次的载荷可能构成地——空——地循环或主循环，因此载荷谱要以累积频数 $N=1$ 处为界，把谱分成两部分分别离散成有限的载荷级(如图 1.2)。各段的代表载荷可按附录 1A 中给出的方法确定(过去常用的方法是由次数分半法，取载荷出现次数的中位数)。

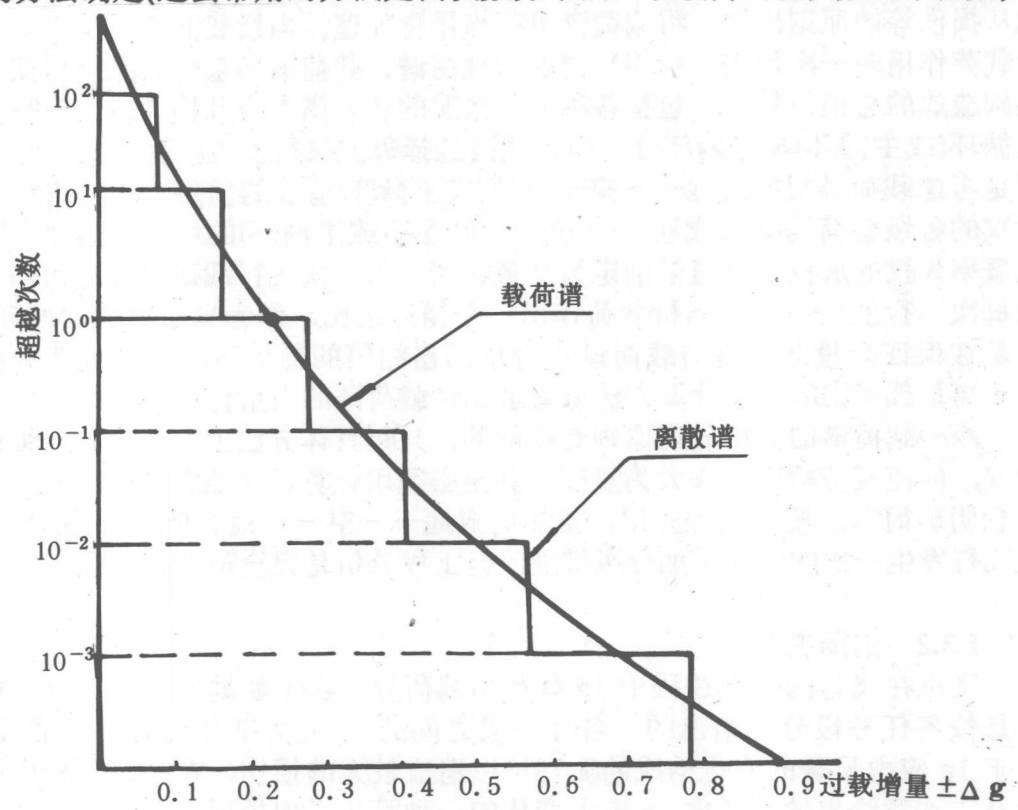


图 1.2 载荷谱的离散化

当每次飞行出现一次的载荷构成地——空——地循环(或主循环)时，出现的最大及最小的几级载荷还要考虑其出现概率进行组合排列构成。例如每次飞行出现一次最大、最小载荷各分为四级(如图 1.2)，每级载荷出现的概率分别为 0.9、0.09、0.009、0.001，组成地——空——地的循环数按表 1.1 概率值确定。

表 1.1 地——空——地循环出现的概率数(每次飞行循环数)

$n\Delta g_{\max} \backslash n\Delta g_{\min}$	0.9	0.09	0.009	0.001
0.9	0.81	0.081	0.0081	0.0009
0.09	0.081	0.0081	0.00081	0.00009
0.009	0.0081	0.00081	0.000081	0.000009
0.001	0.0009	0.00009	0.000009	0.000001

