

固体火箭发动机

[苏] A. M. 维尼茨基 著

俞金康 刘鍾毓 译

葛伟明 张吉瑞

国防工业出版社

内 容 简 介

本书论述了固体火箭发动机的一般原理和计算方法,应用导热和质量微分方程组,以一元流方法描述了固体火箭发动机燃烧室和喷管中燃烧产物的运动。分析了由于装药参数随机偏差和系统偏差而引起的固体火箭发动机内的燃烧特征误差和输出特征散离。详细地分析了发动机特性和推进剂特性对火箭理想速度的影响。

书中还阐述了喷管造型方法,二相燃烧产物运动的特征及固体火箭推进剂装药的计算和设计。

本书可作为高等院校的教学参考书,亦可供从事火箭技术方面的专业人员参考。

РАКЕТНЫЕ ДВИГАТЕЛИ
НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ
Москва «Машиностроение» 1973

固 体 火 箭 发 动 机

[苏] A. M. 维尼茨基 著

俞金康 刘锺毓 译
葛伟明 张吉瑞

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
上海商务印刷厂排版 国防工业出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 10 3/8 273 千字

1981年2月第一版 1981年2月第一次印刷 印数: 0,001— 1,400册

统一书号: 15034·2032 定价: 1.30元

目 录

第一章 固体火箭发动机的基本知识及其应用范围	1
§ 1.1 固体火箭发动机发展简史	1
§ 1.2 喷气推进 固体火箭发动机	2
§ 1.3 固体火箭发动机的优缺点	5
§ 1.4 固体火箭发动机的分类	7
第二章 固体火箭发动机中气体运动的微分方程	9
§ 2.1 燃烧产物沿装药燃烧面的运动方程	10
§ 2.2 简化的气体稳态流的方程组	15
§ 2.3 有关气体动力学函数的一些知识	20
第三章 固体火箭发动机燃烧室中推进剂燃烧产物的运动	29
§ 3.1 燃烧产物在通道截面突变时的运动	30
§ 3.2 推进剂燃烧产物在圆柱形装药通道中的运动	34
§ 3.3 推进剂燃烧产物在非圆柱形装药通道中的运动	46
§ 3.4 推进剂燃烧产物在喷管前腔中的运动	49
第四章 固体推进剂燃烧产物在喷管中的运动	51
§ 4.1 推进剂燃烧产物在几何喷管中的运动	51
§ 4.2 喷管造型原理	61
§ 4.3 推进剂燃烧产物在喷管中的二相流	80
第五章 火箭发动机的推力与比推力	90
§ 5.1 以内力和外力之合力表示推力	91
§ 5.2 以动量差表示推力	93
§ 5.3 比冲和积分平均比冲	97
§ 5.4 推力公式分析	99
§ 5.5 固体火箭发动机工作过程中的损失	106
§ 5.6 喷管在非设计状态下的工作	112
第六章 固体火箭发动机参数对火箭理想速度的影响	122
§ 6.1 火箭在弹道主动段上的运动速度	122

§ 6.2	比冲和火箭质量数变化影响的估算	126
§ 6.3	固体火箭发动机结构质量系数变化影响的估算	128
§ 6.4	相对烧蚀质量变化影响的估算	129
§ 6.5	推进剂密度对火箭理想速度的影响	134
§ 6.6	燃烧室的推进剂装填系数 e_W 对火箭理想速度的影响	137
第七章	固体火箭发动机中的换热	139
§ 7.1	换热的一般概念	139
§ 7.2	固体火箭发动机中的对流换热	143
§ 7.3	固体火箭发动机中的辐射换热	149
第八章	固体火箭发动机燃烧室中推进剂燃烧产物的压力 和温度变化	153
§ 8.1	点火器装药类型和装药质量的选择	153
§ 8.2	计算点火器火药量的简化法	162
§ 8.3	点火器燃烧产物的压力变化	164
§ 8.4	端面燃烧装药固体火箭发动机燃烧室中推进剂燃烧产物 的压力变化	167
§ 8.5	侧面燃烧装药固体火箭发动机燃烧室中推进剂燃烧产物 的压力变化	175
§ 8.6	燃烧室中燃烧产物参数的平均值	181
§ 8.7	推进剂完全燃尽后固体火箭发动机燃烧室中的压力变化 ..	186
§ 8.8	推进剂完全燃尽后在偏离设计状态下的推力和推力冲量 ..	188
§ 8.9	质量守恒和能量守恒方程的数值积分	189
§ 8.10	喷管临界截面区域的烧蚀对固体火箭发动机工作过程的 影响	197
第九章	固体火箭发动机弹道参数的散离及其推力控制	217
§ 9.1	固体火箭发动机弹道参数的散离	217
§ 9.2	减少固体火箭发动机参数散离的方法	222
§ 9.3	固体火箭发动机输出参数的发射前调节	224
§ 9.4	固体火箭发动机的推力调节法	230
§ 9.5	推力终止	235
第十章	固体火箭发动机的装药计算	239
§ 10.1	概述	239

