



圣才学习网

www.100xuexi.com

送本书 **手机版**

摇一摇 找学友互动学习



扫描本书手机版

全国注册结构工程师执业资格考试辅导系列

一级注册结构工程师基础考试

过关必做 1500 题 (含历年真题)

(第 3 版)

主编: 圣才学习网
www.100xuexi.com

**买一
送五**



610元大礼包

- 送1** 视频课程 (37小时, 价值310元)
- 送2** 3D电子书【视频讲解】 (价值60元)
- 送3** 3D题库【历年真题 (视频讲解) + 章节题库 + 考前押题】 (价值80元)
- 送4** 手机版【电子书 / 题库】 (价值140元) [扫描右上角二维码获得]
- 送5** 圣才学习卡 (价值20元)

详情登录: 圣才学习网 (www.100xuexi.com) 首页的【购书大礼包】, 刮开本书所贴防伪标的密码享受购书大礼包增值服务。

送手机版, 摇一摇找学友, 交友学习两不误



中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

教·育·出·版·中·心

送手机版，找学友，交友学习两不误

扫一扫

免费下载，获得本书手机版



1. 视频讲解：高清视频，名师独家讲解重难点。
2. 立体展示：3D界面，3D播放，720度旋转。
3. 功能强大：记录笔记、全文检索等十大功能。
4. 多端并用：电脑手机平板等多平台同步使用。

交友学习
3D电子书

摇一摇

找学友，交友学习两不误

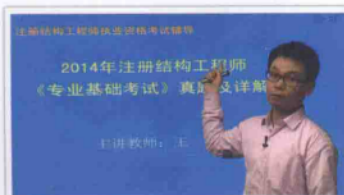


1. 摇一摇，找到学习本书的所有学友，可精确查找学友的具体位置。
2. 与学友互动，交流学习（视频、语音等形式），交友学习两不误。
3. 圈内有学霸解答本书学习中的问题，配有专职教师指导答疑解惑。

注册结构工程师考试辅导

【详情见书前彩页】

火爆招生



☒ 网授保过班	网授精讲班【大纲精讲+真题串讲】+真题解析班（网授）+3D电子书（题库）+内部押题资料+全程答疑	①送手机版电子书（题库） ②签约保过，不过免费重修
☒ 网授精讲班 【大纲精讲+真题串讲】	精讲考试大纲章节内容，穿插经典真题，分析各章考点、重点和难点。	①送手机版电子书（题库） ②高清视频讲解，影院效果
☒ 3D电子书（题库）	过关必做习题集（含历年真题）、历年真题详解、题库、讲义与视频课程等。	①免费下载，送手机版，视频讲解，720度旋转。 ②摇一摇找学友，互动学习！

免费下载8万种职考视频、电子书（题库），登录www.100xuexi.com（圣才学习网）

全国热线：4006-123-191（8:30-00:30）；咨询QQ：4006123191（8:30-00:30）



关注圣才学习网
获取更多资讯

资格考试：www.100xuexi.com（圣才学习网）
考研辅导：www.100exam.com（圣才考研网）

责任编辑：赵立颖

封面设计：圣才学习网

ISBN 978-7-5114-2812-7



9 787511 428127 >

定价：56.00 元

全国注册结构工程师执业资格考试辅导系列

一级注册结构工程师

基础考试过关必做 1500 题(含历年真题)
(第 3 版)

主编：圣才学习网

www.100xuexi.com

中国石化出版社

内 容 提 要

本书是全国一级注册结构工程师执业资格考试基础考试的过关必做题集,包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排,共分为18章,根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题,其中包括了部分历年真题。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容,侧重于选用常考重难点习题,并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

圣才学习网(www.100xuexi.com)提供注册结构工程师等各种工程类资格考试辅导方案【网络课程、3D电子书、3D题库等】(详细介绍参见本书书前彩页)。购书享受大礼包增值服务【310元网授班+140元3D电子书(题库)+140元手机版电子书(题库)+20元圣才学习卡】。扫一扫本书封面的二维码,可免费下载本书手机版;摇一摇本书手机版,可找到所有学习本书的学友,交友学习两不误。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师基础考试过关必做1500题:含
历年真题/圣才学习网主编. —3版. —北京:中国
石化出版社, 2014.5