去掉出现概率小的后几级，选取 10~13 级地——空——地循环，它与原

谱一起构成疲劳分析谱。

当进行疲劳分析不考虑载荷顺序效应时,再按上述方法的必要性不大。因此从损伤等效原则出发,将载荷谱进行当量化处理。当量载荷谱就是用一级当量载荷作用若干次代表一种使用情况的载荷谱。载荷谱当量化的原则是保证对结构造成的总损伤相当,包括各种使用情况的载荷谱本身及构成地——空——地循环(或主循环)损伤两部分。当量载荷选择每次飞行发生一次的载荷级,主要是考虑载荷谱对构成地——空——地(或主循环)造成的损伤。每次飞行发生一次的各级载荷均有构成地——空——地循环(或主循环)的可能,因此,以出现概率为权的加权平均值被确定为当量载荷。以一次飞行载荷谱的总损伤与代表每次飞行发生一次的当量载荷作用一个循环之比,作为当量载荷的循环数,就是在保证当量载荷谱与载荷谱本身总损伤相等的前提下,简化疲劳分析工作。当量载荷谱的具体计算方法见附录 1A“载荷谱的当量化计算”。

两种载荷谱的分析处理原则是相同的,只是具体方法上的差异。分级谱更合理,但使疲劳检查工作大为复杂。甚至必须用计算机才能完成。当量载荷谱概念明确简单,便于工程应用,虽然构成地——空——地循环(或主循环)的每次飞行发生一次的载荷不如分级谱细,但工程分析是完全可以接受的。

1.3.2 选择主循环

飞机在飞行的全部过程中 1g 载荷和载荷分布在不断地变化,因此,载荷谱是按各任务段分别给出的。各任务段之间的 1g 应力变化的损伤未能计及。由于 1g 应力显著的变化构成的循环可以造成较大的损伤,在疲劳分析中必须计及。本章给出的是考虑 1g 应力变化的一种简化近似处理,正确的方法应该是雨流法。雨流法较真实地反映了各应力变程并组合了应力循环,1g 应力变化也就反映在组合的应力循环中了。本章给出的方法是从考虑“1g”应力变化出发,另外增加附加应力循环;如地——空——地循环和主循环。附加的应力循环包括的交变应力部分在原谱中仍保留着,但主循环判据去掉了部分影响较小的附加应力循环。两种方法给出的构成主要损伤的地——空——地循环是相同的,其余部分差异较大,但本方法给工程应用带来了很大方便。

1.3.3 特殊疲劳裕度

特殊疲劳裕度是根据结构实际的和要求的 DFR 进行比较得到的,即:

$$\text{特殊疲劳裕度} = \frac{DFR_{\text{实际}}}{DFR_{\text{要求}}} - 1$$

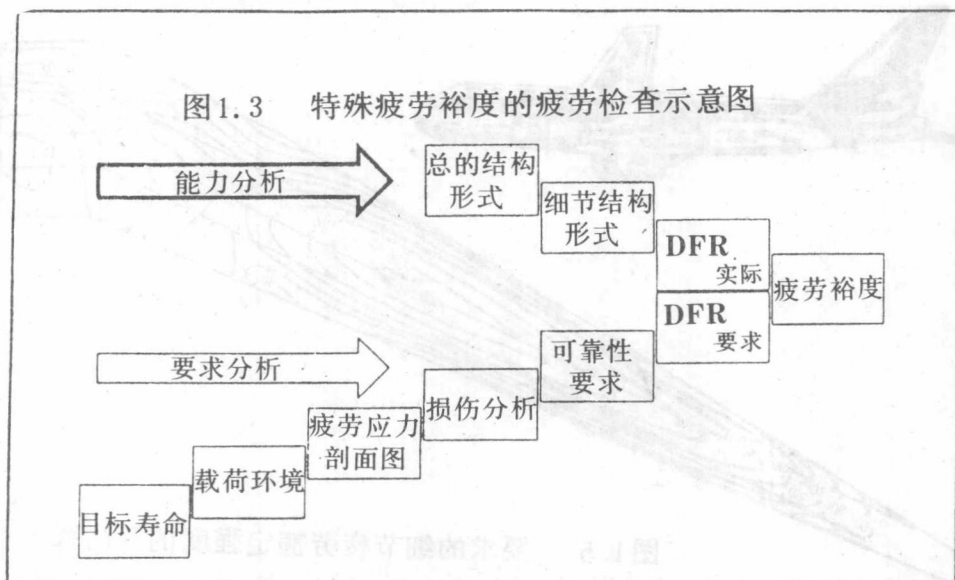
当结构每次飞行承受一次的最大应力为较小的拉应力或压应力时,理论估算损伤很小。但这种载荷情况作用下的多种因素并未包括在正常的疲劳分析中,名义应力为压应力的构件仍可能产生局部拉应力,弯曲次应力和装配应力等。另外,用来进行疲劳分析的标准 S-N 曲线和等寿命图中,对受压为主的部分也具有较大的误差。因而,直接按经验给出的 $DFR_{\text{要求}}$ 确定特殊疲劳裕度就有较高的可靠性。

