

力学参考资料(16)

国外实验力学

Guowai Shixianlixue

科学技术文献出版社重庆分社

1981

力学参考资料(16)

国外实验力学

Guowai Shixianlixue

科学技术文献出版社重庆分社

1981

目 录

力学试验中的全息摄影方法(综述).....	(1)
用激光测量漫反射面的变形.....	(11)
用于应变分析的单束激光散斑干涉法.....	(27)
第一部分 单孔法.....	(27)
第二部分 多孔法.....	(39)
用散斑干涉法分析表面位移和应变的新情况.....	(50)
全息云纹法.....	(56)
用全息云纹法测量应变.....	(59)
测量弯曲表面变形的动态云纹法.....	(65)
用云纹法和光切片法测量三维变形.....	(67)
用转换法对曲表面面内应变的实验分析.....	(74)
用于研究断裂的动态光弹性方法.....	(82)
红外光弹性.....	(94)
用光粘塑性法对不稳定非弹性变形过程的实验 应力分析.....	(98)
欧美应力应变测量现状.....	(106)
最近的应力测量技术.....	(113)
高温应变测量的一种新方法.....	(127)
电阻应变片的温度特性.....	(136)
一个新的电容应变测量线路.....	(146)

力学试验中的全息摄影方法(综述)

Н. И. Пригородский, Н. С. Черпаков

最近几年，利用其光波具有高度相干性的激光为光源的全息干涉法，已广泛和有效地用于力学试验。用这种方法可以测量具有非平面表面和漫反射的三维试件和零件，而经典的干涉测量只能在镜平表面条件下进行。在全息法中，周期振动的干涉光是作为精密测量（远距和在空间）的最精密的度标被使用的。

我们用这种方法精确测量机械荷载、热荷载和其他荷载作用下表面点的微小位移场，来研究物体的振动，观测和记录力学试验中材料的结构变化。用所得资料可以借助于位移场微分图求得产生的应力和应变，还可以进行制品的非破坏检查。本文介绍此方法的主要特点并列举了在不同力学试验中应用这种方法的例子。

测量方法

全息干涉测量法是全息摄影的一部分，全息摄影乃是根据振幅特征和相位记录物体散射的光波波前的方法[1]。在经典摄影中，物体像是直接形成的，而全息摄影则是由两个步骤显像的：第一步，由物体散射并承载其信息的光波被记录成全息图；第二步，根据全息图再现使物体立体成像的光波。

全息摄影的物体可以是透明材料和漫反射材料。而且获得全息图的过程可以在透射光中也可以在反射光中发生(图1a和1δ)。在二个示意图中从激光器所得到的单色光光束用分光镜分为二束：即物光束和参考光束。物光束在全息摄影的物体上散射并在干板平

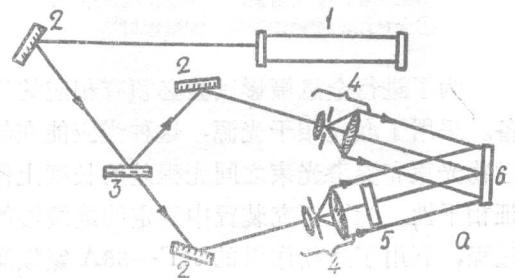


图1a 在透射光中记录透明物体的全息图的示意图。

①激光器，②反射镜，③半透明镜，
④透镜准直系统，⑤物体，⑥干板

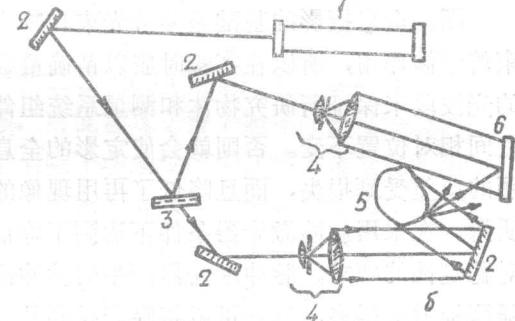


图1δ 在反射光中记录不透明物体的全息图的示意图

(数字表示的意义同上图)

面上与参考光束重新相遇。全息图就是物光束和参考光束在它们重合于干板感光层时发生干涉而形成图像的摄影记录。用全息图所得到的图像不像物体原象，而记录的干涉条纹目视看不到，因为条纹之间间距十分小，但是全息图包含着物体的全部信息，这种信息是三维测量中观测物体所必须的。全息图在再现时用激光束照射(图2)，该激光束在全息图上如象在衍射光栅上那样衍射，从而产生物体的立体虚象。

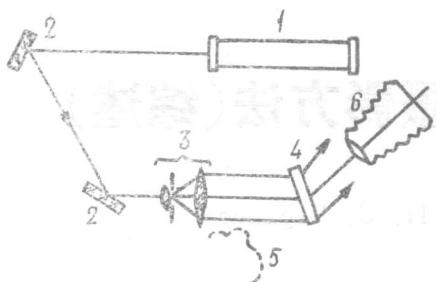


图 2 物体虚象再现和摄影示意图
①激光器, ②反射镜, ③透镜准直系统,
④全息图, ⑤物体虚象, ⑥摄影机

为了进行全息摄影试验必须有相应的设备。采用了激光相干光源，这种光应能在超过物光束和参考光束之间光程差的长度上保证相干性。为了研究装置中稳定的或缓慢的过程，利用了连续作用的 $\text{ЛГ}-36\text{A}$ 氦氖激光器(波长 $\lambda=0.63$ 微米，功率 40 毫瓦，相干长度约为 10 厘米)，而为研究快速过程，则利用脉冲激光器(红宝石激光器， $\lambda=0.69$ 微米，脉冲持续时间达 $5 \cdot 10^{-8}$ 秒)。

因为全息摄影的基础是参考光束和物光束的干涉作用，所以在实验时应以精确量级的光波段来保证所研究物体和测量系统组件之间相对位置不变。否则就会使定影的全息图的反差受到损失，而且降低了再用现像的质量。在采用脉冲激光器条件下达到了降低对稳定性的要求，脉冲激光器产生的脉冲比强烈辐射大得多，这就可以将曝光时间从几秒，甚至几分减少到几分之一微秒，并可以在工业条件下进行测量。

摄影材料应保证分辨率不低于 1000 线/毫米，例如使用可增感相应波长的 BP-Л 型干板。在实验室试验中使用了 СИН 干涉测量试验台，它是第一台国产全息摄影装置，还使用了 УИГ-1M、УИГ-2M 和其他类型的装置[2]，这些装置对在工业建筑物条件下作全息摄影研究都是有用的。拟制和采用了全息摄影设备的工业试件来解决实验力学问题和探伤检验。

全息干涉法系基于从全息图再现的并产生物体图象的光波同物体本身漫射的光波相

干涉，或基于不同瞬时记录在同一全息图上的二种光波的干涉。测量分别按照图 1a 或 1b 示意图进行。

根据全息干涉法测量位移场的方法有一系列优点：测量是非接触的；可以记录位移场全图和测量物体表面选定一点的位移大小和方向；以光束波长的一部分来估计对位移的高度灵敏性；对任何形状和由各种不同材料制成的物体在漫反射表面任何加工质量条件下均可应用（因为漫反射表面可在不同方向散射光线，而在任何一个方向都能观测）。