(全国注册结构工程师执业资格考试辅导系列)

ISBN 978-7-5114-2812-7

I. ①一… II. ①圣… III. ①建筑结构-工程师-资
格考试-习题集 IV. ①TU3-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第086382号

未经本社书面授权,本书任何部分不得被复制、抄袭,或者
以任何形式或任何方式传播。版权所有,侵权必究。

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街58号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail: press@sinopec.com

北京东运印刷有限公司印刷

全国各地新华书店经销

*

787×1092毫米16开本28印张4彩页692千字

2015年3月第3版 2015年3月第1次印刷

定价:56.00元

《全国注册结构工程师执业资格考试辅导系列》

编 委 会

主编：圣才学习网(www.100xuexi.com)

编委：肖 娟 娄旭海 肖 萌 段瑞权 吴圣杰
涂幸运 黄 顺 谢盼盼 陈敬龙 胡文杰
张宝霞 倪彦辉 黄前海 余小刚 李昌付

序 言

为了帮助考生顺利通过全国注册结构工程师执业资格考试，我们根据最新考试大纲和相关考试用书编写了全国注册结构工程师执业资格考试辅导系列：

1. 《一级注册结构工程师基础考试过关必做1500题(含历年真题)》
2. 《一级注册结构工程师专业考试过关必做600题(含历年真题)》
3. 《二级注册结构工程师专业考试过关必做600题(含历年真题)》

本书是全国一级注册结构工程师执业资格考试基础考试的过关必做习题集，包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排，共分为18章，根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题，其中包括了部分**历年真题**。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容，侧重于选用常考重难点习题，并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

购买本书享受大礼包增值服务，登录圣才学习网(www.100xuexi.com)，刮开所购图书封面防伪标的密码，即可享受大礼包增值服务：①37小时真题解析班(价值310元)；②3D电子书【视频讲解】(价值60元)；③3D题库【历年真题(视频讲解)+章节题库+考前押题】(价值80元)；④手机版【电子书/题库】(价值140元)；⑤圣才学习卡(价值20元)，可在圣才学习网旗下所有网站进行消费。扫一扫本书封面的二维码，可免费下载本书手机版；摇一摇本书手机版，可找到所有学习本书的学友，交友学习两不误。

与本书相配套，圣才学习网提供注册结构工程师考试网络课程、3D电子书、3D题库(免费下载，送手机版)(详细介绍参见本书书前彩页)。

圣才学习网(www.100xuexi.com)是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网络课程、3D电子书、3D题库(免费下载，免费升级)等全方位教育服务的综合性学习型视频学习网站，拥有近100种考试(含418个考试科目)、194种经典教材(含英语、经济、管理、证券、金融等共16大类)，合计近万小时的面授班、网授班课程。

工程考试：www.100xuexi.com(圣才学习网)

考研辅导：www.100exam.com(圣才考研网)

圣才学习网编辑部

目 录

第一章 高等数学	(1)
第一节 空间解析几何	(1)
第二节 微分学	(9)
第三节 积分学	(18)
第四节 无穷级数	(29)
第五节 常微分方程	(35)
第六节 线性代数	(38)
第七节 概率与数理统计	(47)
第二章 普通物理	(56)
第一节 热 学	(56)
第二节 波动学	(66)
第三节 光 学	(71)
第三章 普通化学	(81)
第一节 物质的结构与物质状态	(81)
第二节 溶 液	(87)
第三节 化学反应速率及化学平衡	(93)
第四节 氧化还原反应与电化学	(97)
第五节 有机化学	(100)
第四章 理论力学	(105)
第一节 静力学	(105)
第二节 运动学	(115)
第三节 动力学	(123)
第五章 材料力学	(136)
第一节 拉伸与压缩	(136)
第二节 剪切与挤压	(141)
第三节 扭 转	(146)
第四节 截面的几何性质	(150)
第五节 弯 曲	(154)
第六节 应力状态与强度理论	(166)
第七节 组合变形	(172)
第八节 压杆稳定	(177)
第六章 流体力学	(182)
第一节 流体的主要物性与流体静力学	(182)
第二节 流体动力学基础	(188)
第三节 流动阻力与能量损失	(193)

