

经全国中小学教材审定委员会
2005 年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 2-1

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



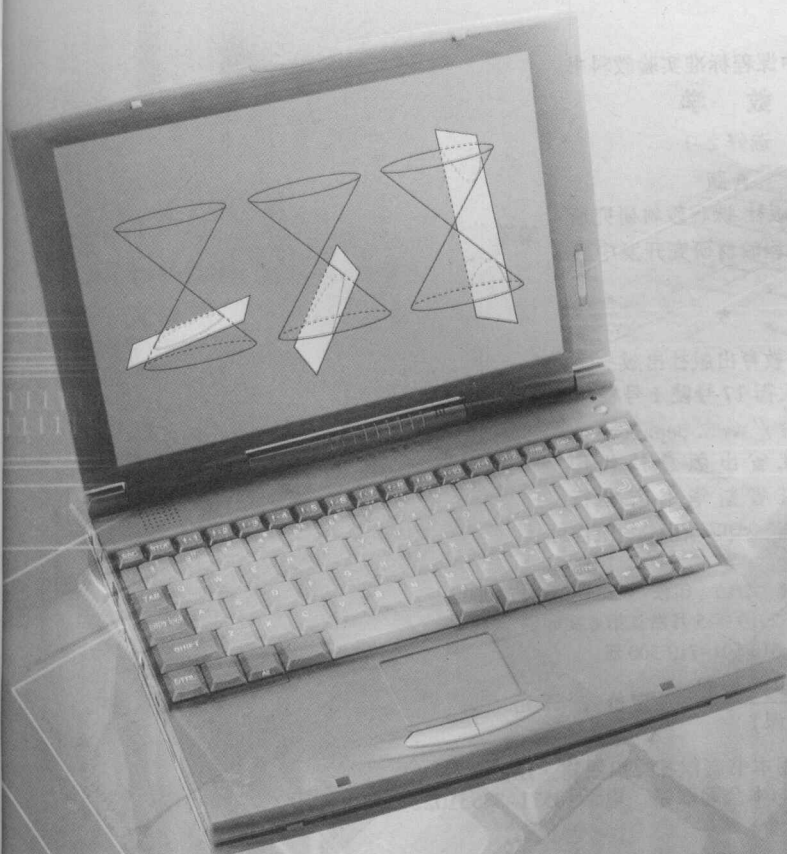
人民教育出版社
A 版

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 2-1

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社
A 版

普通高中课程标准实验教科书

学 楼

1-2 必修

著者 人民教育出版社课程教材研究所 普通高中课程教材研究开发中心
中学数学课程教材研究开发中心

普通高中课程标准实验教科书

数 学

选修 2-1

A 版

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心

*

人民教育出版社出版

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

浙江省出版总社代印

浙江省新华书店发行

杭州长命印刷有限公司印装

*

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/16 印张: 8.25 字数: 178 000

2007 年 2 月第 2 版 2010 年 5 月浙江第 6 次印刷

印数: 610 501~710 500 册

ISBN 978-7-107-18676-9

定价: 7.47 元

G·11766(课)

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
如发现印、装质量问题,请与本公司联系。电话:0571-88531022

主 编：刘绍学

副 主 编：钱珮玲 章建跃

本册主编：王申怀

主要编者：俞求是 郭玉峰 胡永建 陶维林 张劲松 章建跃

王 嵘 田载今 李海东 张 鹤 马 波 王申怀

责任编辑：张劲松

美术编辑：王俊宏 张傲冰 高 巍 王 艾

封面设计：林荣桓

本 册 导 引

我们根据《普通高中数学课程标准（实验）》编写了这套实验教科书。本书是高中数学选修课程系列2中的选修2-1，包括“常用逻辑用语”“圆锥曲线与方程”“空间向量与立体几何”三章内容。

正确地使用逻辑用语是现代公民应该具备的基本素质。无论是进行思考、交流，还是从事各项工作，都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思维。在本模块中，同学们将在义务教育阶段的基础上，学习常用逻辑用语，体会逻辑用语在表述和论证中的作用，利用这些逻辑用语准确地表达数学内容，从而更好地进行交流。

在必修阶段学习平面解析几何初步的基础上，在本模块中，同学们将学习圆锥曲线与方程，了解圆锥曲线与二次方程的关系，掌握圆锥曲线的基本几何性质，感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用。结合已学过的曲线及其方程的实例，了解曲线与方程的对应关系，进一步体会数形结合的思想。