全息干涉测量法现有三种主要方案：

二次曝光法——对研究的静力受载物体以相同的曝光量在加载前后在同一干板上进行二次全息摄影直到干板显影；记录的两种物体状态这样再现，即如果两种状态同时存在，那么形成的干涉图与采用通常的干涉仪所得到的干涉图相同。

实时比例法——对物体在原始状态进行全息摄影，在显影以后以高精度将全息图调整到原先的位置或在曝光位置上显影。受动 力或静力荷载的物体用同样的光束照明，并透过全息图以实时比例观测所得到的干涉条纹图。

时间平均法——对高频振动的物体以振动周期大得多的曝光时间进行一次全息摄影；定影条纹图是物体在二个极端振幅位置其表面影象干涉的结果。

为了例证，图 3 (略)介绍了测量板挠度时所得到的条纹图例子。

在一般的三维位移情况下，在再现的物体像所观测到的干涉条纹级数 N ，用下列式子同物体表面由位置 1 向位置 $1'$ 的位移联系起来[3,4]：

$$\bar{d}(\bar{r}_0 + \bar{r}_H) = N\lambda \quad (1)$$

或

$$2d \cos \varphi \cos \psi = N\lambda$$

此处 \bar{d} ——表面点位移向量； \bar{r}_0 和 \bar{r}_H ——照明和观测单位向量； λ ——激光射线波长。因此，干涉图决定位移在照明方向和观测方向

之间角二等分线(图4上的2)上的投影。如果上述两个方向垂直于表面，那末就按这条法线测量位移。如果与法线成一角度照明和观测，则可以与法线成一角度测量位移，但是灵敏度相应降低。

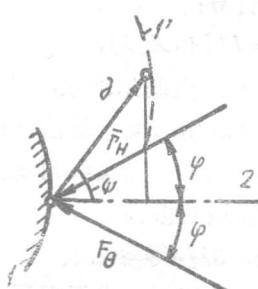


图4 测量三维位移示意图

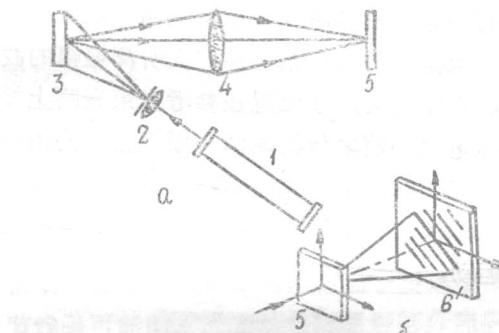


图5 散斑干涉法示意图

a——干涉条纹图记录, 6——干涉图分析,
①激光器, ②显微物镜, ③物体,
④投影透镜, ⑤干板, ⑥屏蔽

为了确定空间表面一点位移的所有三个分量，必须得出他们的三个方程的方程组。根据方法[3]，沿三个方向可以观测到从同一张全息图再现的干涉条纹图，也可计算出经过测量点的条纹剪移。在一般情况下，条纹图并不限于在物体表面，而为了同时观测条纹图，利用了景深清晰度大的物镜。这个方法还利用从许多方向观测并随后按最小二乘法使结果精确的办法作了改进[5]。

上述这种测量的误差用求出照明角和观测角以及条纹级数N的误差来确定。第一种形式的误差在 φ 角接近 90° 时很少产生，而在照明和观测方向重合时，该误差等于零。

在确定条纹级数时的误差与漫射物体象存在斑点杂波有关，估计误差大小为 $1/20$ — $1/10$ 条纹。灵敏度界限取决于能被区分的最小的那部分条纹，其值为0.05微米左右[6]。

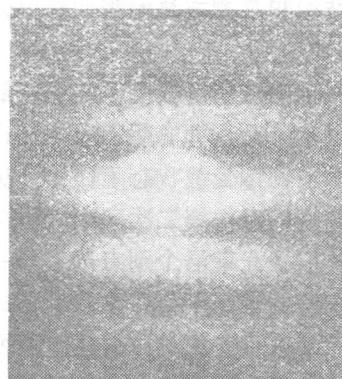


图6 分析垂直位移散斑干涉图时观测到的条纹图

干涉条纹的计算从零条纹开始，该零条纹以下列方法之一求找[7]：(1)认为，观测角改变时零条纹不改变本身的位置；(2)按照物体表面的固定点；(3)借助于被测物体与固定点的人工引入的弹性约束。由物体所研究的区域之变形引起的(被测出的)小位移，可能被置于整个物体的大位移之中。为了消除干涉条纹图中这种不希望有的缺陷，采用了物体或其个别区域位移的光学补偿，这种补偿利用回转的镜面使照射光束入射角变化的全息图位移来进行[8]。

用参考光束或物光束中相位的二次曝光之间的相位变化来提高测量系统的灵敏度是可能的[9]。因为在位移梯度大的情况下干涉条纹图的频率增大，而其衬度下降，所测位移边界的上限为6—15微米/毫米。降低测量大位移时的灵敏度通过获得多位置全息干涉测量时发生的云纹条纹来实现[10]。

根据物体表面上个别线条测量位移是用类似于全息干涉法的衍射法来进行的。方法的特点是对测量的稳定性的要求很低(达1—1.5毫米)。

散斑干涉测量法是一种无参考光的全息干涉测量方案，用于测量物体表面平面内的

位移[12]。利用了有特征的斑点结构，这种斑点结构在漫反射物体受高度相干激光照明时在其表面出现，由微小的亮的和暗的斑点构成，而这些斑点是由于具有静态特征的、取决于表面结构和观测方法的表面散射光的干涉产生的。

图5a示出了获得散斑干涉图的最简单的示意图方案。对物体的照明表面进行二次摄影，其中在物体受载状态下作第一次曝光，而在物体变形时作第二次曝光。所得散斑干涉图用狭窄激光束沿个别点透射（图5δ）。在屏蔽上观察到等距平行条纹系统形式的衍射图（图6），这种条纹的位置垂直于表面平面内点位移的方向。这位移量值 d 用关系式与条纹之间的距离 a 相联系：

$$d = \lambda L / am \quad (2)$$

式中 L ——到屏蔽的距离， m ——影像比例。

测量位移的精确度主要取决于确定条纹中心之间距离的精确度，在一般情况下这个精确度估计为 2—3%。用位移图微分所得变形值的误差极限为 ±10%。所测位移的下限受影象各个斑点大小的限制，一般为 3—4 微米；上限取决于被照明区域的大小，而实际上估计为零点几毫米。

以获得全场位移图来对散斑干涉图进行分析的高度精确性是用滤光方法达到的（图 7）。将光阑相应分布到富里叶变换的平面上（透镜 3 的焦点平面），就可以以所期望的灵敏度（与角 φ 有关）将所选择的方向上的位移图分离出来。散斑干涉法最实用的优点是，与一般的全息干涉法相比较，它对测量系统组件位置的稳定性的要求降低到 $1/10$ — $1/20$ ，这就可以使实验接近到实物试验的条件。

