

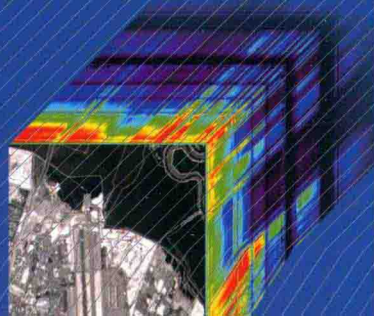
压缩感知及应用

Compressive Sensing and
Its Applications

© 闫敬文 刘 蕾 屈小波 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press



压缩感知及应用

闫敬文 刘 蕾 屈小波 著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书主要介绍学习方法论、信号及图像稀疏表示的基本理论、稀疏表示方法以及稀疏重建的重要方法压缩感知理论的起源、基础理论及应用等基础内容后,提出了基于压缩感知理论范数算法的 SAR 成像、基于冗余字典的 SAR 图像压缩感知重建、基于小波树的压缩感知 SAR 图像重建、基于小波框架的自适应 Karhunen - Loève 高光谱压缩成像算法、基于紧框架 Surfacelet 变换的高光谱图像三维重建、基于 Surfacelet 变换的压缩欠采高光谱数据重建算法等压缩感知应用研究,具有较强的学术性和系统性。读者可以结合作者出版的《数字图像处理(Matlab 版)》第 2 版和《超小波分析及应用》学习,三本书具有较强的创新性和难度,需要持续系统地学习和研究才能取得成效。

本书以精缩的理论知识、实践教学和工程训练相结合,可以作为计算机应用、通信工程和电子工程专业博士研究生和硕士研究生、工程硕士、教师及工程技术人员学习压缩感知及应用的研究型教材、参考书和实验教学指导书

图书在版编目(CIP)数据

压缩感知及应用/闫敬文,刘蕾,屈小波著. —北京:国防工业出版社,2015. 10

ISBN 978 - 7 - 118 - 10291 - 8

I. ①压... II. ①闫...②刘...③屈... III. ①数字信号处理 - 研究 IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 227893 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市腾飞印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 12 字数 300 千字

2015 年 10 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2500 册 定价 58. 00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

前 言

自从 20 世纪 80 年代以来,小波得到了广泛的应用。在当今信号与信息处理领域,小波像傅里叶变换一样,已经成为必须掌握的数学工具之一。但小波分析存在图像纹理方向性表示不足的问题,必须应用超小波分析方法来克服和解决,作者已经出版《超小波分析及应用》,这里不再介绍。压缩感知正是基于小波分析信号稀疏表示基础上诞生的,它的出现为信息处理提供了更丰富的内容,同时在应用方面展现了更新的活力。

学习理论的目的是学以致用,特别对工科和其他学科的应用研究来说,应用远比理论学习更重要。多数理论研究的学生在学习的初期经常犯同样一个错误,总想能够系统地掌握数学基础理论。他们花了大量的时间去研究和学习,结果还是似懂非懂。直到应用时才发现,使用 MATLAB 工具箱中的一个命令就实现了。这是一个很典型的“实践论”中的问题,即从理论到实践,再从实践到理论不断认识世界的过程。学习压缩感知也是一样从理论到实践,实践得到良好效果时再去与理论进行符合,只有通过这样的反复过程才能掌握压缩感知,并灵活应用到实际研究工作中。

本课程是一门研究型课程,将以高密度压缩式教学方式,浓缩大量的理论和实践教学内容,可配合作者著的十一五规划教材《数字图像处理(MATLAB 版)》(2011 年第 2 版)和《超小波分析及应用》等理论和研究型教材使用。课程内容的安排设置参照了作者在法国巴黎高等电信学校开展博士后研究期间学习和掌握的工程师教学和训练模式的内容,并融入到中国高等教育和研究生教育之中,集理论创新与应用实践相结合,更加适合中国的研究生和年青学者学习。

本书以概要形式讲述基本理论,并紧密结合实践应用研究。具体内容如下:

第 1 章主要介绍了遥感图像的成像原理、分类以及图像的特点和有待解决的问题。第 2 章介绍了信号及图像稀疏表示的基本理论、稀疏表示方法以及稀疏重建的重要方法。第 3 章介绍了压缩感知理论的起源、基础理论及应用。压缩感知理论完美地利用了稀疏重建理论,其核心思想是将压缩与采样合并进行,首先采集信号的非自适应线性投影(测量值),然后根据相应重构算法由测量值重构原始信号。压缩感知的优点在于信号的投影测量数据量远远小于传统采样方法所获的数据量,突破了香农采样定理的瓶颈,使得高分辨率信号的采集成为可能。

