

# 2017年全国管理类专业学位联考

# 综合能力考试指南

胡显佑 尹振海 田卫平 沈玉梅 ◎ 主编  
全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 ◎ 编写

本书面向以下全国研究生入学统一考试：

- 工商管理硕士（MBA）
- 公共管理硕士（MPA）
- 会计硕士（MPAcc）
- 工程管理硕士
- 旅游管理硕士
- 图书情报硕士
- 审计硕士

# 2017 年全国管理类专业学位 联考综合能力考试指南

胡显佑 尹振海 田卫平 沈玉梅 主编

全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 编写

中国人民大学出版社  
• 北京 •

图书在版编目(CIP)数据

2017年全国管理类专业学位联考综合能力考试指南/全国管理类专业学位联考辅导用书编写组编写. —北京: 中国人民大学出版社, 2016.3  
ISBN 978-7-300-22651-4

I. ①2… II. ①全… III. ①研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 053548 号

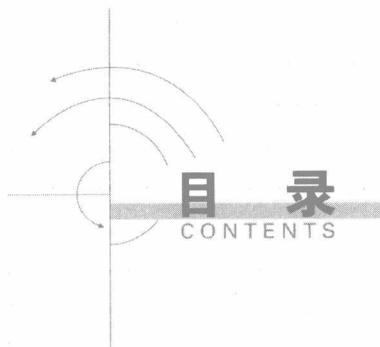
**2017 年全国管理类专业学位联考综合能力考试指南**

胡显佑 尹振海 田卫平 沈玉梅 主编

全国管理类专业学位联考辅导用书编写组 编写

2017 Nian Quanguo Guanlilei Zhuanye Xuewei Liankao Zonghe Nengli Kaoshi Zhinan

出版发行	中国人民大学出版社	邮政编码	100080
社    址	北京中关村大街 31 号	010 - 62511770 (质管部)	
电    话	010 - 62511242 (总编室)	010 - 62514148 (门市部)	
	010 - 82501766 (邮购部)	010 - 62515275 (盗版举报)	
	010 - 62515195 (发行公司)		
网    址	<a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>		
	<a href="http://www.1kao.com.cn">http://www.1kao.com.cn</a> (中国 1 考网)		
经    销	新华书店		
印    刷	中煤 (北京) 印务有限公司		
规    格	185 mm×260 mm 16 开本	版    次	2016 年 3 月第 1 版
印    张	25	印    次	2016 年 3 月第 1 次印刷
字    数	572 000	定    价	68.00 元



## 目 录

CONTENTS

### 数学部分

<b>第一章 实数的概念与运算</b> .....	5
一、实数的概念 .....	5
二、实数的运算 .....	7
<b>第二章 整式、分式及其运算</b> .....	17
一、整式 .....	17
二、分式 .....	19
<b>第三章 方程</b> .....	25
一、一元一次方程的解法 .....	25
二、二元一次方程组的解法 .....	26
三、一元一次方程、二元一次方程组的应用举例 .....	27
四、一元二次方程及其解 .....	31
<b>第四章 不等式和不等式组</b> .....	37
一、一元一次不等式（组）及其解法 .....	37
二、一元二次不等式及其解法 .....	38
三、绝对值不等式的解法及其应用 .....	42
<b>第五章 函数</b> .....	49
一、集合 .....	49
二、函数 .....	49
三、几个重要函数 .....	51
<b>第六章 数列</b> .....	58
一、数列的基本概念 .....	58
二、等差数列 .....	59
三、等比数列 .....	60
<b>第七章 计数原理，排列与组合</b> .....	68
一、两个基本原理 .....	68

二、排列的定义、公式及原理 .....	69
三、组合的定义、公式及原理 .....	70
<b>第八章 概率初步 .....</b>	<b>74</b>
一、随机现象与随机事件 .....	74
二、随机事件的关系与运算 .....	75
三、事件的概率与性质 .....	78
四、条件概率与乘法定理 .....	83
五、独立试验序列模型（贝努里定理） .....	91
<b>第九章 常见平面图形和空间几何体 .....</b>	<b>97</b>
一、常见平面图形 .....	97
二、常见空间几何体 .....	101
<b>第十章 平面解析几何初步 .....</b>	<b>110</b>
一、平面直角坐标系 .....	110
二、直线方程 .....	112
三、圆的方程 .....	116