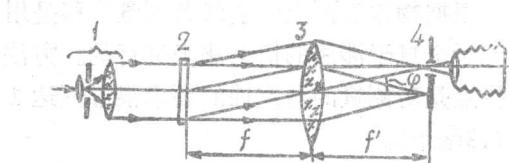


图 7 散斑干涉图滤光示意图

①透镜准直系统，②干涉图，③光阑，④光路

物体的振动测量，是当作确定以某一频率重复的、同大小的位移来进行的。这就为采用时间平均法提供了可能性，在采用时间平均法时，对振动物体按图 1δ 示意图全息摄影一次[13]。在物体再现像上的强度分布由下列关系式计算：

$$I = J_0^2(4\pi A/\lambda), \quad (3)$$

式中 J_0 ——零阶贝塞尔函数， A ——振幅。

叶片振动时用时间平均法所得到的条纹图的例子示于图 8。亮条纹再现而衬度降低是由于这个区域的振幅值为零，以及近似等于 $\lambda/4$, $\lambda/2$, $3\lambda/4$ 等等之故。所以，用时间平均法可以测量振幅，求得振型，还可以找到振幅梯度的方向。所测振幅的上限为 5—6 λ ，它与高阶振幅相应的干涉条纹衬度损失有关系。用参考光束相位调制可以确定物体各点振动的相对相位并扩大所测振幅的波段。调制是借助于设置在参考光束光路上并用压电元件使之与物体同一频率振动的镜子达到[14]的。除正弦振动外，用这种方法还可以记录由一系列正弦振动所组成的其他循环运动。



图 8 用时间平均法得到的涡轮机叶片振动再现像上的条纹图

在用时间平均法测量振动的整个研究中用实时比例法测量作了补充。在原始位置曝

光后，放置全息图使再现像与物体重合，借助这种曝光全息图，再按实时比例法观测表面振动条件下形成的运动条纹图。条纹给出了与相邻条纹相差 $\lambda/2$ 的等振幅线。

为了观测物体影像与物体本身精确重合后的共振，使影像作某种位移（例如转动），以便形成干涉条纹的网格；然后使物体振动。这就导致干涉条纹图变化，即条纹保持在位移为零的区域，而在振幅大的地方消逝。在共振频率激励时，节线的位置是作为保持有干涉条纹部的狭窄区域来确定的。

在实时比例法中观测到的条纹图的运动是可以中止的，可以用频闪观测法以振动频率调制照明光束（脉冲激光器，断续器）的方法将条纹在再现阶段定影下来。在这种情况下，利用同步器光脉冲可以照明任意振动阶段的表面，这就可以将物体在所选择相位中的位置与其在不动状态的位置作比较。使光脉冲频率改变，可以研究被研究物体的振动结构。在文献[15]中，对研究振动的全息干涉方法作了充分的评述。利用激光照明的振动平面上的散斑结构，借助于望远镜观察节线是可能的。激光的直接照射部分照射到望远镜并与来自表面的光相干涉。如果表面振动，那末斑点结构被模糊为均匀的明亮度，而只在节线处保持不变[9]。

连续动态位移测量，是用实时比例法或利用对物体作逐次瞬时脉冲照明的二次曝光法。实时比例法的优点是，用它可以按照“活的”干涉条纹图借助于快速照相机观测和摄录变形的过程，例如在冲击荷载作用下。

相对变形 ε 的确定，是利用变形引起的线性位移测量场的微分进行的。如果按零件表面的法线测量位移 w （例如挠度），那末只能用间接的方法利用所测位移与待求应变之间的微分关系或数值关系（这应该是知道的）来求得应变。例如在受弯梁或板情况下

$$\varepsilon_x = Z_0 \partial^2 w / \partial x^2,$$

式中 Z_0 ——从中心层到所考察的点的

距离。

对于直接测定相对应变可以应用全息摄影方法，用此方法可以测量与变形零件表面相切的平面内的线性位移。这就可能应用散斑干涉法或为此拟定的全息干涉法布置图来完成[9]。按照其中之一的方法同时使二张全息图以与表面法线（从二侧）相同的角度 θ 曝光。平面（沿零件表面与观测平面的相交线与零件表面相切）上的位移根据下列表达式确定：

$$S = (\lambda/2)(N_1 - N_2) / \sin\theta, \quad (4)$$

式中 N_1 和 N_2 ——每一张全息图上的条纹级数。在与法线成同一角度 θ 的两个方向上照明时和在一张全息图上形成带有条纹的波纹图，其条纹级数等于 $(N_1 - N_2)$ 。

散斑干涉测量示意图列于图9，这种布置仅对照明光束平面内的横向位移灵敏。为了按此布置用实时比例法测量，将显影的散斑图返回到夹持器，起暗屏蔽的作用，并在物体不动条件下阻碍来自具有散斑点区域的光通过。变形表面的散斑图不与本身的暗影像重合：强度发生降低，而在透过全息图观测时会看到干涉条纹。条纹级数用下列关系式与上述位移 S 的大小相联系：

$$2S \cdot \sin\theta = N\lambda \quad (5)$$

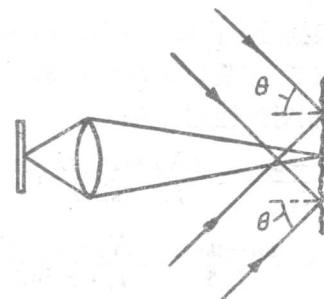


图9 测量平面内的位移分量的示意图

如果选择好能为照相机分辨的影像颗粒尺寸而利用电视记录系统，则可以自动减少二张散斑图[16]。如果电视屏的分辨率为50线/毫米，那末，这就限制着所测变形的上限，其值为 $17 \cdot 10^{-5}$ ，但是，改变测量布

置，其值可提高到 $170 \cdot 10^{-5}$ 。条纹合成图的反差度用抑制低频背景强度的高频滤光镜来提高。最后的信号用视频磁带录音机记录，以保证实时比例法记录。

如果表面为平面，则采用二重照明的上述方法。所确定的最小位移相当于某一干涉条纹，为了提高灵敏度倾斜其中一个照明光束的波阵面，使得有可能计算小数条纹。在表面上测量的最小伸长率约为 0.1λ ，相当于基长10毫米时相对变形为 $1 \cdot 10^{-5}$ 的灵敏度。这比金属丝应变测量所得灵敏度低 $9/10$ ，比云纹法的灵敏度大约高49倍。

根据所测位移确定相对变形所必须的微分，在简单情况下用图表法根据几组点来进行。为了近似估计变形大小，将所得具有微小剪切和转动的位移的条纹图原样和复印图叠加，并观测云级条纹，这些条纹决定着相应的转成条纹[9]。如果得到的条纹图，给出与零件表面相切的平面内在x和y轴方向的线性位移u和v，那末在任何所选择的一点的相对线性变形 ε_x 和 ε_y 和相对剪切 γ_{xy} ，可以根据已知关系式计算：

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y};$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.$$