随后的几章结合压缩感知理论分别采用不同的方法对遥感图像的压缩和重建提出了一些新的算法。第 4 章提出了基于压缩感知理论范数算法的 SAR 成像,使用 OSLO、ONSLO 两种算法对 SAR 图像进行重建,不仅比较了不同采样率条件下两种算法对 SAR 重构图像质量的差异,而且将 OSLO、ONSLO 算法与 OMP、SP、GPSR 等常用的 CS 重构算法进行重构性能上的比较。通过对比可以发现,无论是从视觉效果上还是 PSNR、运行时间

等绝对数值上来看,OSLO 和 ONSLO 算法对 SAR 图像的重构性能要远优于 OMP、SP、GPSR 等常用的 CS 重构算法。

第 5 章提出了基于冗余字典的 SAR 图像压缩感知重建。对基于 Curvelet 变换和 Gabor 变换的冗余字典的图像稀疏重建进行比较,在讨论优化字典的时候,采用了 PSNR 和 η 两个标准。结果为:以 PSNR 为最优原子选择标准时,使用的最优原子越多,重建出来的图像的 PSNR 越高,集中在 40 ~ 50dB,但是稀疏度,即非零项所占比例同样提高,集中在 65% ~ 83%。以 η 为最优原子选择标准时,随着使用的最优原子越多,重建出来的图像的 PSNR 在最优原子个数 $n=3$ 的时候最高, η 值随处理图像不同而改变。

第 6 章给出了基于小波树的压缩感知 SAR 图像重建,引入了一种称为 O-TOMP (Offspring Nodes and Tree based Orthogonal Matching Pursuit) 的新的重建算法,该方法除了利用信号的稀疏性外,还用到了信号的小波分解系数树结构信息。实验结果表明使用 O-TOMP 算法后比 OMP 算法能更好地重建恢复图像,说明 O-TOMP 相对于 OMP 算法能更有效的恢复图像的重要稀疏系数,特别是图像中的高频纹理成分信息。

第 7 章给出了基于小波框架的自适应 Karhunen-Loève 高光谱压缩成像算法,提出了自适应 Karhunen-Loève 变换去除编码数据的谱间冗余性以提高压缩性能。实验显示,与传统方法相比,所提方法在谱曲线和空间图像两方面都具有很好的重建性能。在后续的研究中,计划设计更加有效的空间维度 CS 编码矩阵,给出更加有效的高光谱图像稀疏表示方法,从而提高重建性能。

第 8 章给出了基于紧框架 Surfacelet 变换的高光谱图像三维重建,在探讨了 3D 紧框架 Surfacelet 变换在对高光谱数据进行稀疏表示优势的基础上,提出了基于 Surfacelet 变换的压缩欠采高光谱数据重建算法。仿真结果显示,本章所提算法与传统 3D 小波重建算法相比,基于 Surfacelet 变换的欠采重建算法能够显著提高高光谱图像在空间域和谱间域的图像质量。为了进一步提高高光谱数据的重建质量,本章又进一步增加编码矩阵的随机性,对每个谱段采用不同的随机编码矩阵进行压缩感知采样,实验结果显示,提高编码矩阵的随机性能够提高重建数据在空间域和谱间域的质量。除此之外,本章还涉及了分块压缩感知算法,该算法不仅可以处理高光谱大数据,还可以在不同谱段间进行并行运算减少运算时间。

本书以精缩的理论知识、实践教学和工程训练相结合,可以作为计算机应用、通信工程和电子工程专业博士研究生和硕士研究生、工程硕士、教师及工程技术人员学习压缩感知及应用的研究型教材、参考书和实验教学指导书。具有较强计算机编程能力和扎实理论的高年级本科生,可以选取其中适合部分内容作为工程训练的基本教材。书中包含很多内容,不同学校不同专业可以根据自己的侧重点进行适当取舍。全部内容可以作为 60 学时讲授,配套 PPT 将在作者的网页上免费下载。其中很多内容可以作为实验教学内容,不用再辅之以实验指导书。本书的另一个特点是书中附有大量的研究实例,全部采用 Matlab 和 VC++ 编程,代码均以调试通过。因篇幅有限,有些相关内容和源程序代码放在作者的网页中供下载。通用源代码对读者全部免费开放,专用源代码部分可以与作者联系获取。需要源程序代码的读者可先用邮件联系:xdyjwen@126.com,jwyan@stu.edu.cn。

闫敬文教授负责全部知识内容结构设计和组织安排,编辑文字工作 30 万字。刘蕾博士负责第 4~8 章内容部分写作,合计约 10 万字。屈小波博士负责第 1~3 章的整理和理论推导工作,并对第 4~8 章的程序进行了测试和指导!感谢博士研究生田小霞和硕士研究生刘攀华、黄浩、张田和江志东同学对书中的部分程序仿真和部分内容的整理工作,正是团队全体成员的努力才使书稿得以顺利完成!