用空间向量处理立体几何问题，提供了新的视角。空间向量的引入，为解决三维空间中图形的位置关系与度量问题提供了一个十分有效的工具。在本模块中，同学们将在学习平面向量的基础上，把平面向量及其运算推广到空间，运用空间向量解决有关直线、平面位置关系的问题，体会向量方法在研究几何图形中的作用，进一步发展空间想象能力和几何直观能力。

学习始于疑问。在本书中，我们将通过适当的问题情境，引出需要学习的数学内容，然后在“观察”“思考”“探究”等活动中，引导同学们自己发现问题、提出问题，通过亲身实践、主动思维，经历不断的从具体到抽象、从特殊到一般的抽象概括活动来理解和掌握数学基础知识，打下坚实的数学基础。

学而不思则罔。只有通过自己的独立思考，同时掌握科学的思维方法，才能真正学会数学。在本书中，我们将利用数学内容之间的内在联系，特别是蕴涵在数学知识中的数学思想方法，启发和引导同学们学习类比、推广、特殊化、化归等数学思考的常用逻辑方法，使大家学会数学思考与推理，不断提高数学思维能力。

学习的目的在于应用。在本书中，我们将努力为同学们提供应用数学知识解决各种数学内外问题的机会，以使同学们加深对数学概念本质的理解，认识数学知识与实际的联系，学会用数学知识和方法解决一些实际问题。另外，我们还开辟了“观察与猜想”“阅读与思考”“探究与发现”“信息技术应用”等拓展性栏目，为大家提供选学素材，有兴趣的同学可以自主选择其中的一些内容进行探究。

祝愿同学们通过本册书的学习,不但学到更多的数学知识,而且在数学能力、用数学解决问题的能力等方面都有较大的提高,并培养起更高的数学学习兴趣,形成对数学的更加全面的认识.

本书部分数学符号

$p \wedge q$

$p \vee q$

$\neg p$

$p \Rightarrow q$

$p \Leftrightarrow q$

$\forall x \in M, p(x)$

$\exists x_0 \in M, p(x_0)$

a

$|a|$

$\{a, b, c\}$

$\{i, j, k\}$

$a \cdot b$

$Oxyz$

p 且 q

p 或 q

p 的否定; 非 p

若 p 则 q

$p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$; p 等价于 q

对每一个属于 M 的 x , $p(x)$ 成立

存在 M 中的元素 x_0 , 使 $p(x_0)$ 成立

向量 a

向量 a 的长度或模

空间向量的一个基底

空间向量的单位正交基

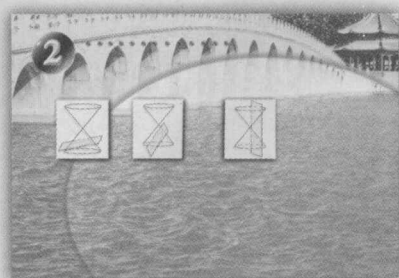
向量 a, b 的数量积

空间直角坐标系

目 录

第一章 常用逻辑用语	1
1.1 命题及其关系	2
1.2 充分条件与必要条件	9
1.3 简单的逻辑联结词	14
阅读与思考 “且”“或”“非”与“交”“并”“补” ...	19
1.4 全称量词与存在量词	21
小结	28
复习参考题	30

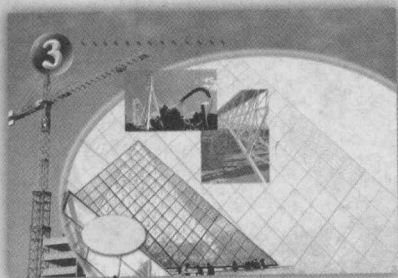
第二章 圆锥曲线与方程	33
2.1 曲线与方程	34
2.2 椭圆	38
探究与发现 为什么截口曲线是椭圆	42
信息技术应用 用《几何画板》探究点的轨迹：椭圆	50
2.3 双曲线	52
探究与发现 为什么 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的	



渐近线	62
2.4 抛物线	64
探究与发现 为什么二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的 图象是抛物线	74
阅读与思考 一、圆锥曲线的光学性质及其应用	75
二、圆锥曲线的离心率与统一方程	76
小结	78
复习参考题	80