§ 10.2	装药的种类	241
§ 10.3	燃烧过程中装药形状的变化	244
§ 10.4	确定所需推进剂的质量及装药燃面面积随时间的变化 规律	249
§ 10.5	装药设计时所需的原始数据	253
§ 10.6	端面燃烧装药	253
§ 10.7	单根管状装药	256
§ 10.8	多根管状装药	262
§ 10.9	套管式装药	268
§ 10.10	星形通气道装药	271
§ 10.11	槽形装药	280
第十一章	固体火箭发动机最佳参数的选择	298
§ 11.1	概述	298
§ 11.2	推进剂选择	300
§ 11.3	最佳喷管出口压力的选择	302
§ 11.4	固体火箭发动机燃烧室最佳压力的选择	305
§ 11.5	固体火箭发动机燃烧室最佳尺寸的选择	315
参考文献	323

第一章

固体火箭发动机的基本知识及其应用范围

§ 1.1 固体火箭发动机发展简史

人类应用半闭塞容器(燃烧室)排出推进剂燃烧产物产生推力而引起的运动已有近三千年的历史了。

大家知道,中国首先应用原始的火药火箭用作烟火,并用于作战。

中国古书上记载有“火箭”。如图 1.1 便是一支极简陋的火箭,它是装有火药的火箭发动机,其燃烧室由竹筒做成。



图 1.1 火箭

中国还用过“飞刀”、“飞镖”、“飞剑”。由 32 个火箭组成一组,置于同一外罩中,并只用一个公共点火器,因而名之为“单座蜂窝”;单级多组火箭叫“40 支梅花箭”、“流星火箭”、“百箭弓”、“摧毁性的飞行火箭”、“神火飞鸟”等。

中国流传着一个故事,有个中国人叫黄固的,他发明了火箭,试图借火箭上天,但他死于这次试验之中。

把火箭作为武器的设想传到欧洲大约是在公元 1250 年,从此以后,便有许多固体火箭武器用于战争,例如,在公元 1807 年英国进攻哥本哈根时就用了大约 3000 枚火箭。由于军事上的需要,火箭武器不断日益发展和完善。到了 1932 年双基火药用作固体推进剂后,使火箭性能有了很大提高,从而有可能用于空间飞行。1944 年,美国发明了复合推进剂,开辟了固体火箭发展的新领域。

1955年以后,固体火箭技术在能量和结构方面又有了新的突破,这使固体火箭的性能有可能同液体或混合型发动机的性能相比拟,并广泛地应用于军事和空间飞行方面。

§ 1.2 喷气推进 固体火箭发动机

物体在将其本身质量排入外界空间所产生的反作用力而发生的运动叫做喷气推进运动。

反作用力是与弹体一起运动着的喷气发动机产生的。喷气发动机产生的反作用力的方向与排出质量的流速方向相反。为了建立发动机的反作用力,应给发动机以工质和排出工质产生速度而需要消耗的能量。

物体在空间运动有主动式和被动式两种。主动式有两类:一类是依靠间接作用的反作用力而运动,这种反作用力以特殊工作机构(推进器)排出质量而产生,所排出质量是由某种发动机来实现的。另一类则是依靠直接反作用力而产生推力,这种反作用力是由发动机直接排出质量所产生。至于被动式运动系指物体的自由运动,在此物体上,或者无发动机装置,或者是发动机装置关闭着(例如,炮弹出膛的运动,或如发动机熄火后的火箭飞行)。