2015 年 2 月于汕头大学

目 录

第 1 章 压缩感知的学习方法	1
1.1 压缩感知及应用学习的对策	2
1.2 新知识和技术进展学习攻守策略	2
1.3 工程训练或研究课题推荐学习方式	3
第 2 章 信号的稀疏表示	5
2.1 信号的稀疏表示	5
2.2 信号稀疏表示方法	6
2.2.1 阈值法	6
2.2.2 冗余字典	7
2.3 稀疏系数的求解	7
2.3.1 基本原理	7
2.3.2 ℓ_1 范数算法	8
2.4 几种信号稀疏表示方法	9
2.4.1 傅里叶变换	9
2.4.2 小波变换	10
2.4.3 多尺度几何分析	14
2.4.4 冗余字典的稀疏分解	17
2.5 图像的小波稀疏表示	20
2.5.1 傅里叶分析与小波分析	20
2.5.2 小波变换的分解和重构算法	21
2.5.3 小波变换在图像处理中的应用	23
2.5.4 超小波 Bandelet 介绍	24
2.5.5 第二代 Bandelet 变换	25
2.6 Grouplet 变换	27
2.6.1 Grouplet 理论	28
2.6.2 正交 Grouplet 变换	28
2.6.3 紧框架 Grouplet 变换	35

2.7	Surfacelet 变换	41
2.7.1	Surfacelet 变换的结构	41
2.7.2	Surfacelet 变换的性质	42
2.7.3	Surfacelet 变换系数父子关系分析	43
2.7.4	程序测试结果	46
	参考文献	49
第 3 章	压缩感知理论	52
3.1	压缩感知的起源	52
3.2	压缩感知的应用	54
3.3	压缩感知理论	56
3.4	压缩感知算法	57
3.4.1	零空间特性	58
3.4.2	约束等距性质	59
3.5	测量矩阵	59
3.6	信号重建算法	60
3.6.1	最小 ℓ_1 范数法	60
3.6.2	匹配追踪算法	61
3.6.3	最小全变分法	65
3.6.4	迭代阈值法	66
3.7	测量矩阵研究	66
3.7.1	常用测量矩阵与信号稀疏度之间的关系研究	67
3.7.2	常用测量矩阵的性能比较	70
3.7.3	测量矩阵改进方法	70
3.8	本章小结	73
	参考文献	74
第 4 章	基于压缩感知理论 ℓ_0 范数算法的 SAR 成像	76
4.1	SLO 算法	76
4.1.1	算法原理	76
4.1.2	算法步骤	77
4.1.3	参数的选取	78
4.1.4	SLO 算法的优化	78
4.2	NSLO 算法	79
4.2.1	双曲正切函数	80

4.2.2	修正牛顿方向	81
4.2.3	算法步骤	82
4.2.4	NSLO 算法的优化	82
4.3	Matlab 仿真	83
4.3.1	信号重建质量指标	83
4.3.2	仿真结果分析	83
4.4	OSLO、ONSL0 算法在 SAR 成像中的应用	88
4.4.1	仿真实验内容	88
4.4.2	结果分析	89
4.4.3	与其他 CS 重构算法对比	92
4.5	本章小结	93
	参考文献	93
第 5 章	基于冗余字典的 SAR 图像压缩感知重建	94
5.1	冗余字典	94
5.1.1	冗余字典的学习	94
5.1.2	Curvelet 变换和 Gabor 变换基本理论	95
5.2	基于 Curvelet 变换和 Gabor 变换的冗余字典图像稀疏表示	97
5.2.1	图像分块	97
5.2.2	基于 Gabor 变换和 Curvelet 变换得到冗余字典	97
5.2.3	稀疏系数的计算	98
5.2.4	图像的重建和效果评估	98
5.3	Matlab 仿真步骤和实验结果	99
5.3.1	图像稀疏表示步骤	99
5.3.2	对 Lena 图像处理的实验结果	100
5.4	基于 Curvelet 变换冗余字典的 SAR 图像稀疏表示	108
5.4.1	图像分块	109
5.4.2	基于 Curvelet 变换和 Gabor 变换获得的字典进行稀疏重建的 比较	109
5.4.3	基于 Curvelet 变换的字典优化	112
5.5	本章小结	116
	参考文献	117
第 6 章	基于小波树的压缩感知 SAR 图像重建	118
6.1	基于小波树的正交匹配追踪重建算法	118