第四节	孔口、管嘴和有压管道恒定流	(196)
第五节	明渠恒定流	(200)
第六节	渗流、井和集水廊道	(202)
第七节	相似原理与量纲分析	(204)
第七章	电气与信息	(206)
第一节	电磁学概念	(206)
第二节	电路知识	(209)
第三节	电动机与变压器	(220)
第四节	信号与信息	(224)
第五节	模拟电子技术	(229)
第六节	数字电子技术	(236)
第八章	计算机应用基础	(241)
第一节	计算机系统	(241)
第二节	信息表示	(244)
第三节	常用操作系统	(247)
第四节	计算机网络	(249)
第九章	法律法规	(254)
第一节	中华人民共和国建筑法	(254)
第二节	中华人民共和国安全生产法	(256)
第三节	中华人民共和国招标投标法	(259)
第四节	中华人民共和国合同法	(262)
第五节	中华人民共和国行政许可法	(264)
第六节	中华人民共和国节约能源法	(265)
第七节	中华人民共和国环境保护法	(266)
第八节	建设工程勘察设计管理条例	(267)
第九节	建设工程质量管理条例	(267)
第十节	建设工程安全生产管理条例	(270)
第十章	工程经济	(273)
第一节	资金的时间价值	(273)
第二节	财务效益与费用估算	(275)
第三节	资金来源与融资方案	(279)
第四节	财务分析	(280)
第五节	经济费用效益分析	(284)
第六节	不确定性分析	(285)
第七节	方案经济比选	(287)
第八节	改扩建项目经济评价特点	(289)
第九节	价值工程	(290)
第十一章	土木工程材料	(293)
第一节	材料科学与物质结构基础知识	(293)
第二节	材料的性能和应用	(296)

第十二章	工程测量	(307)
第一节	测量基本概念	(307)
第二节	水准测量	(308)
第三节	角度测量	(310)
第四节	距离测量	(312)
第五节	测量误差基本知识	(313)
第六节	控制测量	(315)
第七节	地形图的测绘和应用	(317)
第八节	建筑工程测量	(319)
第十三章	职业法规	(321)
第十四章	土木工程施工与管理	(327)
第一节	土石方工程与桩基础工程	(327)
第二节	钢筋混凝土工程与预应力混凝土工程	(331)
第三节	结构吊装工程与砌体工程	(336)
第四节	施工组织设计	(338)
第五节	流水施工原理	(339)
第六节	网络计划技术	(341)
第七节	施工管理	(342)
第十五章	结构设计	(344)
第一节	钢筋混凝土结构	(344)
第二节	钢结构	(354)
第三节	砌体结构	(362)
第十六章	结构力学	(372)
第一节	平面体系的几何组成分析	(372)
第二节	静定结构的受力分析与特性	(375)
第三节	静定结构的位移计算	(382)
第四节	超静定结构的受力分析与特性	(390)
第五节	影响线及应用	(402)
第六节	结构的动力特性与动力反应	(405)
第十七章	结构试验	(410)
第一节	结构试验设计	(410)
第二节	结构试验的荷载设备与测量仪器	(413)
第三节	结构单调加载静力试验	(415)
第四节	结构低周反复加载静力试验	(415)
第五节	结构动力试验	(416)
第六节	结构非破损检测技术	(417)
第七节	结构模型试验	(418)
第十八章	土力学与地基基础	(419)
第一节	土的物理性质及工程分类	(419)
第二节	土中应力	(421)

第三节 地基变形 (424)

第四节 土的抗剪强度 (426)

第五节 土压力、地基承载力和边坡稳定 (427)

第六节 地基勘察 (430)

第七节 浅基础 (430)

第八节 深基础 (433)

第九节 地基处理 (436)