根据试验和服役的经验在表 1.2 中给出了 $DFR_{要求}$ 的最小参考值

表 1.2 $DFR_{要求}$ 的最小参考值

部位	受拉 DFR	受剪 DFR_s
机翼下表面	124MPa	83MPa
机翼上表面	110MPa	83MPa
所有机身结构	69MPa	41MPa
垂直尾翼	69MPa	41MPa
水平尾翼	69MPa	41MPa

与疲劳裕度一样，特殊疲劳裕度的疲劳检查工作也可分成互相独立的两部分：一部分是载荷环境要求结构的疲劳品质，它与结构的细节无关，一部分是结构细节所具有的疲劳品质，它与载荷环境无关，仅代表结构本身承受疲劳载荷的能力。这两部分可以分开进行，如图 1.3 所示。



根据飞机的使用载荷环境，可以算出考虑了损伤比和疲劳可靠性系数的当量目标寿命。然后，按标准 S-N 曲线就可以确定相当其当量目标寿命所要求的疲劳品质 $DFR_{要求}$ (如图 1.4)。采用这些数据可以画出要求的疲劳品质的等高线。(如图 1.5)。同时，通过对结构细节的分析得到细节所具有的疲劳品质 $DFR_{实际}$ 。

典型损伤曲线—铝

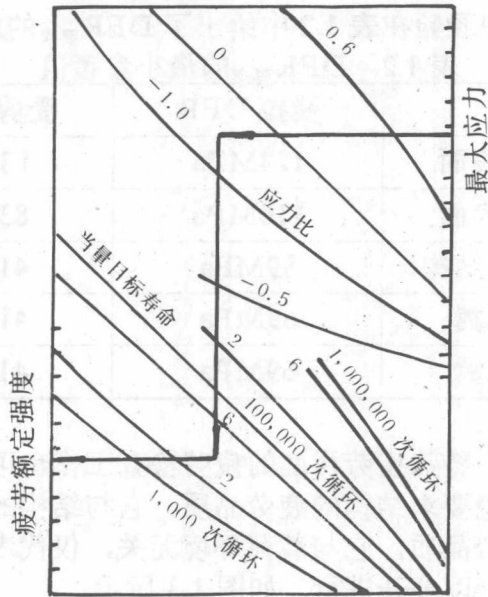


图1.4 要求的细节疲劳额定强度推导

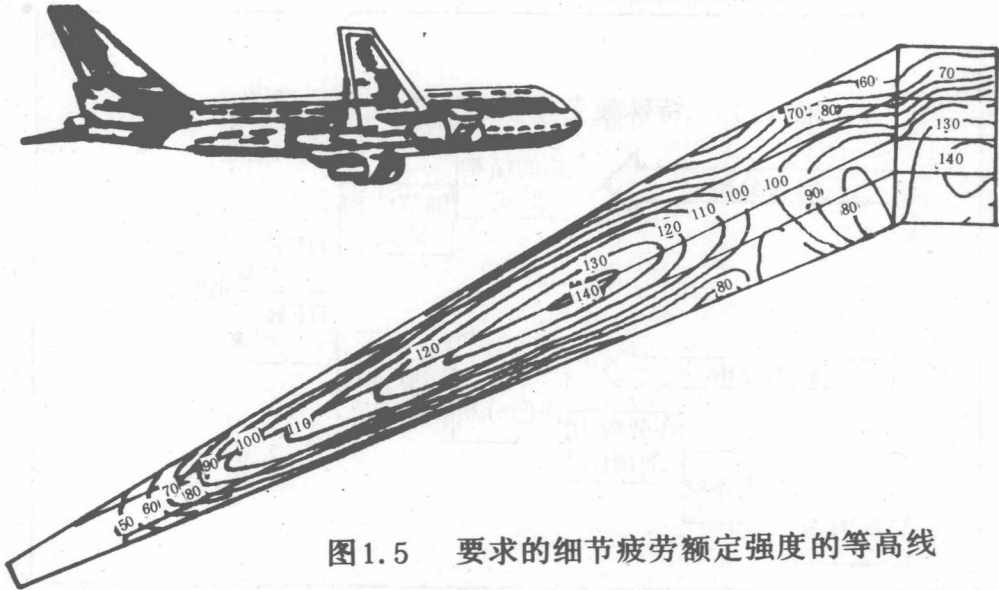


图1.5 要求的细节疲劳额定强度的等高线

然后，对结构要求和能力的分析结果加以比较，比较结果用特殊疲劳裕度的形式给出。为了满足使用寿命的要求，需要结构设计人员根据要求的疲劳品质等高线图.设计与选择适合的结构细节。因此，早在设计阶段就可以建立起 $DFR_{要求}$ 的等高线参考图表。以便设计人员能够集中精力考虑细节设计，先不要对要求的疲劳品质作重复的计算。等高线图适合于应力分布有规律、从而使 $DFR_{要求}$ 的分布也有规律的部位。如机翼表面，根据载荷应力计算，可以很方

便的给出新设计飞机的 $DFR_{要求}$ 的等高线。另外, $DFR_{要求}$ 是按接头, 开口以外的名义应力值确定的, 因此, 要将局部细节的疲劳额定值换算成局部细节以外的毛面积应力, 这一点是不可忽视的。

1.3.4 复合疲劳裕度