## 逻辑部分

<b>第一章 推理和论证 .....</b>	<b>124</b>
第一节 推理的概念及推理形式 .....	124
第二节 对推理或论证的评价尺度 .....	125
<b>第二章 逻辑基本规律 .....</b>	<b>133</b>
第一节 同一律 .....	133
第二节 矛盾律 .....	134
第三节 排中律 .....	135
第四节 同一律、矛盾律、排中律的相互关系 .....	135
<b>第三章 直言命题及其推理 .....</b>	<b>141</b>
第一节 概念 .....	141
第二节 直言命题与对当关系 .....	145
第三节 直言命题的变形推理 .....	155
<b>第四章 三段论 .....</b>	<b>161</b>
第一节 三段论的结构 .....	161
第二节 三段论的格与式 .....	162
第三节 三段论有效形式的一般规则 .....	162
<b>第五章 关系命题及其推理 .....</b>	<b>169</b>
第一节 关系命题 .....	169
第二节 关系的性质 .....	169
第三节 关系推理 .....	170

<b>第六章 模态命题及其推理</b>	174
第一节 模态命题	174
第二节 模态推理	175
<b>第七章 复合命题及其推理</b>	180
第一节 负命题	180
第二节 联言命题及其推理	182
第三节 选言命题及其推理	184
第四节 假言命题及其推理	188
第五节 多重复合推理	196
<b>第八章 归纳推理与类比推理</b>	207
第一节 归纳推理	207
第二节 类比推理	212
<b>第九章 求因果关系的方法</b>	218
第一节 因果关系的特点	218
第二节 求因果五法	218
第三节 因果推理	222
<b>第十章 预设</b>	231
第一节 预设及其逻辑特征	231
第二节 预设的共知性	231
第三节 复杂问语的回答	232
<b>第十一章 应试指导</b>	236
第一节 逻辑试题的特点	236
第二节 逻辑推理试题的类型	236
第三节 逻辑推理试题的答题技巧	240

## 写 作 部 分

<b>第一章 论证有效性分析</b>	256
第一节 什么是论证有效性分析	256
第二节 论证有效性分析写作的基本要求	258
第三节 问题考卷解读	260
第四节 审题技巧	264
第五节 结构技巧	269
第六节 真题解析	272
<b>第二章 论说文</b>	279
第一节 试题汇总与解题思路	279
第二节 心理的准备与知识的准备	298
第三节 临场操作的着力点	312

第四节 克服一般化的方法（范文点评） .....	327
第五节 论据精品屋——感受震撼 .....	365
<b>第三章 写作热点 .....</b>	<b>375</b>
第一节 热点话题集中爆发的七个方面 .....	375
第二节 热点话题代表性范文点评 .....	376

在写作中，我们常常会遇到一些“老生常谈”的话题，如“诚信”“感恩”“责任”“担当”“创新”“工匠精神”等。这些话题，虽然在平时的新闻报道、社会讨论中经常出现，但如果我们只是简单地套用一些现成的模板，或者照搬一些现成的范文，那么，我们的文章就很容易显得千篇一律、缺乏新意。因此，在写作时，我们要学会“克服一般化”，即在熟悉这些话题的基础上，通过深入分析，挖掘出它们的新意和深度，从而写出有思想、有深度的文章。

要克服一般化的写作方法，首先需要对这些话题有深刻的理解。例如，“诚信”不仅仅是一个道德品质，更是一种社会责任感；“感恩”不仅仅是感谢别人的好，更是对自己所拥有的一切心存感激；“责任”不仅仅是个人的责任，更是对家庭、对社会、对国家的责任；“担当”不仅仅是面对困难时的勇敢，更是面对责任时的主动承担；“创新”不仅仅是技术上的突破，更是思维上的突破；“工匠精神”不仅仅是追求完美的态度，更是对工作的热爱和执着。只有真正理解了这些话题的内涵，才能在写作时避免落入窠臼，写出有深度的文章。