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何

单项选择题(下列选项中,只有一项符合题意)

1. 已知向量 $\alpha = (-3, -2, 1)$, $\beta = (1, -4, -5)$, 则 $|\alpha \times \beta|$ 等于()。[2013 年真题]

A. 0 B. 6 C. $14\sqrt{3}$ D. $14i + 16j - 10k$

【解析】 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 14i - 14j + 14k$, 所以

$$|\alpha \times \beta| = \sqrt{(14)^2 + (-14)^2 + (14)^2} = 14\sqrt{3}.$$

2. 设直线方程为 $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$, 则该直线()。[2010 年真题]

A. 过点 $(-1, 2, -3)$, 方向向量为 $i + 2j - 3k$
B. 过点 $(-1, 2, -3)$, 方向向量为 $-i - 2j + 3k$
C. 过点 $(1, 2, -3)$, 方向向量为 $i - 2j + 3k$
D. 过点 $(1, -2, 3)$, 方向向量为 $-i - 2j + 3k$

【解析】把直线方程的参数形式改写成标准形式 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$, 则直线的方向向量为 $\pm(1, 2, -3)$, 过点 $(1, -2, 3)$ 。

3. 已知直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$, 平面 $\pi: -2x + 2y + z - 1 = 0$, 则()。[2013 年真题]

A. L 与 π 垂直相交 B. L 平行于 π 但 L 不在 π 上
C. L 与 π 非垂直相交 D. L 在 π 上

【解析】直线 L 的方向向量为 $(3, -1, 2)$, 平面 π 的法向量为 $(-2, 2, 1)$, $\frac{3}{-2} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{1}$, 故直线与平面不垂直; 又 $3 \times (-2) + (-1) \times 2 + 2 \times 1 \neq 0$, 所以直线与平面不平行。所以直线与平面非垂直相交。

4. 设直线 L 为 $\begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y - 10z + 3 = 0 \end{cases}$, 平面 π 为 $4x - 2y + z - 2 = 0$, 则直线和平面的关系是()。[2012 年真题]

- A. L 平行于 π B. L 在 π 上 C. L 垂直于 π D. L 与 π 斜交

【解析】直线 L 的方向向量为： $s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix} = -28i + 14j - 7k$ ，即 $s = \{-28, 14, -7\}$ 。平面 π 的法线向量为： $n = \{4, -2, 1\}$ 。由上可得， s, n 坐标成比例，即 $\frac{-28}{4}$

$= \frac{14}{-2} = \frac{-7}{1}$ ，故 $s \parallel n$ ，直线 L 垂直于平面 π 。

5. 设直线方程为 $x = y - 1 = z$ ，平面方程为 $x - 2y + z = 0$ ，则直线与平面()。[2011 年真题]

- A. 重合 B. 平行不重合 C. 垂直相交 D. 相交不垂直

【解析】直线的方向向量 $s = (1, 1, 1)$ ，平面的法向量 $n = (1, -2, 1)$ ， $s \cdot n = 1 - 2 + 1 = 0$ ，则这两个向量垂直，即直线与平面平行。又该直线上的点 $(0, 1, 0)$ 不在平面上，故直线与平面不重合。

6. 在空间直角坐标系中，方程 $x^2 + y^2 - z = 0$ 表示的图形是()。[2014 年真题]

- A. 圆锥面 B. 圆柱面 C. 球面 D. 旋转抛物面

【解析】在平面直角坐标系中， $z = x^2$ 为关于 z 轴对称的抛物线。方程 $x^2 + y^2 - z = 0$ 表示的图形为在面 xOz 内的抛物线 $z = x^2$ 绕 z 轴旋转得到的图形，即旋转抛物面。

7. 方程 $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ，表示()。[2012 年真题]

- A. 旋转双曲面 B. 双叶双曲面 C. 双曲柱面 D. 锥面

【解析】方程 $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ，即 $x^2 + z^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ ，可由 xOy 平面上双曲线 $\begin{cases} x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y

轴旋转得到，或可由 yOz 平面上双曲线 $\begin{cases} z^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转得到。即该方程表示旋转