复合疲劳裕度是指结构在两个载荷谱作用下, 按单独作用下的疲劳裕度计算出联合作用下的疲劳裕度。本节给出的复合疲劳裕度的图表和公式是按应力比 $R=-1$ 的疲劳应力谱推导的。

1. 根据第二章 $S-N$ 曲线公式可得:

$$N = b(\sigma_a)^{-1/\log S}$$

$$n = b[\sigma_a]^{-1/\log S}$$

b ——常数

$$\text{损伤度 } D = \frac{n}{N} = \frac{b[\sigma_a]^{-1/\log S}}{b(\sigma_a)^{-1/\log S}} = \left(\frac{[\sigma_a]}{\sigma_a}\right)^{-1/\log S} = (1 + K)^{-1/\log S}$$

式中:

$$K \text{——裕度, } K = \frac{[\sigma_a]}{\sigma_a} - 1$$

两个谱的总损伤: $D = D_1 + D_2$

所以

$$K = [(1 + K_1)^{-1/\log S} + (1 + K_2)^{-1/\log S}]^{-\log S} - 1$$

2. 另外还有一种工程近似方法, 因为有损伤公式: $D = (1 + K)^{-1/\log S}$ 。一般铝的 $S=2.0$, 钢的 $S=1.8$, 当疲劳裕度 $K=0.2$ 时:

$$\text{钢材: } D = (1 + 0.2)^{-1/\log 1.8} = 0.49 \approx 0.5$$

$$\text{铝材: } D = (1 + 0.2)^{-1/\log 2} = 0.54 \approx 0.5$$

这就意味着: 损伤度为 0.5 时, 疲劳裕度为 0.2, 即: 应力水平降低 20%, 寿命增加一倍; 反之, 应力水平增加 20%, 寿命降低一半。根据上述计算和分析, 可得复合疲劳裕度的近似表达式:

$$K = \frac{K_1 + K_2}{2} - 0.2$$

这种关系式可用图形表示, 如图 1.6 当两个谱的损伤之差较大时, 会产生很大误差, 甚至会出现比一个谱单独作用时的裕度还大的不合理现象。因此, 必须规定复合裕度不得大于任何一个谱单独作用下的裕度。