例如，根据给出位移u的条纹图[图10]，在利用公式(5)和基长为 l_x 和 l_y 的平均值求找点O的相对线性应变为：

$$\varepsilon_x = \frac{u_B - u_A}{l_x} = \frac{(N_B - N_A)\lambda}{l_x \cdot 2\sin\theta};$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_0 \approx \frac{u_D - u_C}{l_y} = \frac{(N_D - N_C)\lambda}{l_y \cdot 2\sin\theta} \quad (6)$$

分析所得干涉条纹图并随即进行微分，在一般情况下是复杂的。所以，新的全息测量系统，除了测量设备外，还包含有将信息输入电子计算机的装置（微量密度计或传输显象管）、电子计算机本身和得出符合要求形式的结果的输入装置。同时利用斯普雷函数对实验数据进行数值近似，用斯普雷函数可

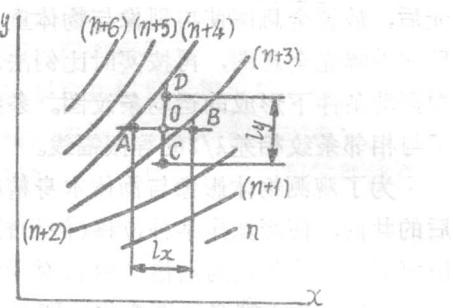


图10 为计算变形给出沿x轴方向位移u的干涉图的应用

以对求测变形完成更精确的微分。总的信息由电子计算机以数值和图表形式给出。

用光敏材料制造的透明模型测量应力，是根据全息干涉法（图1a的布置）和极光法的配合进行的。在平面透明模型上观测到的再现的干涉条纹图形状是不同的。这种形状取决于物光束和参考光束极偏状态和曝光次数，因此参考光束起着检偏镜的作用（见表格）。

二个正交偏极化方向的均衡图案条纹级数 M_1 和 M_2 ，直接与主应力 σ_1 和 σ_2 有关，并可利用下列公式把它们区分：

$$\sigma_{1,2} = \frac{\lambda}{t} \cdot \frac{AM_{1,2} + BM_{2,1}}{A^2 - B^2} \quad (7)$$

式中A和B——模型材料的光学常数，用振动试验确定，t——模型厚度。

所得影像与极化状态和曝光数量的关系

布置 方案	曝 光 量	光束极化状态		再现影 像
		物光束	参考光束	
1	1	未极化	未极化	模型的影像
2	1	平面光	平面光	等色线； 等倾线
3	1	圆光束	圆光束	等色线
4	2	圆光束	圆光束	等色线和等厚线 重合图
5	2	未极化	平面平行的 σ_1	σ_1 和 σ_2 方向的等 绝对程差线 Δ_1
6	2	未极化	同上 σ_2	同上 Δ_2

区分平面模型内的主应力还可以根据等色线和等倾线的重合图进行，但是定量分析

主应力是困难的。使试件在未受载时的曝光时间大于受载情况下的曝光时间，或者利用光敏性低的材料（例如有机玻璃）制造的模型，就适当抑制了等色线图的反差度。为了用透明模型进行测量，按平面模型直接投影于干版的聚焦影像布置研制了偏极化-全息摄影装置[18]，同时保证干涉条纹图有清晰的影像，并保证有可能白光再现。

全息干涉法可用来测量三维模型的切片。同时在曝光之间对切片退火或适当选择浸渍方法以模拟模型未受载状态。所测定的绝对程差的值单独地确定三维变形状态的张量的全部分量，但是如果模型是用“冻结”情况下通常采用的材料（其泊松比等于0.5）制造的，那么还得采用辅助计算方法来计算三维模型中的主应力的大小。

用透明模型研究动应力，可以利用脉冲激光器来进行，用这种激光器可以产生功率大的短脉冲（在其与动力过程同步条件下）。在这里如同在静力加载条件下一样，记录不同形式的干涉条纹图是可能的，根据此记录区分主应力。

处于载荷作用下的三维透明模型内部各点内的应力-应变状态可以采用散斑干涉法来估计[19]。同时干涉光的狭窄条纹在模型物体中标志出平面。由此平面散射的光产生在加载时发生变化的光斑图。分析光斑图可以求出这个平面内各点位移的大小和方向。在文献[20]中介绍了根据多束射线全息干涉法得到的数据确定物体内部介质折射指数域的方法。因为介质一点的折射指数与介质中的应力状态有关，所以在确定三维应力状态时，利用这种方法是可能的。

光学干涉*也利用激光技术和全息摄影，但与全息干涉法不同，用它确定全部反射表面在其原始状态和变形以后散射的光波一致程度（根据它们的平均光强度）。没有干涉条纹图，而用光电倍增测量的平均光强度随时间的变化也可以高精度地估计反射表面结构的变化，从而有可能发现和记录疲劳和塑性

变形过程（从它们发生开始）。本方法的基础是：在用参考光照射时，全息图衍射部分入射光，并再现物体光波，而在物体照射时，全息图再现参考光。方法的理论及其各种不同的应用介绍于文献[9]。

疲劳试验条件下的光学干涉可以按照上述文献中介绍的布置来实现。首先，一般的方法是采用准直光束的参考光波来获得试件在试验前其表面被观测部分的全息图。将经过处理的全息图调整到原先位置，而把它用作与所研究表面相配合的滤光镜。移动物光束，全息图再现平行光束，它在参考光束方向传播，并在光学接收器上聚焦。在中止试验的各个瞬时记录光学接收器发出的信号，这就可以估计出表面结构状态的变化情况。在疲劳试验中，可见裂纹出现的时间，不小于惯例，它超过信号强度开始降低以前的时间；在弹性变形条件下，再现的光束强度其变化并不明显。

应用例子

有许多出版物曾介绍过全息摄影方法应用于测定位移和进行力学试验的例子。在静态加载和动态加载以及振动作用下，在各种不同条件下，位移是用下列零件进行研究的：即在变动温度下的薄板和薄壳、涡轮机叶片和圆盘、不均匀材料制造的外壳和联接头；在压力加工下的金属半制品；用透明玻璃限定的空间内的元件；以及水下试验的物体等。在某些文章中，根据所测定的位移确定了应变、截面内的作用力和应力。在对不同材料制成的结构组件、部件和试件力学试验中，确定了材料的特性，研究了在不同条件下和各种加载条件下变形和断裂的过程，检查了缺陷和裂纹的形成[1, 2, 7, 9, 15, 21-23]。

列举若干例子：

注：* 简短介绍光学干涉方法以便在力学试验中能将这种方法与全息干涉方法对比。

位移，变形，应力和振动。复杂形状物体中三维位移的确定在文献[24]中介绍，文中求出了直径93毫米、承受集中力作用的圆柱壳中一般位移矢量的轴向分量 u ，周向分量 v 和径向分量 w 。根据任何一个分量从最大灵敏度的条件出发选择了布置图。在垂直和倾斜准直照明光束条件下，用二张全息图方法测量了位移 w ，位移的最大值为5微米。 v 的测量要求对倾听照明光束条件下制造的同一张全息图从四个不同方向观测。为了提高条纹级数的测定精确度，曾应用了光密度计；用最小乘方法使误差最小化。轴向位移 u 的值（百分之一微米）是在方法灵敏度限值以外。在论文集[17]中考察了位移、变形和应力的渐逐确定，用简单例子说明电子计算机对处理实验数据的应用。文献[25]给出了估算应力问题的综合解，这解是通过实验确定变形（用于确定实际边界条件）和接有限元法进行的计算相结合而求出的。在文献[26]中介绍了在金属压力加工过程中研究中全息干涉法对测量弹塑性变形的有效应用。当试件固定不动，而（用钢索悬吊的和产生轧制作用力达10吨的）机座连同轧辊位移时，轧制过程的倒转保证试件不出现相对全息布置元件的刚性位移。利用了二次曝光方法；位移测量精度为1微米。通过塑性变形过程的研究可以得到用于拟订新工艺过程和使设备现代化的数据。