6.1.1	正交匹配追踪算法	118
6.1.2	TOMP 算法	120
6.1.3	实验结果	123
6.2	基于分块的三维小波树的正交匹配追踪算法	125
6.2.1	三维的基于小波树的正交匹配追踪算法(3D-TOMP)	126
6.2.2	基于分块的三维小波树的正交匹配追踪算法(3D-TOMP-BL)	127
6.2.3	实验结果及分析	131
6.3	本章小结	135
	参考文献	136
第7章	基于小波框架的自适应 Karhunen-Loève 高光谱压缩成像	137
7.1	序言	137
7.2	高光谱遥感的图像特征及相关性分析	141
7.2.1	高光谱数据的谱间相关性分析	141
7.2.2	高光谱数据的空间相关性分析	142
7.3	压缩编码数据的自适应 KL 模型	143
7.3.1	空间域压缩感知采样	144
7.3.2	谱间自适应 KL 变换编码	145
7.3.3	解码	149
7.4	实验结果与分析	149
7.4.1	2D CS 编码数据的特征值	150
7.4.2	不同空间压缩率下的 CSAKL 算法	151
7.4.3	与典型压缩方法的对比	152
7.5	谱结构先验对受损谱段的修复	155
7.5.1	交叉验证	155
7.5.2	谱段修复	156
7.6	本章小结	157
	参考文献	158
第8章	基于紧框架 Surfacelet 变换的高光谱图像三维重建	161
8.1	序言	161
8.2	N 维方向滤波器组及紧框架 Surfacelet 变换	161
8.2.1	N 维方向滤波器组	161
8.2.2	基于紧框架 Surfacelet 变换的高光谱图像稀疏表示	165
8.3	基于紧框架 Surfacelet 变换的高光谱图像欠采重建	167

8.3.1	不相关性和高斯随机编码矩阵的设计	168
8.3.2	基于紧框架 Surfacelet 变换的稀疏图像重建	169
8.3.3	基于分块的压缩感知紧框架 Surfacelet 重建算法	170
8.4	数值计算方法	170
8.5	实验结果和分析	171
8.5.1	压缩感知编码矩阵的施密特正交化	172
8.5.2	基于 2D 压缩感知编码矩阵的 Surfacelet 重建和小波重建性能的比较	173
8.5.3	2D 编码矩阵与 3D 编码矩阵	176
8.5.4	PCSST 性能测试	176
8.6	本章小结	177
	参考文献	178

第1章 压缩感知的学习方法

如何进行压缩感知的学习?首先讨论一下学习上的方法论问题。如何保证正确的学习方法,取得事半功倍的效果,这是至关重要的,因为读者,都有学习和自学的能力。有的学生在学习理论时没有遇到什么太大的困难,因为原来自己的学习方法仍然有效,但在具有创新性的研究生学习研究中,却遇到困难,这是因为他没有认识到方法论的重要性和迫切性。无论做什么事情,都有技巧和方法,那就是认识事情的内在规律。在我的研究生中,特别是具有创新性的研究中,有的学生读了半年或一年后,我们一交流,感觉到他们都有很大的进步。反而言之,那为什么这么长时间才感觉到?浪费了多少时间?在长期的教学和实践研究中,不断地总结、改进和提升,我们形成了一整套有效且可以快速施行的方法,希望大家获得启发。

能力是练出来的,不是学出来的。谈到压缩感知,相信很多人刚开始时感觉很难,从数学基础理论到理解、公式推导、仿真实现,感觉自己能力不够。这是目前中国高等教育中存在的种种弊端造成的,而领导者们对这一重要问题视而不见,盲目追求“高大上”的教学改革,而结果适得其反。反过来说从高等数学中的公式开始,如微积分,再到信号与系统、数字信号处理、图像处理等,有很多基础环节需要进行训练和实践。如果把握这些环节,学生动手或实践能力将会得到很大的提高,初步具备了能力,相信这样学习压缩感知时,应该不会觉得太难。