双曲面。

8. 在三维空间中方程 $y^2 - z^2 = 1$ 所代表的图形是()。[2011 年真题]

- A. 母线平行 x 轴的双曲柱面 B. 母线平行 y 轴的双曲柱面
C. 母线平行 z 轴的双曲柱面 D. 双曲线

【解析】由于 $\begin{cases} y^2 - z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 表示在 $x = 0$ 的平面上的双曲线，故三维空间中方程 $y^2 - z^2 = 1$ 表示双曲柱面， x 取值为 $(-\infty, +\infty)$ ，即为母线平行 x 轴的双曲柱面。

9. 设有直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ ，则 L_1 与 L_2 的夹角 θ 等于()。

[2014 年真题]

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

【解析】由题意可知, $\vec{n}_1 = (1, -2, 1)$, $\vec{n}_2 = (-1, -1, 2)$, 故

$$\cos\theta = \frac{|m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } L_1 \text{ 与 } L_2 \text{ 的夹角 } \theta = \frac{\pi}{3}.$$

10. 曲线 $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ 与平面 $x + z = a$ 的交线在 yOz 平面上的投影方程是(). [2012 年真题]

- A. $\begin{cases} (a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$ D. $(a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$

【解析】令方程组为: $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + z^2 = 4 & \text{①} \\ x + z = a & \text{②} \end{cases}$, 由式②得: $x = a - z$. 将上式代入式①得:

$$(a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4. \text{ 则曲线在 } yOz \text{ 平面上投影方程为: } \begin{cases} (a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}.$$

11. 设 α 、 β 、 γ 都是非零向量, 若 $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 则().

- A. $\beta = \gamma$ B. $\alpha // \beta$ 且 $\alpha // \gamma$ C. $\alpha // (\beta - \gamma)$ D. $\alpha \perp (\beta - \gamma)$

【解析】根据题意可得, $\alpha \times \beta - \alpha \times \gamma = \alpha \times (\beta - \gamma) = 0$, 故 $\alpha // (\beta - \gamma)$.

12. 设 $\alpha = i + 2j + 3k$, $\beta = i - 3j - 2k$, 与 α 、 β 都垂直的单位向量为().

- A. $\pm(i + j - k)$ B. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i - j + k)$
C. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(-i + j + k)$ D. $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j - k)$

【解析】根据题意, 先将向量表示为点: $\alpha = (1, 2, 3)$, $\beta = (1, -3, -2)$;

设与它们垂直的单位向量为 $\gamma = (x, y, z)$, 则有

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - 3y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ z = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ z = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}. \text{ 表示成单位向量为: } \pm \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j - k).$$

13. 已知 a 、 b 均为非零向量, 而 $|a + b| = |a - b|$, 则().

- A. $a-b=0$ B. $a+b=0$ C. $a \cdot b=0$ D. $a \times b=0$

【解析】由 $a \neq 0$, $b \neq 0$ 及 $|a+b| = |a-b|$ 知, $(a+b) \cdot (a+b) = (a-b) \cdot (a-b)$ 。即 $a \cdot b = -a \cdot b$, 所以 $a \cdot b = 0$ 。

14. 设三向量 a, b, c 满足关系式 $a \cdot b = a \cdot c$, 则()。

- A. 必有 $a=0$ 或 $b=c$ B. 必有 $a=b-c=0$
C. 当 $a \neq 0$ 时必有 $b=c$ D. a 与 $(b-c)$ 均不为 0 时必有 $a \perp (b-c)$

【解析】因 $a \cdot b = a \cdot c$ 且 $a \neq 0$, $b-c \neq 0$, 故 $a \cdot b - a \cdot c = 0$, 即 $a \cdot (b-c) = 0$, $a \perp (b-c)$ 。

15. 设 a, b, c 为非零向量, 则与 a 不垂直的向量是()。

- A. $(a \cdot c)b - (a \cdot b)c$ B. $b - \frac{a \cdot b}{|a|^2}a$
C. $a \times b$ D. $a + (a \times b) \times a$