因此,直接反作用的喷气发动机是一种机件(装置),它直接利用某种形式的能量,以一定速度排出质量。排出质量的动量等于力作用在装有发动机的弹体上的冲量。

根据直接反作用的喷气发动机原理可制造出将能源及工质设在弹上作飞行器用的发动机,这类发动机叫做火箭发动机。它们的主要特点是,不用外界介质及飞行器外的能源便能建立反作用力。

但外界介质对火箭发动机的输出特性有影响,即对推力有影响。

所谓反作用力是由火箭发动机内通道壁上产生的总反作用力,即不考虑外界影响。

推力则是指由火箭发动机产生的总反作用力,减去外界压力

与喷管出口截面积之乘积。

因此,推力总是小于反作用力,并仅在一种特殊情况下,即发动机在真空中工作时才等于反作用力。

固体火箭发动机是一种直接反作用的发动机,在其中首先将固体推进剂的化学能转化为热能,而后转化为以高速排入外界空间的燃烧产物的动能。经由喷管排出燃烧产物的动量等于由发动机产生的反作用力的冲量。

在固体火箭发动机中,固体推进剂既是取得能量又是取得工质(即燃烧产物)的源泉。

下面讨论现代固体火箭发动机的基本方案(图 1.2)。现代固体火箭发动机由以下几个主要部分组成:有隔热涂层的壳体(7)、有隔热涂层的喷管底部(9)、有隔热涂层的前底(4)、有包覆层(5)的固体推进剂装药(6)、发动机中的装药固定组件(8)、点火器(3)、有活塞(11)的摆动喷管(12)、喷管镶块(13)、摆动喷管的传动装置(10)、有活塞的反向喷管(1)和压力传感器(2)。由喷管、前底和壳体焊封,构成燃烧室。

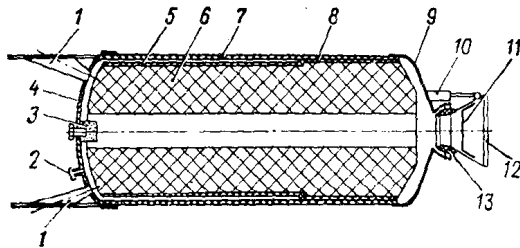


图 1.2 固体火箭发动机的结构示意图

装药可由一根或多根固体推进剂药柱组成。当需要药柱局部表面不燃烧以达到所要求的药柱燃面面积随时间的变化规律时,可将药柱的局部外表面包覆。带有镶块及推力控制机构的喷管叫做喷管组件。

点火器可直接放在固体火箭发动机内,或可作为结构的独立组件(例如自动操纵起动发动机)。在最简单的情况下,点火器由一定量的枪炮火药组成,有时掺进粗粒火药或烟火剂包装在薄层

材料中(如用花布、“刨花”丝绸等)。点火器火药借电爆管或雷管点燃,为了提高火箭发射的可靠性,电爆管和雷管两者通常结合并用。有时将点火器包封在特殊的金属罩中。在大型固体火箭发动机中,点火器设计成短燃烧时间的多药柱式装药,该装药由发烟火药和粗粒发烟火药点燃。点火器应当保证主装药燃面的全部面积点燃。

推力控制机构用于改变发动机工作过程中推力的大小和方向,以保证火箭能按预定的弹道飞行。可用摆动喷管、斜置喷管、燃气舵、喷流致偏环或特殊发动机来改变推力方向。有时为了调整推力值,可将液体或气体喷入喷管组件中。这时,由于喷射气体压缩使喷管临界截面面积变化,改变了燃烧室压力,因而改变推力值。当不对称地向喷管超音速区喷入气体时,基本上只改变推力方向。也可使用沿喷管轴向移动中心体的方法以改变喷管临界截面面积而使推力值变化。