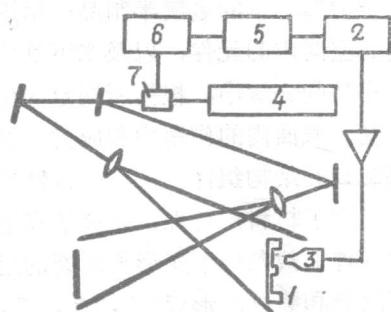


图11 用于研究振动参数的装置布置图

以钢梁在机械冲击下观察其变形波为例，考察了全息干涉法对研究不稳定动态变

形的应用[27]。研究了冲击时间和接入脉冲红宝石激光瞬时放电子同步布置线路。所研究物体的张拉形状要求采用圆筒形光学仪器。获得了确定钢梁中弹性波在不同时间间隔（25, 60, 90微秒）传播的条纹图。

在实验力学中关于应用全息干涉法的大部分著作是解决振动问题。文献[28]中示出了充分分析振动的此方法的某些方案之综合利用，例如带有刚性肋条的矩形板（200×200毫米）形状的模型（图11中的1）。振动是由声发生器2通过传声器3激励的，频带为70赫至13千赫。通过脉冲发生器5、相位延迟装置6和鲍克尔盒7，实现与脉冲激光器的同步化。将实时比例法与频闪照明相结合，可以在不同激振水平情况下和在选择的振动循环周期内，在整个频率范围内进行研究。

文献[29]研究了竖直布置照明光束的工业用全息摄影装置，它被用来研究尺寸达60厘米的航空结构零部件。这种装置在使用维修方面是紧凑和方便的。从1到33千赫频率条件下的激振，借助于压电元件来实现，压电元件贴于被试验零件的背面。节线和振幅分布图用平均法求出，谐振频率用实时比例法求出。在上述文献中介绍了长75和160毫米的涡轮叶片，直径260毫米的涡轮圆盘以及带有一组叶片的圆盘。

可以认为圆柱型齿轮和一般齿轮的振动研究是确定机器组件振动的实例[30]。激振是借助于压电振动器，或者在振动器联杆中心安装齿轮（轴向振动）条件下，或者在振动器与轮缘一点联接（径向振动）条件下实现的。用平均法对所考察的齿轮结构，确定了固有振动的振型和频率，范围在从2到20千赫之内。

文献[31]中叙述了全息振动测量用于运动物体的经验，研究了推进器螺旋桨旋转时的振动。测量的特点是，全息图与所研究的物体刚性相联，一起旋转。实验结果表明，第一振型的频率取决于旋转速度，旋转速度为0到38弧度/秒。

力学试验，裂纹和缺陷的观测。全息摄影可以在不同条件下确定力学特征时用来以非接触方式测量变形。文献[32]中根据同一张干涉图确定了纵向弹性模量E和泊松比 μ ，此干涉图是在与弯曲板试件拉伸表面垂直的方向照明和观测条件下经二次曝光得到的。 μ 值是根据条纹图跨中处等挠度双曲线渐近线之间的角度 α ，利用公式 $\mu = \tan^2 \alpha / 2$ 确定的。文献[33]中 μ 值干涉测量的误差估计为1%。

文献[34]中，根据几百小时以实时比例法观测到的、刚性测力计中变形的变化，研究了承受扭转作用的弹簧钢条的松弛过程；全息干涉测量的灵敏度为附加力矩值的0.001%，然而在利用张线式应变计时，此灵敏度约为0.5%。

在研究应力腐蚀过程条件下观测到试件表面的位移，它是在形成裂纹条件下由于应力消除产生的。观测通过随后曝光或实时比例法进行。此方法特别灵敏，因为它可以在裂纹扩大到可被观测到的显微尺寸之前发现裂纹的形成[9]。在被视作随机过程的变形条件下，晶格结构各个显微单元方位变化的记录方法和工具，在文献[35]中作了描述，记录方法和工具以全息干涉法配合X射线衍射为基础。全息干涉法还被用于通过逐层腐蚀的方法来确定ЭИ617钢制试件表面层中的残余应力[36]。残余应力按所测试件上表面的位移并利用介绍过的公式来计算。

所研究的测量方法还用于求解断裂力学的问题。实时比例法用于研究铝合金试件在低周加载和间断(蠕变)加载下其狭窄切口(裂纹)顶端的微小塑性变形区域[37]。当条纹密度达到可见度极限时，在同一载荷条件下制作新的参考全息图。文献[38]中，用甲基丙烯酸甲酯薄平面模型(用透射光会得到等厚线)根据其几何参数和边界条件，确定了裂纹端的应力强度因子 K_1 及其有效长度。

在运用光学相互作用时发现了疲劳效应，而且在这种情况下试件不要求对测量表面作任何加工处理。图12是在谐振频率(变形幅值为 3.4×10^{-4})条件下对铝板作疲劳试验下作出的。光学相互作用的信号取决于照射区结构所有变化的平均值(照射区直径达50毫米，从试件到全息图的距离约为1米)，其记录有三个阶段：在几千次循环的初期，相当于强化过程，强度降低(不取决于应力水平)；循环数很大过程中强度不变，相当于裂纹生长的潜伏期；裂纹达到临界尺寸瞬时强度连续降低[39]。在可见裂纹形成时得到的图12上的点1和2分别表示试件背面和被观测面。在放大200倍时裂纹目视观察相当于相干强度从初始值降低达20%。裂纹在试件不同区域的产生可以采用试件表面局部涂层的办法进行记录。研究是在应力幅和表面状态不同情况下进行的。过程的记录可以采用示波器进行[21]。

应用全息干涉法，并根据干涉条纹的无序性和断面图或者根据所检验的零件和无缺陷零件在同一载荷下所得条纹图的对比，可发现制件内部的裂纹和缺陷(砂眼，分层，夹杂等等)。因为，均匀场中的缺陷会产生明显的应变集中，但远离缺陷处应变集中很快减弱，观测表面缺陷时要求在弹性极限范围内应用适当选择的载荷。试验在实验室和生产条件下进行。