【解析】由两向量垂直的充要条件: 两向量的数量积为零, 以及由向量的运算法则有

$$A \text{ 项, } a \cdot [(a \cdot c)b - (a \cdot b)c] = 0; \quad B \text{ 项, } a \cdot [b - \frac{a \cdot b}{|a|^2}a] = 0;$$

$$C \text{ 项, } a \cdot (a \times b) = 0; \quad D \text{ 项, } a \cdot [a + (a \times b) \times a] = |a|^2 \neq 0.$$

16. 设 a, b 为非零向量, 且满足 $(a+3b) \perp (7a-5b)$, $(a-4b) \perp (7a-2b)$, 则 a 与 b 的夹角 $\theta =$ ()。

- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2}{3}\pi$

【解析】由两向量垂直的充要条件得:

$$\begin{cases} (a+3b) \cdot (7a-5b) = 0 \\ (a-4b) \cdot (7a-2b) = 0 \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} 7|a|^2 + 16a \cdot b - 15|b|^2 = 0 & \text{①} \\ 7|a|^2 - 30a \cdot b + 8|b|^2 = 0 & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得: } a \cdot b = \frac{|b|^2}{2}, \quad \text{①} \times 8 + \text{②} \times 15 \text{ 得: } a \cdot b = \frac{|a|^2}{2},$$

由上两式得: $|a| = |b|$ 。

$$\text{从而 } \cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{\frac{|b|^2}{2}}{|b|^2} = \frac{1}{2}, \text{ 因此 } \theta = \frac{\pi}{3}.$$

17. 已知 $|a| = 2$, $|b| = \sqrt{2}$, 且 $a \cdot b = 2$, 则 $|a \times b| =$ ()。

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

【解析】由 $a \cdot b = 2$, $|a| = 2$, $|b| = \sqrt{2}$, 得 $\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 因此

$$\text{有 } |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 2\sqrt{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2.$$

18. 设向量 $\mathbf{x}$ 垂直于向量 $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$ 和 $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$, 且与 $\mathbf{c} = (2, -1, 1)$ 的数量积为 -6 , 则向量 $\mathbf{x} = (\quad)$ 。

A. $(-3, 3, 3)$ B. $(-3, 1, 1)$ C. $(0, 6, 0)$ D. $(0, 3, -3)$

【解析】由题意可得, $\mathbf{x} \parallel \mathbf{a} \times \mathbf{b}$, 而 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (2, 3, -1) \times (1, -2, 3) = (7, -7, -7) = 7(1, -1, -1)$, 所以 $\mathbf{x} = (x, -x, -x)$ 。再由 $-6 = \mathbf{x} \cdot \mathbf{c} = (x, -x, -x) \cdot (2, -1, 1) = 2x$ 得 $x = -3$, 所以 $\mathbf{x} = (-3, 3, 3)$ 。

19. 直线 $L_1: \begin{cases} x+2y-z=7 \\ -2x+y+z=7 \end{cases}$ 与 $L_2: \begin{cases} 3x+6y-3z=8 \\ 2x-y-z=0 \end{cases}$ 之间的关系是()。

A. $L_1 \parallel L_2$ B. L_1, L_2 相交但不垂直
C. $L_1 \perp L_2$ 但不相交 D. L_1, L_2 是异面直线

【解析】直线 L_1 与 L_2 的方向向量分别为: $\mathbf{l}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{l}_2 =$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & 6 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -9\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 15\mathbf{k}; \text{ 又 } \frac{3}{-9} = \frac{1}{-3} = \frac{5}{-15}, \text{ 故 } \mathbf{l}_1 \parallel \mathbf{l}_2, \text{ 即 } L_1 \parallel L_2.$$

20. 已知直线方程 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ 中所有系数都不等于 0, 且 $\frac{A_1}{D_1} = \frac{A_2}{D_2}$, 则该直线()。