在惯性导航系统中,用设置在导弹仪器舱内的计算机来确定火箭速度、航程及偏差。将这些参数与给定值作比较后,把相应的修正信号发送到操纵导弹的舵机上^[53]。

为了保证火箭命中目标的精度,火箭应当达到预定的空间点,并具有一定的速度和方向。达到此点时,发动机应当关机或作反向喷射。固体火箭发动机通常用推力终止法进行关机。若火箭用反向推力制动,则在固体火箭发动机上设置反向喷管,通常将它设置在燃烧室前底上。这些喷管的形状及尺寸要设计得使推进剂燃烧产物从中流出时产生的推力,与由主喷管中流出燃烧产物时产生的推力方向相反。当发动机要与火箭分离时,反向喷管产生的推力应比主喷管的推力略大一些。此外,还有一些改变火箭发动机推力值的其它方法,将在以后讨论。

装药的固定装置与固体火箭发动机的用途有关。对工作时间较短的发动机中,有时将装药支撑在挡药板上,或者设置在喷管后底的格板上。沿通气道表面燃烧的装药则应固定在燃烧室中,以消除其随机移动和破坏。

发动机和火箭的联结件与其类型有关。在多级火箭中，各级发动机相互联结着，第一级发动机要有在发射台上固定用的装置，末级发动机要与仪器舱或火箭头部联结。

当发射时可以接通雷管电路，此时装在爆炸药柱上的桥丝被加热到高温，继而点燃烟火剂。爆炸药柱上烟火剂的燃烧产物在高温时以稠密气流流入点火器的外壳内，因而将点火器的枪炮火药点燃。

点火器的火药药柱燃烧产物点燃主装药的燃面。主装药全部燃面点燃以后，发动机开始非稳态工作，这一非稳态时间通常为十分之几秒。推进剂燃烧产物充满燃烧室自由空腔（未装填固体推进剂的空间）。这时进入燃烧室的燃烧产物的每秒生成率应当大于经由喷管流出的秒流量，因此在燃烧产物所占据的燃烧室容积中，燃烧产物的密度便增加，因而燃烧室压力就升高。燃烧室中燃烧产物的压力和密度继续提高，直到推进剂燃烧产物的每秒生成率等于燃烧产物经由喷管的秒流量及填充同一时间内所燃去推进剂而空出的容积所需每秒燃烧产物之和为止。从此时起，发动机便开始了所谓准稳态工作。

装药燃面面积的选取要使燃烧室压力在燃烧结束之前能保持常值，或者按预定规律变化。若推进剂的燃烧不是人为地中断的（例如，推力终止），则装药燃烧后，燃烧室的全部容积由推进剂燃烧产物所充满，而这些燃烧产物具有表示装药燃烧结束时的某一压力，因之开始了燃烧产物由燃烧室流向外界的非稳态过程。这时燃烧室压力迅速下降。

§ 1.3 固体火箭发动机的优缺点

固体火箭发动机有以下主要优点：

1. 结构简单 推进剂在固体火箭发动机内的燃烧是在燃烧室中进行的，整个装药装填在燃烧室中，而室内无任何附加物质。推进剂燃烧产物流过装药燃面，经由喷管排入外界。因此，除摆动喷管外，固体火箭发动机中无任何其它活动部件。

2. 使用简单 固体火箭发动机的结构简单决定了其使用上极为简便。装在飞行器上的固体火箭发动机只需要作周期性的预防损坏检查。发射也简单, 点火器接通电源后, 电流将爆炸药柱桥丝加热, 继而保证点火器点燃。

例如, 从地下井发射的美国《民兵》洲际导弹, 发射台上的操作手将点火器的电路接通后, 打开地下井的舱盖, 而后再通电实施发射火箭。

3. 常备不懈 由于固体火箭发动机能长期保持在装备状态, 其发射不受四季和大气条件的限制, 对固体推进剂提出的要求是应能在一定温度范围内长期贮存。固体火箭发动机的金属和非金属构件要涂以防蚀层及湿度防护漆。点火器采用的黑色火药是吸湿性的。为了消除其中湿气的积累, 应使点火器外壳密封。

所有这些措施能保证固体火箭发动机处于发射准备状态, 而毋需进行任何特别的事前准备工作。

4. 可靠性和无故障 固体火箭发动机的工作可靠性等于诸组合件可靠性的乘积; 即 $P = \prod_{i=1}^n p_i$ 。因此, 可靠性小于1的组合件数量愈多, 则整机的可靠性愈小。因为固体火箭发动机本身结构十分简单, 并且没有复杂的组合件, 因此, 其工作可靠性极高。实际上, 现代固体火箭发动机的可靠性超过 0.99^[90]。