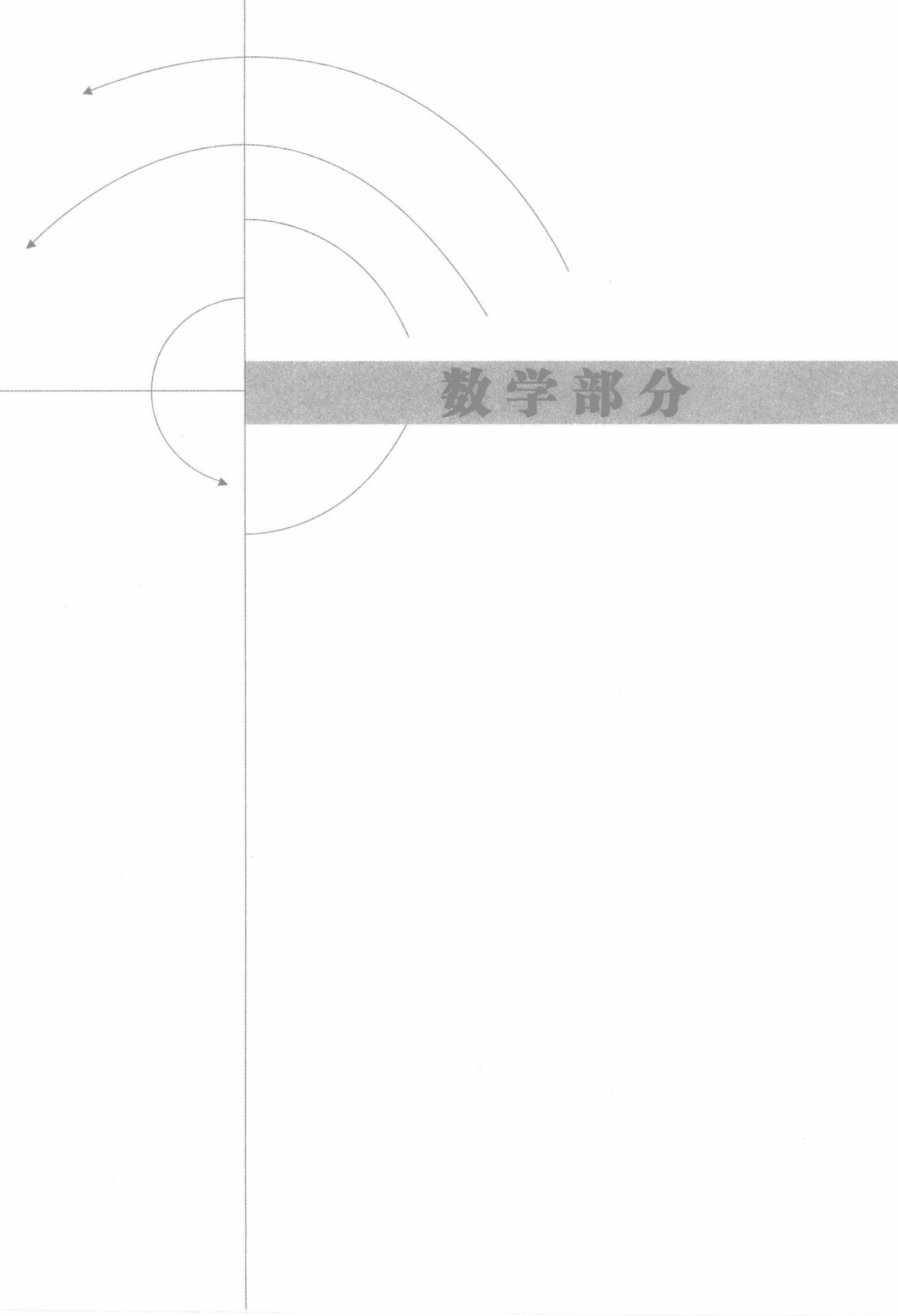
其次，要善于从不同的角度切入话题，寻找新的切入点。例如，在写“诚信”的时候，可以侧重于探讨诚信在商业中的重要性，或者探讨诚信在个人生活中的重要性；在写“感恩”的时候，可以侧重于探讨感恩对个人成长的重要性，或者探讨感恩对社会和谐的重要性；在写“责任”的时候，可以侧重于探讨责任对个人发展的重要性，或者探讨责任对社会进步的重要性；在写“担当”的时候，可以侧重于探讨担当对个人成长的重要性，或者探讨担当对社会和谐的重要性；在写“创新”的时候，可以侧重于探讨创新对科技进步的重要性，或者探讨创新对社会发展的