以槽钢中直径7毫米的孔眼区域产生裂纹为例表明，利用一般的全息摄影装置来发

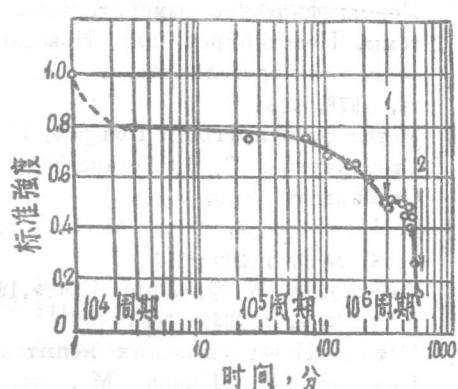


图12 疲劳试验中干涉信号强度变化的例子

现显微裂纹是可能的[9]。

据图中条纹的不连续性可以观测起自0.2毫米裂纹的形成。图13表示长为5毫米的径向裂纹条件下的条纹图。类似的研究是借助于放大倍数不大的显微镜进行的，显微镜被安装在以实时比例法观测的试件影像附近。可以看出，发现微裂纹的所用方法，在灵敏度方面优于涡流法和X射线法。

全息摄影法还用于发现需要检验的层状结构和复合材料中的缺陷。在上述情况下的主要缺点是，在层和层之间或在纤维和基体材料之间没有联结。测量是在施加下列载荷条件下进行的：从表面加热，分布压力，真空或振动载荷。在文献[9]中在层状结构中发现在2毫米深处理藏的直径5毫米的缺陷；利用参考光束的相位和频率调制，将测量位移的灵敏度从0.3提高到0.005微米，这就可以发现更微小的缺陷，以及位于很大深度处的缺陷。在检验层状复合材料时，实现了声激谐振，为了确定缺陷的位置、尺寸、形状和埋藏深度，对比了薄膜和弯曲受试试件和检验了试件的振型（用缺陷编制程序的办法）。应用了平均法和实时比例法。

作为在实物条件下进行研究的例子可以指出下列研究：用ЦДМЛ试验机对机翼实物壁板作的抗拉(1000/1500)试验(照明区尺寸为0.5米)[40]；长150厘米宽45厘米推进器叶片振动加载条件下的疲劳试验，并借助脉冲激光器进行测量[22]；飞机库中直升机壳体静力和动力受载的研究，在研究中应用的光学装置，在全息图配置距离约为3.5米条件下，其研究区域的大小达10米²[22]。

所介绍的例子表明，全息干涉法在其发展到现代水平条件下，在求解力学试验范围宽广的问题中得到了有效的应用。现在全息干涉法得到了进一步的发展，包括提高测量系统抗干扰能力、增大测量距离和被研究区域大小、测量数据处理自动化、在试验技术中消除光学过程。全息干涉测量方法和技术的发展扩大了它在实验室力学试验和生产

中的应用。

参 考 文 献

- [1] Кольер Р. и др., Оптическая голография, М., «Мир», 1973, с.686
- [2] Гинзбург В. М. и др., Голография. Методы и аппаратура, М., «Советское радио», 1974, с.376
- [3] Александров Е. Б. и др., ЖТФ, 1967, Т.37, №2, Р.360—369
- [4] Sollid G. E., «Appl. Opt.», 1969, V. 8, №8, P.1587—1595
- [5] Dhir S. K., «Exp. Mech.», 1972, V.12, №7, P.323—327
- [6] Солодкин Ю. Н., «Автометрия», 1973, №5, с.64—68
- [7] Власов Н. Г. и др., В кн. Материалы VI Всесоюзной школы по голографии. Л., изд. Ленинградского института ядерной физики, 1974, с.259—268
- [8] De Larminat P. M. и др., «Exp. Mech.», 1976, V.16, №7, p.241—248
- [9] Erf R. K. (ред.), Holographic Nondestructive Testing, K. Academic press, N.Y., London, 1974, p.442
- [10] Der V. K. и др., «Exp. Mech.», 1974, v.14, №7, p.286—289
- [11] Prior T. R. и др., «Appl. Opt.», 1972, V. 11, №2, p.308—318
- [12] Archbold E. и др., «Optica Acta», 1972, v.19, №4, p.253—271
- [13] Stetson K. A. и др., «J. Opt. Soc. Am.», 1965, v.55, p.1593—1598
- [14] Белгородский Б. А. и др., «Автометрия», 1972, №1, с.38—45
- [15] Листовец В. С. и др., ЖТФ, 1974, Т.14, №7, с.1343—1371
- [16] Denby D. и др., «J. of Strain Analysis», 1974, v.9, №1, p.17—43
- [17] Голографические измерительные системы, Новосибирск, изд. Новосибирского электротехнического института, 1976, с.65
- [18] Метод фотоупругости Под ред. Н. А. Стрельчука и Г. Л. Хесина Т.2, М., Стройиздат, 1975, с.366
- [19] Barker D. B. и др., «Exp. Mech.», 1976, v.16, №6, p.209—214
- [20] Sweeney D. W. и др., «Appl. Opt.», 1973, v.12, №11, p.2649—2663
- [21] Методы Неразрушающих испытаний, Под ред. Р. Шарпа, М., «Мир», 1972, 494с.

用激光测量漫反射面的变形

全息照相及散斑的应用

山口一郎

1 前言

激光不仅具有很高的相干性还具有高的能量。新的检测方法之一就是利用这一性质测量变形的。它最显著的特点是很容易以光学的精度测出漫反射面的变形。测量方法大致可分为三种，即全息干涉法、散斑干涉法及散斑照相法。无论哪一种方法，今后在各个领域中都将被应用。这里所说的变形系指对物体施加应力时，其表面各点显出的变位分布，并非单纯的形状变化。上述各个方法

- [22] The engineering uses of coherent optics. (Proceeding of a conf., University of Strathclyde, April, 1975), Cambridge University Press, 1976, 769 p.
- [23] Материалы VIII Всесоюзной школы по голографии, Л., изд. Ленинградского института ядерной физики, 1976, 348 с.
- [24] Sciammarella C. A. 等, «Exp. Mech.», 1974, v.14, № 6, p.217—224
- [25] Balas J. 等, In: Intern. Conf. on ESA, Udine (Italy), 1974, p.173—184
- [26] Целиков А. И. 等, «Проблемы прочности», 1976, № 6, с.110—114
- [27] Robertson E. R. 等, «J. of Strain Analysis», 1974, v. 9, № 1, p.44—49
- [28] Hazell, C. R. 等, «Exp. Mech.», 1973, v.13, № 8, p.339—344
- [29] Hockley B. S. 等, «J. of Mech. Engin Science», 1970, v.12, № 1, p.37—47
- [30] Шорр Б. Ф. 等, «Вестник машиностроения», 1977, №12, с.13—15
- [31] Sicora J. P. 等, «Exp. Mech.», 1974, v.14, № 7, p.260—265
- [32] Jones R., «J. Strain Analysis», 1974, № 1, p.4—8
- [33] Foster C. G., «Exp. Mech.», 1976, v.16, №8, p.311—317
- [34] Hunter C. R. 等, «Exp. Mech.», 1975, v.15, № 4, p.153—160
- [35] Axelrad D. R. 等, In: Proc. Intern. Symp. Waterloo (Canada), 1972, p. 387—401
- [36] Сегезев В. Г. 等, «Заводская лаборатория», 1976, № 6, с.739—741
- [37] Dudderar T. D., «Exp. Mech.», 1969, v.9, № 6, p.63—71
- [38] Dudderar T. D. 等, «Exp. Mech.», 1976, v.16, № 8, p.300—304
- [39] Marom E. 等, «Inter J. of Nondestructive Testing», 1971, v. 3, p.171—187
- [40] Волков И. В., В кн: Материалы VII Всесоюзной школы по голографии, Л., изд. Ленинградского института ядерных исследований, 1975, с.305—318