第三章 空间向量与立体几何

3.1 空间向量及其运算	84
阅读与思考 向量概念的推广与应用	99
3.2 立体几何中的向量方法	102
小结	115
复习参考题	117



第一章

常用逻辑用语

1.1

命题及其关系

1.2

充分条件与必要条件

1.3

简单的逻辑联结词

1.4

全称量词与存在量词

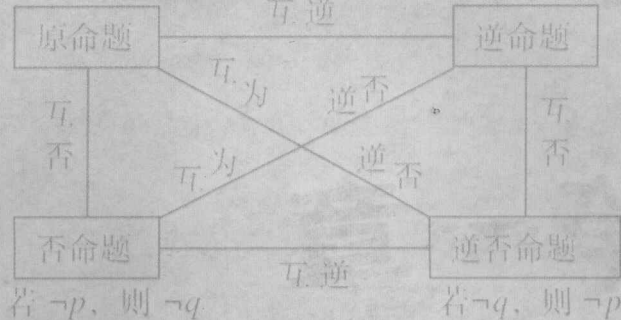
在我们日常交往、学习和工作中，逻辑用语是必不可少的工具。正确使用逻辑用语是现代社会公民应具备的基本素质。

数学是一门逻辑性很强的学科，表述数学概念和结论、进行推理和论证，都要使用逻辑用语。学习一些常用逻辑用语，可以使我们正确理解数学概念、合理论证数学结论、准确表达数学内容。

本章中，我们将学习命题及四种命题之间的关系、充分条件与必要条件、简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词等一些基本知识。通过学习和使用常用逻辑用语，掌握常用逻辑用语的用法，纠正出现的逻辑错误，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性。

1.1

命题及其关系



1.1.1 命题



下列语句的表述形式有什么特点？你能判断它们的真假吗？

- (1) 若直线 $a \parallel b$ ，则直线 a 和直线 b 无公共点；
- (2) $2+4=7$ ；
- (3) 垂直于同一条直线的两个平面平行；
- (4) 若 $x^2=1$ ，则 $x=1$ ；
- (5) 两个全等三角形的面积相等；
- (6) 3 能被 2 整除。

可以看到，这些语句都是陈述句，并且可以判断真假。其中语句 (1)(3)(5) 判断为真，语句 (2)(4)(6) 判断为假。

一般地，在数学中，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做**命题** (proposition)。其中判断为真的语句叫做**真命题** (true proposition)，判断为假的语句叫做**假命题** (false proposition)。

所以，在上面的语句中，(1)(3)(5) 是真命题，(2)(4)(6) 是假命题。

对于含变量的命题，如“思考”中的 (4)，若变量的取值范围为 $\mathbf{R}$ ，则可省略不写。后面，我们会专门研究含变量的命题。

例 1 判断下列语句中哪些是命题？是真命题还是假命题？

- (1) 空集是任何集合的子集；
- (2) 若整数 a 是素数^❶，则 a 是奇数；
- (3) 指数函数是增函数吗？

❶ 大于 1，除 1 和自身之外没有其他正因数的整数。

(4) 若空间中两条直线不相交, 则这两条直线平行;

(5) $\sqrt{(-2)^2}=2$;

(6) $x>15$.

分析: 判断一个语句是不是命题, 就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

解: 上面 6 个语句中, (3) 不是陈述句, 所以它不是命题; (6) 虽然是陈述句, 但因为它无法判断它的真假, 所以它也不是命题; 其余 4 个都是陈述句, 而且都可以判断真假, 所以它们都是命题, 其中 (1)(5) 是真命题, (2)(4) 是假命题.

容易看出, 例 1 中的命题 (2)(4) 具有

“若 p , 则 q ”

的形式. 在本章中, 我们只讨论这种形式的命题.

通常, 我们把这种形式的命题中的 p 叫做命题的条件, q 叫做命题的结论.

这种形式的命题也可写成“如果 p , 那么 q ”“只要 p , 就有 q ”等形式.

例 2 指出下列命题中的条件 p 和结论 q :

(1) 若整数 a 能被 2 整除, 则 a 是偶数;

(2) 若四边形是菱形, 则它的对角线互相垂直且平分.

解: (1) 条件 p : 整数 a 能被 2 整除, 结论 q : 整数 a 是偶数.

(2) 条件 p : 四边形是菱形, 结论 q : 四边形的对角线互相垂直且平分.

数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p , 则 q ”的形式, 例如“垂直于同一条直线的两个平面平行”, 但是把它的表述作适当改变, 就可以写成“若 p , 则 q ”的形式:

若两个平面垂直于同一条直线, 则这两个平面平行.