### 第四节 克服一般化的方法（范文点评）

在写作中，我们常常会遇到一些“老生常谈”的话题，如“诚信”“感恩”“责任”“担当”“创新”“工匠精神”等。这些话题，虽然在平时的新闻报道、社会讨论中经常出现，但如果我们只是简单地套用一些现成的模板，或者照搬一些现成的范文，那么，我们的文章就很容易显得千篇一律、缺乏新意。因此，在写作时，我们要学会“克服一般化”，即在熟悉这些话题的基础上，通过深入分析，挖掘出它们的新意和深度，从而写出有思想、有深度的文章。

要克服一般化的写作方法，首先需要对这些话题有深刻的理解。例如，“诚信”不仅仅是一个道德品质，更是一种社会责任感；“感恩”不仅仅是感谢别人的好，更是对自己所拥有的一切心存感激；“责任”不仅仅是个人的责任，更是对家庭、对社会、对国家的责任；“担当”不仅仅是面对困难时的勇敢，更是面对责任时的主动承担；“创新”不仅仅是技术上的突破，更是思维上的突破；“工匠精神”不仅仅是追求完美的态度，更是对工作的热爱和执着。只有真正理解了这些话题的内涵，才能在写作时避免落入窠臼，写出有深度的文章。

其次，要善于从不同的角度切入话题，寻找新的切入点。例如，在写“诚信”的时候，可以侧重于探讨诚信在商业中的重要性，或者探讨诚信在个人生活中的重要性；在写“感恩”的时候，可以侧重于探讨感恩对个人成长的重要性，或者探讨感恩对社会和谐的重要性；在写“责任”的时候，可以侧重于探讨责任对个人发展的重要性，或者探讨责任对社会进步的重要性；在写“担当”的时候，可以侧重于探讨担当对个人成长的重要性，或者探讨担当对社会和谐的重要性；在写“创新”的时候，可以侧重于探讨创新对科技进步的重要性，或者探讨创新对社会发展的



# 数学部分



## 说 明

根据考试大纲规定，综合能力考试数学部分主要有两类题型：问题求解和条件充分性判断。

1. 问题求解部分试题为单项选择题，考生应从五个备选答案中选择其中的一个正确答案。

例 1 欧元在 2000 年贬值 8%，预计 2001 年将增值，则要保持原币值，需要增值的百分数是

- A. 8%      B. 8.7%      C. 12.5%      D. 16%      E. 16.5%

解 设欧元贬值 8% 后，需增值的百分数是  $x$  才能保持原币值，则

$$(1-8\%)(1+x)=1$$

所以  $x = \frac{1}{0.92} - 1 = 0.087 = 8.7\%$

故本题应选 B.

由此看出，问题求解就是考生熟悉的单项选择题，一般可通过直接计算（如例 1）、排除错误项、用特殊数值验算等方法求解。

2. 条件充分性判断试题也是一种单项选择题。每个试题均给出两个条件，需判断所给出的条件是否充分支持题干中结论成立。并且共有五个选项：

- A. 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分。
- B. 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分。
- C. 两个条件联合在一起充分，但单独都不充分。
- D. 两个条件自身都充分。
- E. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，两个条件联合在一起也不充分。

例 2 设  $a+b+c=50$ ，可求得  $a$  的值。

(1)  $c=4a-b$

(2)  $a$  是  $b$ ,  $c$  的算术平均值

解 将  $c=4a-b$  代入方程  $a+b+c=50$ ，可得  $a=10$ 。所以条件 (1) 充分（即当条件 (1) 成立时，就可以使问题有一个确定的结果）。

由条件 (2)，可得  $\frac{b+c}{2}=a$ ，代入方程  $a+b+c=50$ ，亦可得  $a=10$ 。所以条件 (2) 也充分。

综上分析，两个条件自身都充分，故选 D.