(陈芝瑾译自《Заводская лаборатория》, 1978, № 6; 魏启鲲校)

应的细小的斑点。这种斑点随着波面向空间传播而改变其粗细度。这时不仅波面的形状，就是振幅的分布也变得不规则。实际上这种不规则性作为全息干涉条纹的弯曲波及散斑图是可以见到的。

全息干涉法是1965年开创的技术，它以全息图为媒介，使物体变形前和变形后的反射波面发生干涉^[1,2]。由于物体的变形，波面形状发生变化，但细微结构所赋与的斑点大体上原原本本地保留下来。因此用干涉法摄录波面形状的差异，斑点便消失了，仅观测到变形的效果。然而这种不规则的斑点仅限于在特定的位置上能抵消。在其他地方这些不规则的斑点由于其间存在横向偏移，所以抵消效果是不完全的。此时表示变形的干涉条纹不清晰，尤其横向偏移超过斑点的平均大小时，条纹就全部消失，只留下散斑图，这种情况称之为条纹的定域性。

用散斑干涉法可以观测使变形前和变形后的物像中呈现的散斑图互相重合时所产生的条纹，也就是可以观测到该两种不规则图样之间相当于云纹条纹部分^[3,4]。用这种方法必须要有将变形引起的物波面形状的变化转换成散斑图样的变化也就是振幅变化的过程。为此目的就是利用参考波与物波干涉所得到的散斑图样。作为参考光既有来自固定的漫射面或镜面的反射光，也有被测物体的自身像。用后者使照射方向或观察方向不同的同一物体的两个像进行干涉时所产生的散斑图重合。

最后一种是散斑照相法，系找出伴随物体变形的散斑移动的方法^[5,6]。散斑移动等于上述波面不规则斑的横向移动。可用一张胶片对变形前后的物波进行两次曝光。用激光束照射该底片的各部分时，由于来自互相偏离的二组散斑图样的衍射光相互干涉，所以在与底片相离的面上呈现出平行的等间隔的条纹图样。测量出该条纹的间隔和方向就可以知道散斑移动的大小和方向，这样就可以求出物体的变形。而且，对底片进行滤波

还可得到向特定方向的散斑移动的等高线^[7]。

2.2 特点及问题

上述诸方法的共同特点是：（1）完全无接触的测量；（2）可求出两个状态之间的净变形；（3）测定灵敏度因方法不同而异，但很容易测出所用波长的几十万分之一到几百倍范围内的变位；（4）可同时显示出一个点一个点的变位和范围广泛的变位分布。无论在哪种情况下，数据都是在记录漫反射光时收集的。

目前存在的问题是：（1）同高灵敏度的矛盾，由于检测系统要求有极严格的规定性，因此应用范围受到限制。（2）作为定量测量方法尚未完全肯定下来。其原因之一就是通常被观测的条纹图样的性质与物体变形的关系很复杂。（3）由于全息图和散斑图具有很高的信息密度，一般采用照相方法有碍于实行观测方式的机动化和自动化。

3 全息干涉法

3.1 方法概要

在同一张全息图上二次重复记录物体变形前后的漫射光，则两者的光可一起再现出来。通过这些光的干涉可观测到表示两个漫射光波之间的相位差的等高线的干涉条纹。这就是二次曝光法。由于所得的条纹是在记录全息图时确定的，故称之为冻结条纹。另一种实时法（活条纹法）是在全息图上只记录变形前的物体并使其准确地复位，并同时照射物体与全息图。这时全息图的再现光与物体的漫射光相干涉，如物体发生变形时，就可即时见到表示变形大小的条纹。

全息照相术的光源一般使用氦氖或氩离子等连续振荡的激光器。二次曝光法也可使用脉冲激光器。被观察的干涉条纹，不仅对物体的变形有影响，对光学系统的变化也有影响，因此应特别注意。当物体变形连续发

生时，可用双脉冲激光器对上述影响进行最简便的控制。当前所用的红宝石激光器，其脉冲宽度为20毫微秒左右，间隔可在1微秒至1毫秒之间变动，每一个脉冲能量为1—100焦耳左右^[8]。

采用实时法时，若不把全息图准确地复位至拍摄的位置上，就测不到净变形。为此，将全息干板置于水槽中曝光，并把水与显影液交换后，在拍摄位置上进行显影。另外用热塑胶片时，必须考虑到由于受热干板膨胀的影响^[9,10]。

3.2 干涉条纹的解释

3.2.1 条纹的特点

用全息干涉法观察的条纹的一例，如图1所示。这是涂有白漆的钢板纯弯时产生的条纹。板宽30毫米，厚5毫米^[10]。从照片上可以见到干涉条纹通常具有如下性质：

(1) 初看上去，条纹的强度分布似乎很平滑，可是将其放大之后就可观察到散斑图样。条纹的明亮部分散斑很多；相反，黑暗部分散斑则很少。因此作为可见干涉条纹的则是散斑结构均匀的强度分布。

(2) 条纹在空间呈三维状态分布。也就是在有限的空间范围内条纹才清晰地出现。若离开该范围就只能观察到同样的散斑图样。这种性质(条纹的定域性)与通常的干涉仪采用漫射光源时所了解的现象相类似。不过采用漫射光源时，一般看不到散斑，这一点是不同的。出现最清晰条纹的位置叫做定域位置，它与物体的照射条件、变形类型和观察系统的配置等均有关系。

3.2.2 条纹的种类

根据定域位置，干涉条纹可分为二类，仍使用以前采用的干涉法时所用的各自的名称^[11]。第一类条纹在物体表面上乃至在其前后附近都可以见到，叫做等厚干涉条纹。图1(略)为其中一例，示出了垂直于物体的变位等高线。由此可见，等厚干涉条纹表示引起变位场变化的转动和应变。第二类条纹

叫做等倾干涉条纹。它集中在把物体作为镜面产生的照射光源的像附近。例如用平行光照射物体时显现的无穷远的条纹就是这样。这种条纹是由于物体的平移而产生的。这两种类型的条纹的定域位置在物体同时受到平移、转动和变形时，变得稍复杂一些。关于这一点下面还要详细说明。

3.2.3 条纹的形成

3.2.3.1 概说

关于物体变形与干涉条纹性质的关系，尤其是与定域性的关系，曾在全息干涉法创始初期做过很多研究^[12-47]。所用方法大致有以下两种。第一种方法为光线追踪法，即计算经过变形前和变形后物体对应点，从光源点至观察点的对应光线之间的光程差。第二种方法是用波动光学的方法计算出条纹的强度分布。漫反射光的传输则采用波动场的平面波展开法和Huygens-Fresnel原理。由于只能用统计的方法记述物体的细微结构，因此为得到条纹的强度分布必须进行略为均匀的操作。第一种方法既直观又简单，但变形局限于由平移和转动构成的刚体运动，而且求得的定域位置只不过是用第二种方法时条纹能见度(条纹的反差)为1时的位置。第二种方法可以处理包括产生一般应变的物体的变形，观察位置也容易找到。也可以计算出三维空间的条纹形状及其能见度的分布状况。不过计算稍为复杂。下面作者从分析的角度对条纹形成的理论概念作一介绍^[45,46]。