理论必须结合实践,学以致用。在平时教学和研究中,理论与实践脱节是中国高等教育中的又一突出问题。如何解决好这一问题,不同学科、不同学校、不同人都有不同的看法。但是这一问题解决难度非常大,因为综合教学和科研环境无法保障彻底解决好这一问题。学生素质、教师能力、学生和教师的考核方式,都影响这一问题的解决。在我教过的学生中,有一名同学数学基础很好,也有较高的理想。但进入大学后,因为目前高等教育中的问题,教学还主要停留在书本理论知识教学上,他不是很感兴趣,又不知道做什么,失去了学习的源动力。在从网站看到我招募科研助手的贴子后,他直接申请到我的研究小组中。经过几个月的训练,他感觉提高了很多,不但认识到从研究中掌握的深入理论知识会对理解原来教材中的问题有帮助,还有助于知识系统性的形成。在他所研究的专题中,可以在QQ群上与博士研究生进行交流,要知道这只是一名大四的学生。学习必须讲方法和策略,需要老师的引导和学生独立的领悟相结合。老师的引导即所谓的“师傅领进门”,独立的领悟指学生的悟性,是在长期训练和经验积累过程中慢慢形成的。现在这名学生被保送到中科院进行硕博连读,又出国做了博士后,现在加入百度公司,获得了成功。另外一个例子是,我所教的一名本科生在大二开始学习技术理论,与博士研究生合作移植全部的嵌入式系统底层内核,在一年时间内全部移植了33个程序,能力大大提升,大四毕业后加入腾讯公司广州开发部做研发工作,一年半后又加入阿里巴巴集团做APP应用,他们获得了国内一流公司的认可。这两个例子中,前者是理论学习,后者是技术学习,通过我搭建的平台和自己的努力获得了成功。

学好压缩感知,必须掌握信号稀疏表示。我把我写的几本书戏说是“葵花宝典”,每年入学的研究生从我写的《数字图像处理(MATLAB 版)》第2版开始学习训练,接下来学习《超小波分析及应用》,最后才学习压缩感知。信号稀疏表示的基础是信号与系统等专业知识,而且它也是为图像处理服务的。有了数字图像处理的基础,如图像压缩和去噪声最有用的工具是小波分析,而小波分析最有效常用的信号稀疏表示。结合教学实践,我写了上述两本书,而且这两本书都是紧密衔接的,重点在于培养能力。书中的内容可以作为信号稀疏表示的基础学习,为压缩感知打下坚实的基础。只有打好压缩感知的基础,才能构建稀疏表示基,才可以研究压缩感知的测量矩阵,这是研究压缩感知必须具备的理论知识。

1.1 压缩感知及应用学习的对策

树立远大理想和宏伟目标,用正能量影响人生规划。为自己的前进方向插上理想的翅膀,用正能量影响人生规划。当今社会已经进行了数字化的信息时代,而压缩感知及应用正是这样大背景形式下出现的信息处理新技术之一。当今科技和现实生活中的任何领域的设备都要求数字化和成像。如用于宇宙观测的天文望远镜获得了大量的观测数据,遥感地球资源卫星获得了大量的对地观测数据,气象卫星获得云图来预测气象的变化,各种成像系统获得相关的测量或成像数据等。这么多纷杂的图像如何存储、传输、处理和分析,是必须解决的问题。而目前这些海量数据的取样数字化都遵循取样定律——奈奎斯特准则,导致数据量增加和产生信息冗余,在传输时不得不进行压缩处理。压缩感知正是把取样与压缩相结合的信息处理方法,突破取样定律的限制,是2006年诞生的信息处理新技术,并获得广泛应用。本书选中这一领域作为主要研究内容,恰好能够满足读者对新知识和技术的渴求,并引导大家探讨学术新天地。因此我们只强调压缩感知及应用中最常见的信号或图像重建方法,将理论精缩,侧重于实践技术和实现方法,以弥补理论与实践结合不紧密的不足。在无法做到面面俱到的同时,力争以几个领域中的经典方法为例,讲清楚和透彻,起到举一反三的效果。