例 3 口袋中装有外形相同的红色球和白色球共 10 个，从中任取 1 个，共取 3 次，则可求至少出现有 2 个红球的概率。

(1) 袋中有 6 个白球

(2) 无放回地抽取

解 要求解本题，必须同时知道袋中的红球或白球的具体数目及取球的方式（有放回，或是无放回），因此，仅条件（1）自身，或仅有条件（2）自身，均不可能确定要求的概率，即条件（1）和（2）单独都不充分。

若将条件（1）和（2）合在一起，设  $A=\{\text{任取 3 个球}\}$ ， $B=\{\text{至少有 2 个红球}\}$ ，则其基本事件空间中的基本事件的个数（即从 10 个球中任取 3 个的一般组合数）为

$$n=C_{10}^3=120$$

$B$  基本事件的个数为

$$m=C_6^1C_4^2+C_6^0C_4^3=40$$

因此由古典概率计算公式，得

$$P(B)=\frac{m}{n}=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$$

不难看出，两个条件合在一起后，得到  $P(B)$ ，故本题应选 C。

上述例题说明，对条件充分性判断试题所给出的条件均应进行分析，有时也未必要计算出结果。这就要求考生熟练掌握相关的数学的基本概念、基本方法，能够准确、迅速地判断题目所需结果可否由条件推出。

在每章的练习题将分成两部分，(A) 类是指问题求解部分的习题，(B) 类是指条件充分性判断部分的习题。

第一章 实数的概念与运算

# 第一章 实数的概念与运算

本章主要研究实数的性质、实数的运算法则、实数的表示方法等。通过本章学习，使学生掌握实数的有关概念，能熟练地进行实数的四则运算，能用科学记数法表示较大的数和较小的数，能用计算器进行实数的计算。

本章是初中数学的基础知识，也是今后学习代数、几何等知识的基础。



## 一、实数的概念

### 1. 实数的分类

#### (1) 自然数与整数.

用来表示物体个数的数，即  $0, 1, 2, \dots$  称为自然数。 $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$  统称整数.

#### (2) 分数与百分数.

① 把 1 分为  $m$  等份，表示其中  $n$  份的数，称为分数，记为  $\frac{n}{m}$ ，其中  $m$  表示分母， $n$  表示分子. 读为  $m$  分之  $n$ .

当  $m > n$  时， $\frac{n}{m}$  称为真分数，如  $\frac{2}{3}, \frac{7}{9}$ .

当  $m \leq n$  时， $\frac{n}{m}$  称为假分数，如  $\frac{5}{3}, \frac{11}{9}$ .

由一个整数和一个真分数合成的数称为带分数，如  $1\frac{2}{3}, 3\frac{7}{8}$ .

当  $m, n$  互为质数时， $\frac{n}{m}$  称为最简分数.

② 分母为 100 的分数，称为百分数. 百分数也叫做百分率或百分比，表示一个数是另一个数的百分之几. 百分数通常不写成分数的形式，而采用符号“%”（叫做百分号）来表示.

#### ③ 分数的基本性质：

分数的分子、分母同乘或同除以一个非零数，其值不变. 即

$$\frac{n}{m} = \frac{a \times n}{a \times m} = \frac{n \div a}{m \div a} (a \neq 0).$$

把一个分数化为与它等值，但分子、分母都较小的分数，称为约分。公约数为1的两个数称为互为质数，分子、分母互质的分数称为最简分数。根据基本性质，可把分数化为最简分数。

把几个异分母的分数分别化为与原分数等值的同分母分数，称为通分。通常，通分是将各分数化为分母同为各分数原分母的最小公倍数的分数。

### (3) 有理数与无理数

任何可表为形如 $\frac{n}{m}$ （其中 $m, n$ 为整数，且 $m \neq 0$ ）的数，称为有理数。正整数、负整数、正分数、负分数及零，统称有理数。有理数可表为有限小数或无限循环小数。

含有根式且不能用有理数表示的数，称为无理数。无理数可表为无限不循环小数。

### (4) 实数

有理数和无理数统称实数，实数集通常用 $\mathbb{R}$ 表示。

## 2. 实数的性质

实数与数轴上的点一一对应。实数 $x$ 既可称数 $x$ ，也可称为数轴的点 $x$ 。

实数的有序性，即若 $a, b$ 是任意两个实数，则必有 $a > b$ ，或 $a < b$ ，或 $a = b$ 。

若 $x$ 为实数，则有 $x^2 \geq 0$ 。

**例1** 如果将整数看作小数点后面是0的小数，下面分类中，不正确的是

- A. 实数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{小数} \\ \text{分数} \end{array} \right.$
- B. 实数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{正实数} \\ 0 \\ \text{负实数} \end{array} \right.$
- C. 实数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{有限小数} \\ \text{无限循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{array} \right.$
- D. 实数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \\ \text{无理数} \end{array} \right.$
- E. 整数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ 0 \\ \text{负整数} \end{array} \right.$