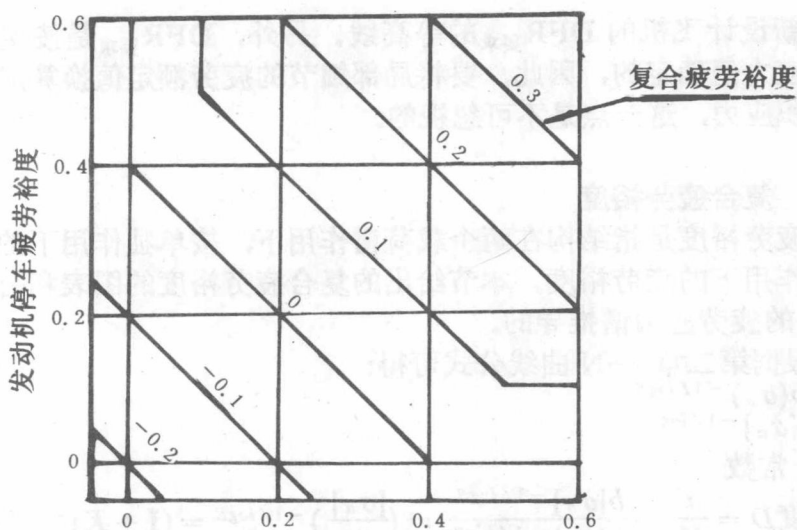


图1.6 营业飞行疲劳裕度

1.4 附录 1A“载荷谱的当量化计算”

载荷谱当量化的原则是保证对结构的损伤相当，它包括每一种使用情况的载荷谱本身及其构成的地——空——地循环(或主循环)两部分。当量载荷的大小选择每次飞行发生一次的载荷，主要是考虑载荷谱对构成地——空——地循环(或主循环)的影响。当量载荷的循环数，要求保证当量载荷谱与载荷谱本身的总损伤相等来确定。

1.4.1 当量载荷谱的确定

每次飞行累积发生一次的各级载荷，均有构成地——空——地循环(或主循环)的可能性。工程上经常采用“次数分半”的原则确定代表每次飞行发生一次的载荷[4] [3]。所谓“次数分半”就是载荷出现概率的中位值作为本段载荷谱的代表载荷，即谱曲线上的载荷有一半大于此值，有一半小于此值。代表每次飞行发生一次的载荷，即当量载荷，就是超越次数 $N=0.5$ 对应的载荷值。这样作并未全面考虑到各级载荷权值的影响。若把 $N=1$ 以下的载荷谱分成足够的载荷级，然后以各级载荷出现的概率为权，将其加权平均值作为当量载荷就比较合理。如把每次飞行发生一次的载荷谱分成 m 段，当量载荷可用如下公式表示：

$$\Delta g_o = \sum_{i=1}^m \Delta N_i \cdot \Delta g_i$$

式中： Δg_o ——当量载荷。

ΔN_i ——第 i 段载荷出现的概率， $\Delta N_i = N_i - N_{i+1}$

Δg_i ——第 i 段的代表载荷，可用“次数分半”法确定。

当载荷分到足够小的时候，当量载荷公式就变成了积分式：

$$\Delta g_o = \int_0^1 \Delta g \cdot dN$$

(1) 载荷谱曲线在单对数坐标中为直线

载荷谱曲线方程(见本册正文图 1A·1):

$$\Delta g = a \log N + b \quad \text{或} \quad N = 10^{(\Delta g - b)/a}$$

式中: a, b——常数, 可由载荷谱直线用两点法解出。

由积分式可得当量载荷:

$$\Delta g_o = \int_0^1 \Delta g dN = \int_{-\infty}^b \Delta g \cdot 10^{(\Delta g - b)/a} \cdot \ln 10 \cdot a^{-1} d(\Delta g)$$

$$= \frac{\ln 10}{a} \cdot 10^{-b/a} \cdot \int_{-\infty}^b \Delta g \cdot 10^{\Delta g/a} \cdot d(\Delta g)$$

$$= 10^{(\Delta g - b)/a} \cdot \left(\Delta g - \frac{a}{\ln 10} \right) \Big|_{-\infty}^b$$

$$= b - \frac{a}{\ln 10}$$

将 Δg_o 代入载荷谱直线方程, 可得当量载荷 Δg_o 对应的超越次数 N_o :

$$N_o = 10^{(\Delta g_o - b)/a} = 10^{-1/\ln 10} = e^{-1} \approx 0.36788$$

不论那个载荷谱曲线, 只要在单对数坐标中成直线, 代表一次飞行发生一次的当量载荷的大小正好与超越次数 $N = e^{-1}$ 次相对应, 而不是与“次数分半”法的 $N = 0.5$ 次对应。