另一种比较好的切实可行的方法则是以研究小课题为主的实际训练,代替或弥补课堂上教学内容的不足之处。每一个学生的知识掌握程度如何,会不会灵活应用,主要取决于真正的实际训练。不但要训练,还要看训练效果,也要看是不是学生自己或研究小组独立设计完成。本书的内容设计和安排借鉴了法国巴黎高等电信学校的ECOLE教学模式中的大容量紧缩方法,内容安排紧凑合理,即有深度又注重基础训练,克服传统教学中的空谈理论缺乏实践教学的缺点。本书中的另一个突出特点是把学习Matlab语言和数字图像处理的工程训练紧密结合起来,克服只学习Matlab语言或介绍其中的某个工具箱应用的个性学习。以点代面,要求读者不要局限于书中的特例,借鉴特例,自己独立完成书中的习题或自己设立的习题。

1.2 新知识和技术进展学习攻守策略

在理论学习上克服困难思想,理论上藐视难度,重视实践能力训练。本书十分侧重新知识和新技术内容学习,引入了近年压缩感知及应用中的进展,如压缩感知基础的信号稀

疏表示、压缩感知基本理论、SAR 图像重建和高光谱重建等。这些内容中涉及了压缩感知的整个系统环节,难度大、数学基础要求强。很多 IT 领域的学者学习时都或多或少有畏难情绪,说理论是数学界研究出来的,自己无法弄懂。本书从基础知识信号稀疏表示的经典 KL 变换、小波分析、稀疏字典构造,到压缩感知理论和应用压缩感知理论进行 SAR 与光谱图像重建等,涉及理论知识较深,为读者学习压缩感知技术提供参考和借鉴。通过本书精炼的学习,为读者学习理论结合实践的训练方法提供示范性的作用,为读者在做这部分内容课题时,提供了必要的例子和相关的基于 Matlab 环境的源代码。加强学生学习的积极性和主动性,给学生一定的自由度,在教师的引导下,允许学生去选择应该学什么和做什么,就能够充分发挥想象力和创造力。

新知识新技术的出现,都是有一个难度和挑战性的,需要付出努力才能掌握,同时要求有一定的创新能力。而对于研究生的培养,目前国内面临的问题也十分突出,具体体现在应付毕业或及格就好。如果做什么工作都会问有没有模板可以参考,将导致创新缺乏动力。我长期教学科研工作中,历来进行分类教学和研究模式,在严格要求学生努力学习研究的同时,对因确实不适合做学术或应用研究的同学,不再强迫或强制达到学术标准,但必须达到学校的规定或要求。随着中国高等教育改革创新,相信创新机制会逐步建立起来,这对改善中国高等教育现状有促进作用,并对新知识新技术学习也会有积极的影响。

真正的能力是训练出来的,真正的“功夫”是在课外学习到的。课堂上教学主要是传授知识和引导学生,随着本科生、硕士生和博士生就业压力的增加,相信他们会喜欢这些新技术和新知识。通过对新理论知识的学习,掌握它并应用于技术创新中,在未来产品开发中得以应用,这正是中国目前大力发展实体经济过程中,需要培养合格人才必须具备的能力。通过上述的过程,可以培养出学生有创新能力,在择业竞争中会处于有利地位。

1.3 工程训练或研究课题推荐学习方式

理论知识学习和工程训练需要悟性,正所谓“师傅领进门修行在个人”。只要有一定的恒心和韧劲,体现出耐力和能力,就会有“孺子可教也”。如果不感兴趣,或没有的强烈欲望,做什么工作都是做不好的。工程训练或学术研究不同于理论学习,必须明白理论课堂上学习、自学和练习题目与工程常识和学术研究的区别和联系,必须了解相关的辩证关系才能做好这项工作。在学习课程理论内容时,布置很多习题或研究小课题供学习选择,这是一个不错的方式,即检验学习效果又监督进度。习题或研究小课题分成 A、B 和 C 三个级别,据难度不同侧重点也不同。学生根据数学基础和应用能力水平决定,选择适当的级别题。当然学生也可以自己选择课题,经过授课教师考察后确定其级别。级别设立可以让学生有较大的选择余地,也可以视学习完成的效果进行综合评价成绩,这些成绩计入期末考试成绩。有条件的专业可以结合教师的研究课题,或研究生作的项目来进行,这样可以不断地推进研究课题的水平。要不断积累和总结,对特别优秀的学生要进行点评,进行经验交流,促进学生共同提高。进行经验交流是十分必要的,让学生了解自己哪些地方做的不好,哪些地方有创新。在完成这些课题的时候,建议系统训练,打好基础为主,为以后的学习和研究创造条件。切忌“贪”而不“实”地学,做到真正弄懂了。要打歼灭战,“伤