**解** 由实数的概念，D是正确的，按大小分类，B是正确的，由有理数和无理数的概念，C正确，又由整数的概念，E正确，综上分析仅A不正确，故本题应选A。

**例2** 下列说法中错误的是

- A.  $m \geq 0$ 时， $\sqrt{m}$ 一定是实数
- B. 无理数与有理数的和、差必为无理数
- C. 无理数与有理数的积必为无理数
- D.  $a, b$ 为实数，若 $a > b$ ，则必有 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$
- E.  $a, b$ 为任意两个不等实数，则 $a, b$ 之间存在无穷多个实数

**解** 由于0是有理数，任何无理数乘0都为0，因此，C不正确。故本题应选C。

**例3** 实数 $a, b, c$ 在数轴上的位置如图1—1—1，下列各式成立的是

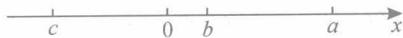


图 1-1-1

- A.  $a+b > b+c$   
 B.  $a-b > b-c$   
 C.  $ac > bc$   
 D.  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$   
 E. 以上结论均不正确

解 由图知,  $a > b > 0 > c$ , 因此有  $a+b > b+c$  成立. 故本题应选 A.

例 4 某厂生产一批产品, 共分一等品、二等品和三等品三个等级, 其中一等品和二等品为合格品. 现经检测, 一等品与二等品的比例是 7 : 3, 二等品与三等品的比例是 4 : 1. 则该批产品的合格率为

- A. 90%      B. 91.3%      C. 92.6%      D. 93%      E. 95.2%

解 先求出各种等级产品的连比. 由题设, 一等品与二等品的比例是 7 : 3, 二等品与三等品的比例是 4 : 1. 于是可通过二等品建立连比关系. 将 7 : 3 变为 28 : 12, 4 : 1 变为 12 : 3, 从而有

$$\text{一等品 : 二等品 : 三等品} = 28 : 12 : 3$$

因此, 该批产品的合格率为

$$\frac{28+12}{28+12+3} = \frac{40}{43} = 93\%$$

故本题应选 D.

例 5 某人二月份持有的股票市值比一月份增长了 10%, 但三月份其股票市值比二月份又减少 10%, 则三月份该股票市值与一月份相比

- A. 没有变化  
 B. 减少 1%  
 C. 增加 1%  
 D. 减少 2%  
 E. 增加 2%

解 若设一月份股票市值为  $a$ , 则二月份市值为  $a(1+10\%)$ . 三月份市值为

$$a(1+10\%)(1-10\%) = a(1-1\%)$$

即三月份的股票市值比一月份减少了 1%. 故本题应选 B.



## 二、实数的运算

### 1. 实数的四则运算

#### (1) 实数的四则运算.

实数的加法、减法、乘法和除法运算统称实数的四则运算.

#### (2) 四则运算的运算律.

① 交换律  $a+b=b+a$

$$a \times b = b \times a$$

② 结合律  $a+b+c=a+(b+c)=(a+b)+c$

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

③分配律  $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$   
 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

### (3) 数的整除.

当整数  $m$  除以整数  $n$ , 除得的商是整数而无余数时, 称  $m$  能被  $n$  整除, 当  $m$  能被  $n$  整除, 则称  $m$  是  $n$  的倍数,  $n$  是  $m$  的约数. 几个数共有的倍数称为这几个数的公倍数. 几个数共有的约数称为这几个数的公约数.

只能被 1 和它自身整除, 且大于 1 的自然数, 称为质数(素数); 除 1 和它自身之外, 还能被其他自然数整除的正整数, 称为合数.

例如, 2, 3, 5, 7, …都是质数; 4, 6, 8, 9, …都是合数. 自然数 1 既不是质数, 也不是合数.

## 2. 比与比例

### (1) 比.

两实数  $a$  与  $b$  相除, 称为  $a$  与  $b$  的比, 记为  $a:b$ ,  $a:b=\frac{a}{b}$ ,  $a$  称为比的前项,  $b$  称为比的后项,  $\frac{a}{b}$  称为比值.

$$\text{若 } c \neq 0, \text{ 则 } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}.$$

### (2) 比例.

两比相等称为比例, 记为  $a:b=c:d$ , 或  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .  $a, d$  称为比例外项,  $b, c$  称为比例内项.