(2) 载荷谱曲线在单对数坐标中为曲线

载荷谱曲线可用若干段直线代替(见本册正文图 1A·2)。若将载荷谱曲线分成 m 段, 第 i 段出现的频次为 $(N_i - N_{i+1})$ 次, 其当量载荷为 Δg_{oi} , 则:

$$(N_i - N_{i+1}) \cdot \Delta g_{oi} = \int_{N_{i+1}}^{N_i} (a_i \cdot \log N + b_i) \cdot dN$$

$$= a_i (N_i \cdot \log N_i - N_{i+1} \cdot \log N_{i+1}) - a_i \cdot \log e \cdot (N_i - N_{i+1}) + b_i (N_i - N_{i+1})$$

$$\Delta g_{oi} = a_i \left(\frac{N_i \cdot \log N_i - N_{i+1} \cdot \log N_{i+1}}{N_i - N_{i+1}} - \log e \right) + b_i$$

将 Δg_{oi} 代入载荷谱第 i 段直线方程, 可得 Δg_{oi} 对应的超越次数 N_{oi} :

$$N_{oi} = e^{-1} \left(\frac{N_i^{N_i}}{N_{i+1}^{N_{i+1}}} \right)^{1/(N_i - N_{i+1})}$$

由上式可求出 Δg_{oi} 对应的 N_{oi} (超越次数), 例如:

N_i	N_{i+1}	N_{oi}
1.0	0.1	0.475
0.1	0.01	0.0475
0.01	0.001	0.00475
1.0	10^{-6}	0.36788

可见上式是求代表某段直线谱当量载荷所对应超越次数的通用公式。

每次飞行出现一次的当量载荷, 应从 $N = 1$ 对应的第 1 段计算起, 然后进行迭加, 即:

$$\begin{aligned}\Delta g_o &= \sum_{i=1}^m (N_i - N_{i+1}) \Delta g_{oi} \\ &= \sum_{i=1}^m [a_i (N_i \log N_i - N_{i+1} \log N_{i+1}) + (b_i - a_i \log e) (N_i - N_{i+1})]\end{aligned}$$

因为总累积频次为 1, 所以在计算第 1 段时, 取 $N_1 = 1$ 。

1.4.2 当量载荷循环数的确定

当量载荷循环数, 可以通过等损伤折算确定。基于第二章给出的标准 S-N 曲线(σ_m 为常数)在全对数坐标中为直线的假设, S-N 曲线方程为:

$$N = b \sigma_a^{-1/\log S}$$

式中: b ——常数。

为区别于累积循环次数 N , 将载荷循环次数定义为 n , 因此, 折算公式为:

$$\frac{n_o}{n} = \frac{b \sigma_{ao}^{-1/\log S}}{b \sigma_a^{-1/\log S}} = \left(\frac{\sigma_{ao}}{\sigma_a} \right)^{-1/\log S}$$

当量循环次数:

$$n_o = n \left(\frac{\sigma_{ao}}{\sigma_a} \right)^{-1/\log S}$$

式中: σ_o ——被折算的交变载荷应力值。

σ_{ao} ——选取的当量载荷应力值。

n ——交变应力 σ_a 的循环数。

n_o ——折算到当量应力 σ_{ao} 后的循环数。

当作用 n_i 次的载荷 Δg_i 折算到当量载荷 Δg_o 时, 其次数为 n_{oi} , 由载荷与应力成线性关系可得: $n_{oi} = n_i \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g_i} \right)^{-1/\log S}$

把载荷谱分成 m 段, 分别折算后叠加为当量载荷循环数:

$$n_o = \sum_{i=1}^m \Delta N_i \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g_i} \right)^{-1/\log S}$$

当载荷段分到足够小时, 当量载荷的循环数公式就成了积分式:

$$n_o = \int_0^{N \Delta g - 0} \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g} \right)^{-1/\log S} dN$$

(1) 载荷谱曲线在单对数坐标中为直线:

载荷谱曲线方程(见本册正文图 1A·1):

$$\Delta g = a \log N + b$$

$$\text{则: } n_o = \int_0^{N \Delta g - 0} \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g} \right)^{-1/\log S} dN$$

$$= \int_0^{\Delta g_o} \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g} \right)^{-1/\log S} \frac{\ln 10}{a} \cdot 10^{(\Delta g - b)/a} d(\Delta g)$$