A. 平行于 x 轴 B. 与 x 轴相交 C. 通过原点 D. 与 x 轴重合

【解析】因 $\frac{A_1}{D_1} = \frac{A_2}{D_2}$, 故在原直线的方程中可消去 x 及 D , 故得原直线在 yOz 平面上的投影直线方程为

$$\begin{cases} B_1y + C_1z = 0 \\ x = 0 \end{cases}, \text{ 在 } yOz \text{ 平面上的投影过原点, 故原直线必与 } x \text{ 轴相交}.$$

21. 已知直线 L_1 过点 $M_1(0, 0, -1)$ 且平行于 x 轴, L_2 过点 $M_2(0, 0, 1)$ 且垂直于 xOz 平面, 则到两直线等距离点的轨迹方程为()。

A. $x^2 + y^2 = 4z$ B. $x^2 - y^2 = 2z$ C. $x^2 - y^2 = z$ D. $x^2 - y^2 = 4z$

【解析】两直线的方程为: $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{0}$, $L_2: \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ 。设动点为 $M(x, y, z)$, 则由点到直线的距离的公式知: $d_i = \frac{|\overrightarrow{M_iM} \times \mathbf{l}_i|}{|\mathbf{l}_i|}$ (其中 $\mathbf{l}_i$ 是直线 L_i 的方向向量),

则: $d_1 = \frac{\sqrt{[-(z+1)]^2 + (-y)^2}}{1}$; $d_2 = \frac{\sqrt{[-(z-1)]^2 + x^2}}{1}$ 。由 $d_1 = d_2$ 得: $d_1^2 = d_2^2$, 故 $(z+1)^2 + y^2 = (z-1)^2 + x^2$, 即 $x^2 - y^2 = 4z$ 。

22. 在平面 $x+y+z-2=0$ 和平面 $x+2y-z-1=0$ 的交线上有一点 M , 它与平面 $x+2y+z+1=0$ 和 $x+2y+z-3=0$ 等距离, 则 M 点的坐标为()。

A. $(2, 0, 0)$ B. $(0, 0, -1)$ C. $(3, -1, 0)$ D. $(0, 1, 1)$

【解析】A 项, 点 $(2, 0, 0)$ 不在平面 $x+2y-z-1=0$ 上; B 项, 点 $(0, 0, -1)$ 不在平面 $x+y+z-2=0$ 上; D 项, 点 $(0, 1, 1)$ 与两平面不等距离。

23. 设平面 α 平行于两直线 $\frac{x}{2} = \frac{y}{-2} = z$ 及 $2x=y=z$, 且与曲面 $z=x^2+y^2+1$ 相切, 则 α 的方程为()。

A. $4x+2y-z=0$

B. $4x-2y+z+3=0$

C. $16x+8y-16z+11=0$

D. $16x-8y+8z-1=0$

【解析】由平面 α 平行于两已知直线可得, 平面 α 的法向量为: $\mathbf{n} = (2, -2, 1) \times (1, 2, 2) = -3(2, 1, -2)$ 。设切点为 (x_0, y_0, z_0) , 则切点处曲面的法向量为 $(2x_0, 2y_0, -1)$, 故 $\frac{2}{2x_0} = \frac{1}{2y_0} = \frac{-2}{-1}$, 由此解得 $x_0 = \frac{1}{2}$, $y_0 = \frac{1}{4}$, 从而 $z_0 = x_0^2 + y_0^2 + 1 = \frac{21}{16}$ 。因此 α 的方程为: $2(x - \frac{1}{2}) + (y - \frac{1}{4}) - 2(z - \frac{21}{16}) = 0$, 即 $16x+8y-16z+11=0$ 。

24. 三个平面 $x=cy+bz$, $y=az+cx$, $z=bx+ay$ 过同一直线的充要条件是()。

A. $a+b+c+2abc=0$

B. $a+b+c+2abc=1$

C. $a^2+b^2+c^2+2abc=0$

D. $a^2+b^2+c^2+2abc=1$

【解析】由于三个平面过同一直线 $\Leftrightarrow$ 线性齐次方程组

$$\begin{cases} x-cy-bz=0 \\ cx-y+az=0 \\ bx+ay-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{行列式} \begin{vmatrix} 1 & -c & -b \\ c & -1 & a \\ b & a & -1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2abc=1.$$