固体火箭发动机的主要缺点如下:

1. 现代固体火箭推进剂的能量性能和其它各种火箭推进剂相比较低, 因而相应的比冲较低。

此外, 最新最现代的固体火箭推进剂较其它火箭推进剂昂贵。

2. 推力大小和方向调节复杂。

3. 重复使用困难。

4. 装药初始温度对固体火箭发动机燃烧室压力和工作时间有显著影响, 因之使固体火箭发动机输出参数的误差增大。

§ 1.4 固体火箭发动机的分类

固体火箭发动机各自差别甚大(图 1.3)^[71], 可按用途、控制推力大小和方向的方法(有控和无控)和发射次数(一次和多次)进行分类。

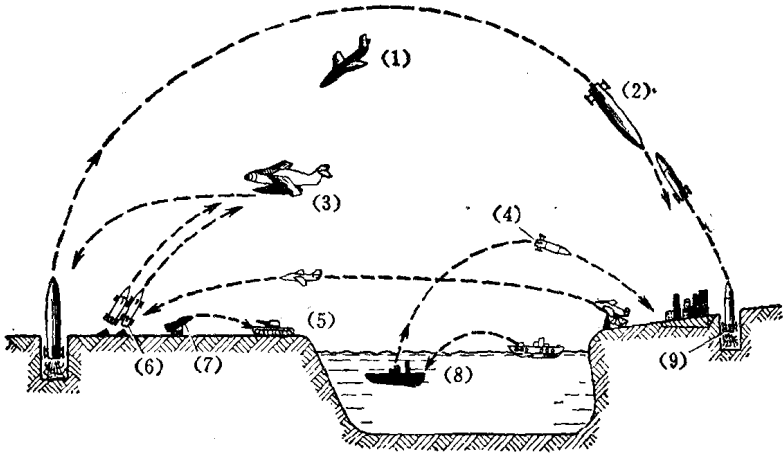


图 1.3 固体火箭发动机的分类

(1) 飞弹(空-空); (2) 弹道式导弹(地-地); (3) 飞弹(空-地); (4) 弹道式导弹(潜-地); (5) 有翼导弹; (6) 有控防空导弹(地-空); (7) 反坦克导弹(地-地); (8) 有控反潜导弹(舰-潜); (9) 反导弹导弹(地-空)

按固体火箭发动机的用途可分成以下主要几类:

I. 将有效载荷从一地发射到另一地用的固体火箭发动机(地-地, 地-水, 水-地), 按射程又可分为以下几种:

1. 近程导弹的固体火箭发动机:

(1) 战术火箭的固体火箭发动机;

(2) 有控和无控的反坦克导弹的固体火箭发动机。

2. 中程导弹的固体火箭发动机。

3. 远程导弹的固体火箭发动机, 其中包括洲际导弹的固体火箭发动机。

4. 有翼导弹用的加速和续航固体火箭发动机。

II. 将有效载荷从地面发送到空中用的固体火箭发动机(地-

空),按用途又可分为如下两种:

1. 防空导弹的固体火箭发动机。
2. 反导弹导弹的固体火箭发动机。

III. 装于飞行器上及击毁空中目标用的火箭固体发动机(空-空)。

IV. 装于飞行器上和击毁地面或水下目标用的火箭固体发动机(空-地,空-水下)。

V. 装于军舰上和击毁水下目标用的火箭固体发动机(反潜艇导弹)。

VI. 装于潜载导弹用的固体火箭发动机。这些固体火箭发动机的特点是:它们能在纵深水下外界压力大的条件下工作。

VII. 作起飞助推器用的固体火箭发动机。

VIII. 用于突然增加弹道上飞行器的速度或实施机动飞行的固体火箭发动机。

IX. 作近空或深空条件下载人机动飞行用的单个固体火箭发动机。

X. 作辅助用的固体火箭发动机又可分成以下七种:

1. 固体推进剂发生器。
2. 空运的动力供应。
3. 控制发动机。
4. 多级火箭级间分离加速用的固体火箭发动机。
5. 制动固体火箭发动机,这种发动机特别适用于飞行器或宇宙飞船的软着落。