这样, 它的条件和结论就很清楚了.

例 3 将下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断真假:

(1) 垂直于同一条直线的两条直线平行;

(2) 负数的立方是负数;

(3) 对顶角相等.

解: (1) 若两条直线垂直于同一条直线, 则这两条直线平行.

它是假命题.

(2) 若一个数是负数, 则这个数的立方是负数.

它是真命题.

(3) 若两个角是对顶角, 则这两个角相等.

它是真命题.

练习

1. 举出一些命题的例子, 并判断它们的真假.
2. 判断下列命题的真假:
 - (1) 能被 6 整除的整数一定能被 3 整除;
 - (2) 若一个四边形的四条边相等, 则这个四边形是正方形;
 - (3) 二次函数的图象是一条抛物线;
 - (4) 两个内角等于 45° 的三角形是等腰直角三角形.
3. 把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断它们的真假:
 - (1) 等腰三角形两腰的中线相等;
 - (2) 偶函数的图象关于 y 轴对称;
 - (3) 垂直于同一个平面的两个平面平行.

1.1.2 四种命题



下列四个命题中, 命题 (1) 与命题 (2)(3)(4) 的条件和结论之间分别有什么关系?

- (1) 若 $f(x)$ 是正弦函数, 则 $f(x)$ 是周期函数;
- (2) 若 $f(x)$ 是周期函数, 则 $f(x)$ 是正弦函数;
- (3) 若 $f(x)$ 不是正弦函数, 则 $f(x)$ 不是周期函数;
- (4) 若 $f(x)$ 不是周期函数, 则 $f(x)$ 不是正弦函数.

可以看到, 命题 (1) 的条件是命题 (2) 的结论, 且命题 (1) 的结论是命题 (2) 的条件, 即它们的条件和结论互换了.

一般地, 对于两个命题, 如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件, 那么我们把这样的两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题叫做原命题 (original proposition), 另一个叫做原命题的逆命题 (inverse proposition).

也就是说, 如果原命题为

“若 p , 则 q ”,

那么它的逆命题为

“若 q , 则 p ”.

这样一来, 将一个已知命题的条件和结论互换, 就可以得到一个新的命题, 它是已知命题的逆命题.

例如, 将命题“同位角相等, 两直线平行”的条件和结论互换, 就得到它的逆命题“两直线平行, 同位角相等”.

探究

1. 举出一些互逆命题的例子, 并判断原命题与逆命题的真假.
2. 如果原命题是真命题, 那么它的逆命题一定是真命题吗?

对于命题 (1)(3), 其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定, 我们把这样的两个命题叫做互否命题. 如果把其中的一个命题叫做原命题, 那么另一个叫做原命题的否命题 (negative proposition).

也就是说, 如果原命题为

“若 p , 则 q ”,

那么它的否命题为

“若 $\neg p$, 则 $\neg q$ ”.

例如, 如果原命题是“同位角相等, 两直线平行”, 那么它的否命题是“同位角不相等, 两直线不平行”.

又如, 如果原命题是“若整数 a 不能被 2 整除, 则 a 是奇数”, 那么它的否命题是“若整数 a 能被 2 整除, 则 a 是偶数”.

为书写简便, 我们常常把条件 p 的否定和结论 q 的否定, 分别记作“ $\neg p$ ”和“ $\neg q$ ”, 读作“非 p ”和“非 q ”.

探究

1. 举出一些互否命题的例子, 并判断原命题与否命题的真假.
2. 如果原命题是真命题, 那么它的否命题一定是真命题吗?

对于命题 (1)(4), 其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定, 我们把这样的两个命题叫做互为逆否命题. 如果把其中的一个命题叫做原命题, 那么另一个叫做原命题的逆否命题 (inverse and negative proposition).

也就是说, 如果原命题为

“若 p , 则 q ”,

那么它的逆否命题为

“若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ”.

例如, 如果原命题是“同位角相等, 两直线平行”, 那么它的逆否命题是“两直线不平行, 同位角不相等”.



1. 举出一些互为逆否命题的例子，并判断原命题与逆否命题的真假.
2. 如果原命题是真命题，那么它的逆否命题一定是真命题吗？

下面我们将上述四种情况概括一下.

设 命题 (1) “若 p ，则 q ” 是原命题，那么

命题 (2) “若 q ，则 p ” 是原命题的逆命题，

命题 (3) “若 $\neg p$ ，则 $\neg q$ ” 是原命题的否命题，

命题 (4) “若 $\neg q$ ，则 $\neg p$ ” 是原命题的逆否命题.