3.2.3.2 基本想法

条纹的观察系统一般地如图2所示。设S为激光发射点，变形前物体的平均面为O₁，附近的物体平面为E₀，其上面的点用r来表示。O₁形状也就是物体初始的形状，由a₁(r)给出。若设a(r)为由变形产生的物体各点的变位时，变形后的平均面则为O₂。若设从r划到S的矢量为L_s(r)，照射光的强度分布为I₀(r)，那么O₁，O₂上的照射光的复数振幅分别为：

$$u_{s1}(r + a_1) = \sqrt{I_0(r)} \exp[ik|L_s(r)|]$$

$$-\mathbf{a}_1(\mathbf{r})] \quad (1)$$

$$u_{s2}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}) = \sqrt{I_0[\mathbf{r} + \mathbf{a}_T(\mathbf{r})]} \exp$$

$$\times [ik|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}) - \mathbf{a}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{a}(\mathbf{r})|] \quad (2)$$

\mathbf{a}_T 为物体平面内的变位分量。其次 O_1 , O_2 上的漫反射光的复数振幅由 u_{s1} , u_{s2} 乘以对应于微细结构的反射函数 $\exp[i\phi(\mathbf{r})]$ 得出。另外, 观测区域内, 变形前和变形后的复数振幅 $U_1(\mathbf{R})$, $U_2(\mathbf{R})$ 分别是 O_1 , O_2 反射光复数振幅的叠加由下式示出:

$$U_1(\mathbf{R}) = \int u_{s1}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_1) \exp[i\phi(\mathbf{r})] \times K(\mathbf{R}; \mathbf{r} + \mathbf{a}_1) d^2\mathbf{r} \quad (3)$$

$$U_2(\mathbf{R}) = \int u_{s2}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}) \exp[i\phi(\mathbf{r})] K(\mathbf{R}; \mathbf{r} + \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}) d^2\mathbf{r} \quad (4)$$

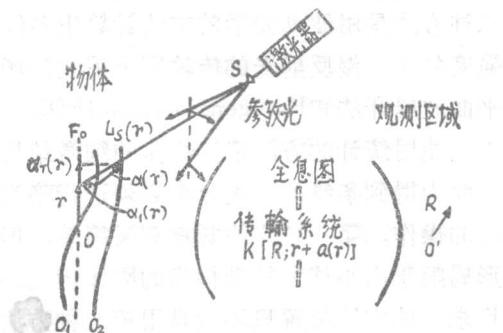


图 2 全息干涉法条纹观察系统的一般表示。

S : 照明物体的点光源。 O_1 , O_2 : 依次为变形前、后的物体平均面。 E_0 : 物体平面。

上式中 K 是振幅等于 1、相位为 0 的单色点光源置于 O_1 或 O_2 点时在 \mathbf{R} 中产生的复数振幅, 通常叫做传输函数。式(3)、(4)的积分本来理应沿 O_1 和 O_2 上进行, 但只要各个面对 E_0 不太倾斜时, 即使在 E_0 上进行同样也可以得到非常近似的值。

传输函数是根据物体和观测点的相互位置决定的。为了求出该函数, 正如通常对条纹形成的讨论那样, 可以省略全息图去考虑 (参阅图 2)。也就是假设来自全息图的记录时的波是原原本本地再现出来的。在等倾干涉的情况下, 由于观察面位于距离物体很远的地方, 所以采用以抛物面波近似球面波的值作为传输函数。此外, 在等倾干涉的情

况下, 由于物体的像平面附近能够观察到条纹, 所以由成像系统的光圈 (透镜或全息图光圈) 形成的单色点光源的衍射像复数振幅即为传输函数。

干涉条纹的强度等于 $I(\mathbf{R}) |U_1(\mathbf{R}) + U_2(\mathbf{R})|^2$ 。该 $I(\mathbf{R})$ 表示来自(3)、(4)式中 $\exp(i\phi)$ 的统计值的波动。这个波动不是别的, 正是散斑, 这是由于从不同的物体上散射的光, 以不规则的相位关系相互进行干涉的结果。但是我们通常所能观察到的条纹结构常常远比散斑粗大, 在观察的时候, 对 $I(\mathbf{R})$ 的空间的平均化能自动地完成。该空间平均在数学上作为与 $\exp(i\phi)$ 有关的集合平均 $\langle I(\mathbf{R}) \rangle$ 来计算。因此观察到的条纹强度则为:

$$\langle I(\mathbf{R}) \rangle = \langle |U_1|^2 \rangle + \langle |U_2|^2 \rangle + 2R\langle U_1 U_2^* \rangle \quad (5)$$

右方第 1、2 项一般地来说是恒定值, 条纹的形状和能见度是由第 3 项决定的。当物体表面的结构十分微细, 在 $\exp(i\phi)$ 的有关领域内(3)、(4)式的其他函数为恒定时, (5)式的干涉项是从同一点散射的光之间的干涉的重叠, 则:

$$\begin{aligned} \langle U_1(\mathbf{R}) U_2^*(\mathbf{R}) \rangle &= \int K[\mathbf{R}; \mathbf{r} + \mathbf{a}_1(\mathbf{r})] \\ &\times K^*[\mathbf{R}; \mathbf{r} + \mathbf{a}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{a}(\mathbf{r})] \\ &\times \sqrt{I_0(\mathbf{r}) I_0[\mathbf{r} + \mathbf{a}_T(\mathbf{r})]} \exp \\ &\times \{ik[|\mathbf{L}_s(\mathbf{r}) - \mathbf{a}_1(\mathbf{r})| - |\mathbf{L}_s(\mathbf{r}) - \mathbf{a}_1(\mathbf{r}) \\ &- \mathbf{a}(\mathbf{r})|]\} d^2\mathbf{r} \end{aligned} \quad (6)$$

另外, (5)式的平均强度除去常量系数, 可写为:

$$\langle I(\mathbf{R}) \rangle \propto 1 + \Upsilon(\mathbf{R}) \cos[\phi(\mathbf{R}) + \alpha(\mathbf{R})] \quad (7)$$

Υ 为条纹能见度, 取 0 至 1 之间的值。余弦函数的变量与条纹形状有关, 整数 N 满足 $\Phi(\mathbf{R}) + \alpha(\mathbf{R}) = 2N\pi$ 时, \mathbf{R} 的轨迹为亮条纹。 α 是与 Υ 变化有关的缓慢变化的函数, 故可把 $\Upsilon \exp(i\alpha)$ 称为复合能见度。其具体形状将在下面加以叙述。对比物体与光源点以及物体与观察点的距离, 当 a_1 , a 较小时,