6. 校正固体火箭发动机,当宇宙飞船偏离设计弹道时,用它调整其飞行速度和方向。

7. 飞行器定向和稳定系统用的固体火箭发动机。

XI. 宇宙飞船用的固体火箭发动机。

第二章

固体火箭发动机中气体运动的微分方程

火箭推进剂燃烧产物的化学成分与温度和压力有关。假定膨胀过程是化学平衡的,则其化学成分可通过热力学计算算出。

严格说来,在完全的化学平衡条件下,固体火箭发动机自燃烧室前底到喷管出口截面之间气体通道空间的每个点的参数是由完全确定的压力和温度表示的,而具有完全确定的分子量、密度和内能的推进剂燃烧产物的成分又与完全确定的压力和温度相对应。

有了热力计算表或热焓图表的数据,通过计算就可以描述固体火箭发动机内推进剂燃烧产物的运动过程。例如,当焓差 ΔH 为已知时,燃烧产物的运动速度可以从气体动力学的熟知关系式确定

$$V = \sqrt{2\Delta H}。$$

然而,由于在高温下化学反应进行的速度极快,燃烧产物在流出过程中并不处于完全的化学平衡状态。

许多文献 [5, 62, 63, 73] 确认,在固体火箭发动机常用的压力和温度范围内,火箭推进剂燃烧产物足以精确满足理想气体状态方程 $p v = RT$, 而比热比 $k = c_p / c_v$ 几乎不变,并可近似取为常值 ($k = \text{常数}$)。在此情况下,固体火箭发动机内燃烧产物的运动过程可用某种简便的近似方法描述。例如,当温差或压差为已知时,燃烧产物的运动速度可用熟知的关系式来描述

$$V = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

式中 T_0 及 p_0 为滞止温度与滞止压力。

应用 § 2.3 所述的气体动力学函数, 还可使计算量大为缩减。

§ 2.1 燃烧产物沿装药燃烧面的运动方程

现在，我们来研究侧面燃烧的固体推进剂装药通道中理想气体的流动。由于装药通道中诸流线弯曲微小，所以作用在气流横向上的离心力不大。因此，可以不计装药通道径向上的静压及与

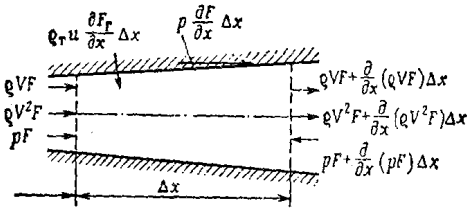


图 2.1 运动方程组的推导

它有关的全部参数的变化。这样就可以认为气流是一元流，即只与 x 坐标有关。

气流参数还与时间 τ 有关。我们选取在截面 $F(x, \tau)$ 及 $F(x + \Delta x, \tau)$ 之间，长为 Δx 的通道单元(图 2.1)。从质量、动量和能量转换的观点，来推导气体运动方程。

在时间间隔 $\Delta\tau$ 内，在所取的容积上发生的质量的变化量为

$$\Delta G = \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho F \Delta x) \Delta \tau; \quad (2.1)$$

动量的变化量为

$$\Delta(GV) = \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho V F \Delta x) \Delta \tau; \quad (2.2)$$

动能和内能 E 组成的总能的变化量为

$$\Delta E = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\rho F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta x \right] \Delta \tau. \quad (2.3)$$

在所取的容积内，由于以下诸因素发生质量、动量和能量的变化：

1. 质量的变化仅仅由于质量进入所取容积的左边界，经过通道表面并流出右边界而发生。

2. 动量的变化既由于在质量流进左边界和离开右边界，又由于分布在两边界面上及通道表面上的压力作用而发生。在所取的一段内离开通道表面的燃烧产物质量的动量，由于其量微小，可略去不计。

3. 总能的变化既由于能量经过所取段的边界入口和出口及其来自通道表面而发生, 又由于作用在各边界的压力基元功而发生。其中通道表面上的压力功也可略去不计。

在时间 $\Delta\tau$ 内, 通过所取容积左边界的的质量为

$$G = \rho V F \Delta\tau,$$

而当速度 $V_{\text{BX}} = V$ 时, 该质量的动量为

$$(GV)_{\text{BX}} = \rho V^2 F \Delta\tau,$$

总能为

$$E_{\text{BX}} = \rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta\tau.$$