### (3) 比例的性质.

如果  $a:b=c:d$ , 则有:

①  $a \cdot d = b \cdot c$  (基本定理).

②  $a:c=b:d$  或  $d:b=c:a$  (更比定理).

③  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$  (合比定理).

④  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$  (分比定理).

⑤  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$  (合分比定理).

⑥ 设  $a:a_1=b:b_1=c:c_1$ , 即  $a:b:c=a_1:b_1:c_1$ , 则

$$\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1} = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} \text{ (等比定理)}$$

⑦ 若  $y$  与  $x$  成正比 (记作  $y \propto x$ ), 则  $y:x=k$  或  $y=kx$ , 其中  $k$  为比例常数.

⑧ 若  $y$  与  $x$  成反比 (记作  $y \propto \frac{1}{x}$ ), 则  $y:\frac{1}{x}=k$  或  $xy=k$ , 其中  $k$  为比例常数.

### 3. 实数的乘方与开方运算

#### (1) 乘方运算.

①当实数  $a \neq 0$ ,  $n$  为正整数时, 则  $a^0 = 1$ ,  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

②负实数的奇次幂仍为负数, 负实数的偶次幂为正数.

#### (2) 开方运算.

①在实数范围内, 负实数无偶次方根, 零的偶次方根是零, 正实数的偶次方根有两个, 且互为相反数. 其中正的偶次根称为算术根.

②在运算有意义的前提下,  $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ .

### 4. 绝对值

#### (1) 绝对值.

实数  $a$  的绝对值用  $|a|$  表示, 并定义

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

实数  $a$  的绝对值在数轴上表示点  $a$  到原点的距离.

#### (2) 实数的绝对值有以下性质:

①  $|a| \geq 0$ .

②  $|-a| = |a|$ .

③ 对任意实数  $a$ , 总有  $-|a| \leq a \leq |a|$ .

④  $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$ .

⑤  $|ab| = |a| \cdot |b|$ .

⑥  $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|b|}{|a|}$  ( $a \neq 0$ ).

### 5. 平均值与方差

#### (1) 平均值.

设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $n$  个实数, 则

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

称为这  $n$  个数的算术平均数.

设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $n$  个正实数, 则

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

称为这  $n$  个数的几何平均数.

特别地, 当  $n=2$  时,  $x_g = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$  称为  $x_1, x_2$  的比例中项.

可以证明  $n$  个正数的算术平均数与几何平均数有以下不等式关系

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

当且仅当  $x_1 = x_2 = \dots = x_n$  时, 等号成立.

特别地, 当  $n=2$  时, 有  $\frac{x_1 + x_2}{2} \geq \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ .

## (2) 方差与标准差.

在许多实际问题中, 我们经常对所研究的对象进行观测或试验, 以获取有关数据, 并利用这些数据研究随机现象的统计规律.

一般地, 我们把研究对象的全体称为总体, 把构成总体的每一个成员(或元素)称为个体.

为了研究总体的某个数量指标, 从总体中抽取若干个体观测, 设第  $i$  次抽取所得到的观测值为  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 则称  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为样本值. 记样本均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

则样本方差

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

样本方差反映了样本值与样本平均值偏离的平均水平.

样本方差的算术根称为样本标准差. 记为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

在统计应用中, 经常使用修正样本方差

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

**例 6** 一辆出租车有段时间的运营全在东西走向的一条大道上, 若规定向东为正, 向西为负, 且知该车行驶公里数依次为  $-10, +6, +5, -8, +9, -15, 12$ , 则将最后一名乘客送到目的地时, 该车的位置

- A. 在首次出发地东面 1 公里处
- B. 在首次出发地西面 1 公里处
- C. 在首次出发地东面 2 公里处
- D. 在首次出发地西面 2 公里处
- E. 仍在首次出发地

**解** 依题设, 所示里程数为正时, 表示出租车向东行驶里程数, 里程数为负时, 表示出租车向西行驶里程数. 于是由

$$-10 + 6 + 5 - 8 + 9 - 15 + 12 = -1$$

表示该出租车将最后一名乘客送到目的地时, 该车的位置在首次出发地西面 1 公里处. 故