其十指不如断其一指”，道理就是这么简单。不以量取胜，以质为准。本书中力求压缩篇幅，尽量做到言之有物。百闻不如一见。特别是书中的好多例程，没有给出结果图像，目的让学生亲自去练习，自己做出结果。学生的能力是从大量研究性和创新性的实践练习中来的，不是从教科书中来的。知识并不等于能力。知识和能力之间的关系是因果关系，知识是培养能力的前提条件和基础。能力是在对知识掌握并灵活运用基础上，实现并应用于软件和硬件开发过程中产生的。

建立工程训练团队和学术团队。在理论学习或比较小的工程训练、学术训练时，个人能力还是可以体现出来，甚至很多不需要团队就可以完成工作。但在大的工程训练和比较深入的理论学习时，难度和工作量非常巨大，这时团队力量就会体现出来。我的团队接了几个工程项目，集合了多学科成员进行攻关，付出比较巨大非个人能力所及。其中有的项目跨度达三年以上，短的也需要一年以上，工作量和理论难度上都很大，从数学建模、公式推导、Matlab 仿真实现、VC 实现到工程化的优化，必须调动团队成员各自优势，发挥各自力量才能完成任务。学问必须在学中问，问中学，有导师指导加上团队互相交流，才能使大家共同提高和进步。如果一个人封闭学习，即使取得些成就，也十分有限，能力根本无法得到一个质的飞跃。如一个博士发表了学术论文，拿到了博士学位，还应用 Matlab 工具算法中的测试数据，这只能说明研究能力还十分有限，还没有接触到真正的工程应用，或许这就是中国目前高等教育中培养人才最明显不足之处。

另外在工程训练或课题研究过程中，需要注重系统性。系统的概念对于每个人学习过程中的地位是十分重要的。如果有了系统的知识或概念，对学习过程中的知识体系结构就能够正确地把握。如果能够把一门课程和它的前续基础课建立起系统的联系，在学习过程中或之后，学生就能够把握知识点，并能灵活应用。系统的知识概念，贯穿每个人一生学习的始终，也是他能否成功的关键因素之一。本书推荐的工程训练或研究课题的过程十分不具体，是指导性的。各学校和专业视实际情况不同，可以选择或确定适合自己的学习方式。而上述提出的经验是在多年实际教学和实验教学经验的基础上提出来的，要充分调动教师和学生的积极性，做到有的放矢，要使学生创新能力培养与教师科研结合起来，与实验教学和实际工程项目联系起来。为了能够调动广大教师或学生学习的积极性，我们已经建立相关平台供大家进行讨论交流，如创建于 2010 年 12 月 22 日的“压缩感知及应用”QQ 群(115085891)，一直在为广大学者提供交流服务平台，成员包括 985、211 等一大批学校的研究生和青年学者，起到很好的交流作用。除了网络平台外，我更愿意与相关院校学术团队建立联系和加强交流，互相学习共同提高。

第2章 信号的稀疏表示

图像的稀疏表示是现代图像处理的基础,可以将图像以较少的系数进行存储、传输,在图像压缩、去噪等方面具有很重要的作用,特别是在压缩感知方面具有重要的意义。在图像处理中,传统的稀疏表示只能处理固定的数据分布,无法自适应于数据,需要构造针对数据特征的稀疏表示——稀疏字典构造。常规的稀疏表示是基础,需要打好基础,所以本章只讲述经典的信号稀疏表示方法,专用的方法将来后面应用中有针对性地介绍。

2.1 信号的稀疏表示

如果一个信号中只有少数元素是非零的,则该信号是稀疏的。通常时域内的自然信号都是非稀疏的,但在某些变换域可能是稀疏的。例如,对于一幅自然图像,几乎所有的像素值都是非零的,但是将其变换到小波域时,大多数小波系数的绝对值都接近于零,并且有限的大系数能够表示出原始图像的绝大部分信息。图2-1(a)是大小为 256×256 的灰度图像,其小波系数如图2-1(b)所示(为增强其可视性,系数的排列是随机的)。图2-1(c)由绝对值最大的前10%个系数重构出的图像,可以看出重构图像与原始图像差别很小,但是需要保存的信息大大减少了。