练习

写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题，并判断它们的真假：

- (1) 若一个整数的末位数字是 0，则这个整数能被 5 整除；
- (2) 若一个三角形有两条边相等，则这个三角形有两个角相等；
- (3) 奇函数的图象关于原点对称.

1.1.3 四种命题间的相互关系



观察下面四个命题：

- (1) 若 $f(x)$ 是正弦函数，则 $f(x)$ 是周期函数；
- (2) 若 $f(x)$ 是周期函数，则 $f(x)$ 是正弦函数；
- (3) 若 $f(x)$ 不是正弦函数，则 $f(x)$ 不是周期函数；
- (4) 若 $f(x)$ 不是周期函数，则 $f(x)$ 不是正弦函数.

我们已经知道命题 (1) 与命题 (2)(3)(4) 之间的关系. 你能说出其中任意两个命题之间的相互关系吗？

我们发现，命题 (2)(3) 是互为逆否命题，命题 (2)(4) 是互否命题，命题 (3)(4) 是互逆命题.

一般地,原命题、逆命题、否命题与逆否命题这四种命题之间的相互关系,如图 1.1-1 所示.

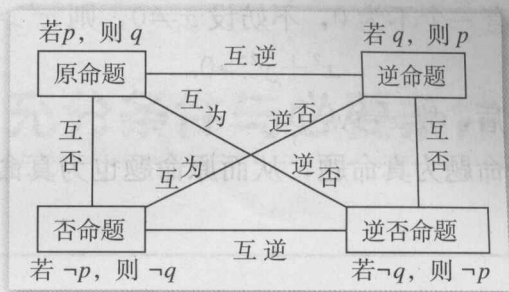


图 1.1-1

上面考察了四种命题之间的相互关系. 它们的真假性是否也有一定的相互关系呢?

以“思考”中的命题(1)~(4)为例, 并设命题(1)是原命题. 容易判断, 原命题(1)是真命题, 它的逆命题(2)是假命题, 它的否命题(3)也是假命题, 而它的逆否命题(4)是真命题.

探究

1. 以“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 2$ ”为原命题, 写出它的逆命题、否命题与逆否命题, 并判断这些命题的真假.
2. 再分析其他的一些命题, 你能从中发现四种命题的真假性间有什么规律吗?

一般地, 四种命题的真假性, 有而且仅有下面四种情况:

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

由于逆命题和否命题也是互为逆否命题, 因此这四种命题的真假性之间的关系如下:

- (1) 两个命题互为逆否命题, 它们有相同的真假性;
- (2) 两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性没有关系.

由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性, 所以我们在直接证明某一个命题为真命题有困难时, 可以通过证明它的逆否命题为真命题, 来间接地证明原命题为真命题.

例 4 证明: 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$.

分析: 将“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$ ”视为原命题. 要证明原命题为真命题, 可以

考虑证明它的逆否命题“若 x, y 中至少有一个不为 0, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$ ”为真命题, 从而达到证明原命题为真命题的目的.

证明: 若 x, y 中至少有一个不为 0, 不妨设 $x \neq 0$, 则 $x^2 > 0$, 所以

$$x^2 + y^2 > 0.$$

这与已知条件 $x^2 + y^2 = 0$ 矛盾, 故 $x = y = 0$.

这表明, 原命题的逆否命题为真命题, 从而原命题也为真命题.

练习

证明: 若 $a^2 - b^2 + 2a - 4b - 3 \neq 0$, 则 $a - b \neq 1$.

习题 1.1

A 组

1. 判断下列语句是不是命题:

- (1) $12 > 5$;
- (2) 若 a 为正无理数, 则 $\sqrt{a}$ 也是无理数;
- (3) $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
- (4) 正弦函数是周期函数吗?

2. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断它们的真假:

- (1) 若 a, b 都是偶数, 则 $a + b$ 是偶数;
- (2) 若 $m > 0$, 则方程 $x^2 + x - m = 0$ 有实数根.

3. 把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并写出它的逆命题、否命题和逆否命题, 然后判断它们的真假:

- (1) 线段的垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等;
- (2) 矩形的对角线相等.

4. 求证: 若一个三角形的两条边不相等, 则这两条边所对的角也不相等.

B 组

求证: 圆的两条不是直径的相交弦不能互相平分.