$$= \frac{-\ln 10}{a} \cdot 10^{-b/a} \cdot \Delta g_o^{-1/\log S} \cdot A$$

式中: $A = \int_0^\infty \Delta g^{1/\log S} \cdot 10^{\Delta g/a} d(\Delta g)$

A 值需要用数值积分, 并且无需积到无穷大。

(2) 载荷谱曲线在单对数座标中为曲线

曲线可用若干段直线代替, 将载荷谱分成 m 段(见本册正文图 1A·2)。

$$n_{oi} = \int_{\Delta g_i}^{\Delta g_{i+1}} \left(\frac{\Delta g_o}{\Delta g} \right) dN$$

$$= -\ln 10 \cdot \Delta g_o^{-1/\log S} a_i^{-1} \cdot 10^{-bi/ai} \int_{\Delta g_i}^{\Delta g_{i+1}} \Delta g^{1/\log S} \cdot 10^{\Delta g/ai} d(\Delta g)$$

$$n_{oi} = -\ln 10 \cdot \Delta g_o^{-1/\log S} \cdot A_i$$

$$A_i = a_i^{-1} \cdot 10^{-bi/ai} \int_{\Delta g_i}^{\Delta g_{i+1}} \Delta g^{1/\log S} \cdot 10^{\Delta g/ai} d(\Delta g)$$

A_i 值需要数值积分。

$$n_o = \sum_{i=1}^m n_{oi} = -\ln 10 \cdot \Delta g^{-1/\log S} \sum_{i=1}^m A_i$$

1.4.3 积分法的讨论

主要分析积分区间的误差问题。为了便于分析, 我们将 $(\Delta g \cdot 10^{\Delta g/a})$ 曲线和 $(\Delta g^{1/\log S} \cdot 10^{\Delta g/a})$ 曲线绘制在载荷谱曲线上, 这两条曲线作为无量纲曲线(见图 1A·1)。

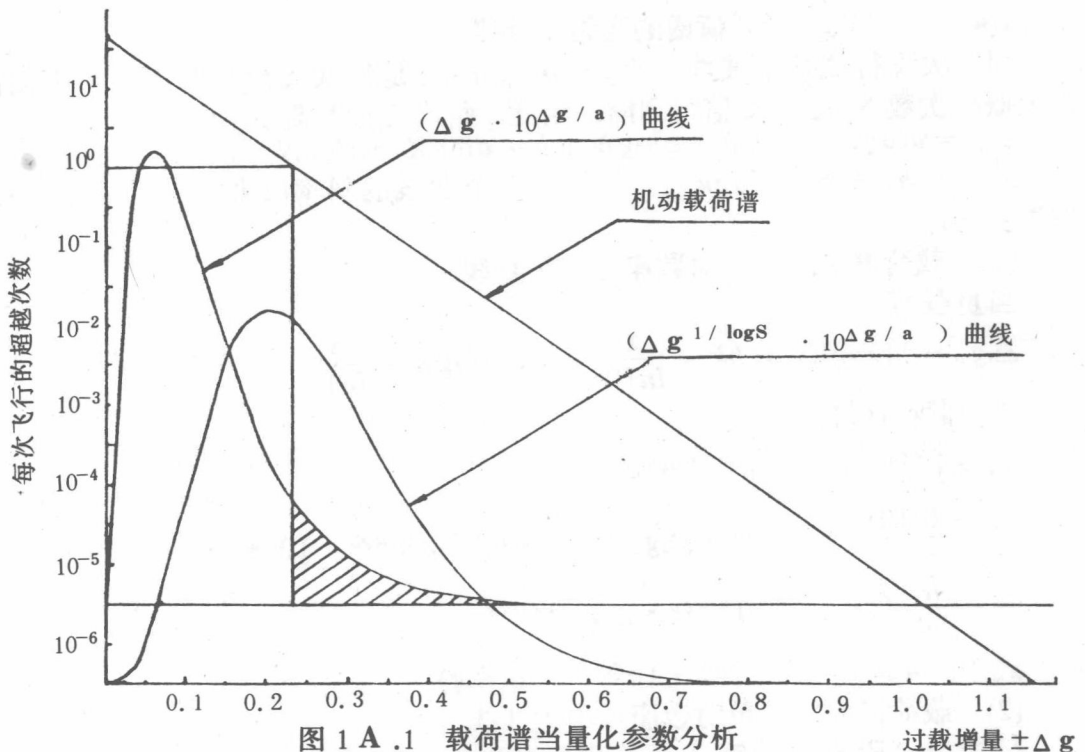


图 1A.1 载荷谱当量化参数分析

过载增量 $\pm \Delta g$