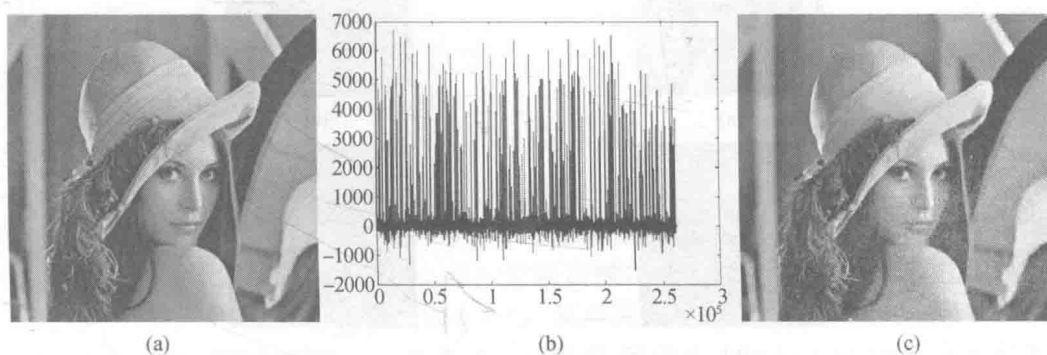


图2-1 灰度图像小波基稀疏表示(256×256)

(a) 原始图像; (b) 图像小波变换系数; (c) 重构图像。

根据调和分析理论,一个长度为 N 的一维离散时间信号 f ,可以表示为一组标准正交基的线性组合

$$f = \sum_{i=1}^N x_i \psi_i \quad \text{或} \quad f = \Psi x \quad (2-1)$$

式中: $\Psi = [\psi_1 | \psi_2 | \cdots | \psi_N]$; ψ_i 为列向量; $N \times 1$ 的列向量 x 是 f 的加权系数序列; $x_i =$

$\langle f, \psi_i \rangle = \psi_i^T f$ 。可见 x 是信号 f 的等价表示,如图 2-2 所示。如果 x 只有很少的大系数,则称信号 f 是可压缩的。如果 x 只有 K 个元素为非零,则称 x 为信号 f 的 K 稀疏表示。

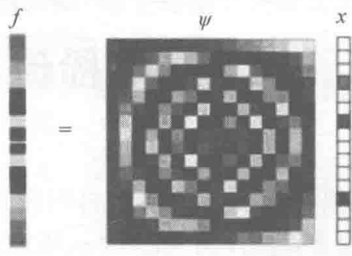


图 2-2 用基 ψ 进行稀疏表示(3 稀疏度)

2.2 信号稀疏表示方法

2.2.1 阈值法

传统的图像稀疏处理,是通过图像进行某种正交变换后,进行阈值处理,人为地将某些值置 0,在保证重建效果的 PSNR 较大的情况下,尽量将多余参数置 0,以便于压缩和其他处理。图 2-3 是通过快速傅里叶变换、小波变换和 Curvelet 离散变换进行阈值处理,将像素值按照从大到小的顺序排列,并选取中间值作为阈值,保留 50% 数据得到的图像重建结果。

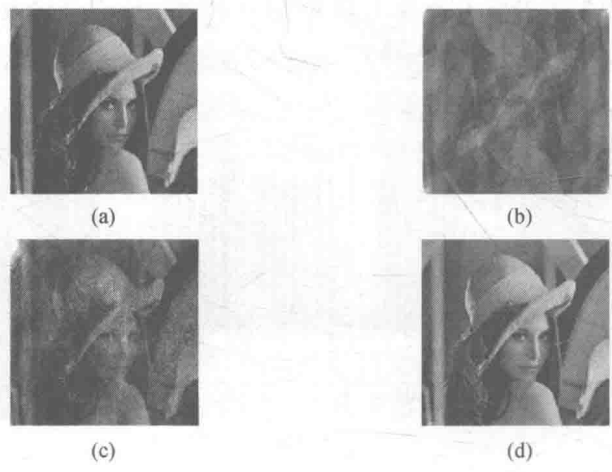


图 2-3 不同稀疏表示方法的呈现效果

(a) 原始图像; (b) 傅里叶变换重建图像 PSNR = 15.53dB;
(c) Meyer 小波变换重建图像 PSNR = 18.8953dB; (d) Curvelet 变换重建图像 PSNR = 42.6456dB。

图 2-3 是对 64×64 图像的不同处理,可以看出,同样的保留原数据的 50%,采用 Curvelet 小波可以更好地重建图像。相反,采用小波变换或者傅里叶变换都不能得到理想的效果。因为采用 Curvelet 这一类小波,在普通小波的基础上增加了更多的尺度、方向选择,不仅局限于水平垂直对角线三个方向和有限的尺度,而且便于更好地抓住图像的细节和条纹变化。