25. 通过直线 $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=3t+2 \\ z=2t-3 \end{cases}$ 和直线 $\begin{cases} x=2t+3 \\ y=3t-1 \\ z=2t+1 \end{cases}$ 的平面方程为()。

A. $x-z-2=0$

B. $x+z=0$

C. $x-2y+z=0$

D. $x+y+z=1$

【解析】因点 $(-1, 2, -3)$ 不在平面 $x+z=0$ 上, 故可排除 B 项; 因点 $(3, -1, 1)$ 不在 $x-2y+z=0$ 和 $x+y+z=1$ 这两个平面上, 故可排除 CD 两项, 选 A 项。

26. 直线 L 为 $\begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$, 平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$, 则()。

A. L 平行于 π

B. L 在 π 上

C. L 垂直于 π

D. L 与 π 斜交

【解析】直线 L 的方向向量

$$\mathbf{s} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix} = -7(4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$$

平面 π 的法向量 $\mathbf{n} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, 所以 $\mathbf{s} \parallel \mathbf{n}$, 即直线 L 垂直于平面 π 。

27. 过点 $(-1, 2, 3)$ 垂直于直线 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ 且平行于平面 $7x + 8y + 9z + 10 = 0$ 的直线是()。

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

【解析】直线 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ 的方向向量为 $s = (4, 5, 6)$ ，平面 $7x + 8y + 9z + 10 = 0$ 的法向量为 $n = (7, 8, 9)$ 。显然 A、B、C 中的直线均过点 $(-1, 2, 3)$ 。对于 A 中直线的方向向量为 $s_1 = (1, -2, 1)$ ，有 $s_1 \perp s$ ， $s_1 \perp n$ ，可见 A 中直线与已知直线 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ 垂直，与平面 $7x + 8y + 9z + 10 = 0$ 平行。

28. 若直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$ 与 $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 相交，则必有()。

A. $\lambda = 1$

B. $\lambda = \frac{3}{2}$

C. $\lambda = -\frac{4}{5}$

D. $\lambda = \frac{5}{4}$

【解析】如果两直线相交，则这两条直线的方向向量与这两条直线上两点连线构成的向量应在同一平面上，由此来确定 λ 。点 $A(1, -1, 1)$ ， $B(-1, 1, 0)$ 分别为两条直线上的一点，则 $\overrightarrow{AB} = (-2, 2, -1)$ ，两条直线的方向向量分别为 $s_1 = (1, 2, \lambda)$ ， $s_2 = (1, 1, 1)$ ，这三个向量应在同一个平面上，即：

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4\lambda - 5 = 0, \text{ 解得: } \lambda = \frac{5}{4}.$$

29. 过点 $P(1, 0, 1)$ 且与两条直线 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{0}$ 和 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{1}$ 都相交的直线的方向向量可取为()。

A. $(-1, 1, 2)$

B. $(-1, 1, -2)$

C. $(1, 1, -2)$

D. $(1, 1, 2)$

【解析】设过点 $P(1, 0, 1)$ 的直线 L 分别与直线 L_1 、 L_2 交于点 A 和点 B ，由 L_1 和 L_2 的方程知可设点 A 的坐标为 $(\lambda, \lambda-1, -1)$ ，存在常数 μ 使点 B 的坐标为 $(1+\mu, 2, 3+\mu)$ ，且 $\overrightarrow{PA} \parallel \overrightarrow{PB}$ ，即： $\frac{\lambda-1}{\mu} = \frac{\lambda-1}{2} = \frac{-2}{2+\mu}$ 。由此可求得 $\lambda=0$ ， $\mu=2$ ，即点 A 为 $(0, -1, -1)$ ，点 B 为 $(3, 2, 5)$ 。从而，直线 L 的方向向量可取任一平行于 $\overrightarrow{AB} = (3, 3, 6)$ 的非零向量。

30. 已知曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 上点 P 处的切平面平行于平面 $2x + 2y + z - 1 = 0$ ，则点 P 的坐标是()。