在此截面上压力 p 的基元冲量和基元功相应为

$$I_{\text{BX}} = p F \Delta\tau \quad \text{及} \quad A_{\text{BX}} = p V F \Delta\tau.$$

在同一时间 $\Delta\tau$ 内, 通过所取容积右边界的的质量为(精确到一阶微量)

$$G_{\text{BIX}} = \rho V F \Delta\tau + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V F) \Delta x \Delta\tau,$$

而该质量的动量为

$$(GV)_{\text{BIX}} = \rho V^2 F \Delta\tau + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V^2 F) \Delta x \Delta\tau,$$

总能为

$$E_{\text{BIX}} = \rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta\tau + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta x \right] \Delta\tau.$$

在此截面上压力 p 的基元冲量和基元功相应为

$$I_{\text{BIX}} = p F \Delta\tau + \frac{\partial}{\partial x} (p F) \Delta x \Delta\tau$$

和

$$A_{\text{BIX}} = p V F \Delta\tau + \frac{\partial}{\partial x} (p V F) \Delta x \Delta\tau.$$

在时间 $\Delta\tau$ 内, 由通道燃烧表面 F_{r} 进入所取容积内的的质量为

$$G_{\text{r}} = \rho_{\text{r}} u \frac{\partial F_{\text{r}}}{\partial x} \Delta x \Delta\tau,$$

而该质量的能量为

$$E_{\text{r}} = \rho_{\text{r}} u \frac{\partial F_{\text{r}}}{\partial x} H_{\text{r}} \Delta x \Delta\tau,$$

式中 ρ_{r} 、 u 、 H_{r} 分别为固体推进剂的密度、燃速和焓。

在技术文献中，固体推进剂燃速与燃烧室压力之间的经验关系式为 $u = u_1 p^\nu$ 或 $u = a + bp$ ，式中 u 、 u_1 和 a 值的量纲均为毫米/秒， p 则为无量纲值，其值等于燃烧室压力（以公斤/厘米²计）。在国际单位制中， p 值要乘以系数 $1/0.0980665$ ，因此有

$$u = u_1 \left(\frac{p}{0.0980665} \right)^\nu$$

及

$$u = a + b \frac{p}{0.0980665}。$$

沿通道燃烧表面 x 轴上分布的压力 p 的冲量为

$$I_r = p \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x \Delta \tau。$$

从所取容积左边界和通道表面引入的质量值，以及由质量传递的动量和能量值中减去通过所取容积右边界所流出的各相应值，就可求得所取容积中累积的质量：

$$\begin{aligned} & \rho V F \Delta \tau + \rho_r u \frac{\partial F_r}{\partial x} \Delta x \Delta \tau - \left(\rho V F \Delta \tau + \frac{\partial}{\partial x} \rho V F \Delta x \Delta \tau \right) \\ & = \rho_r u \frac{\partial F_r}{\partial x} \Delta x \Delta \tau - \frac{\partial}{\partial x} \rho V F \Delta x \Delta \tau。 \end{aligned} \quad (2.4)$$

而与之有关的动量为：

$$\rho V^2 F \Delta \tau - \left(\rho V^2 F \Delta \tau + \frac{\partial}{\partial x} \rho V^2 F \Delta x \Delta \tau \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \rho V^2 F \Delta x \Delta \tau, \quad (2.5)$$

能量为：

$$\begin{aligned} & \rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta \tau + \rho_r u \frac{\partial F_r}{\partial x} H_r \Delta x \Delta \tau \\ & - \left\{ \rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \Delta \tau + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \right] \Delta x \Delta \tau \right\} \\ & = \rho_r u \frac{\partial F_r}{\partial x} H_r \Delta x \Delta \tau - \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho V F \left(\frac{V^2}{2} + E \right) \right] \Delta x \Delta \tau。 \end{aligned} \quad (2.6)$$

所取容积中的动量同样受作用在该容积上压力 p 的影响而变化。此变化等于力的总冲量在 X 轴上的投影：