

机械工人活叶学习材料



技术测量

1

公差与配合

盛庆椿 编著



机械工业出版社

内容提要 [公差与配合] 国家标准是机械制造业的一项互换性基础标准，全国各个机械制造厂已相继施行，它标志着我国机械制造工业已经进入一个新的阶段。

这本小册子就是为普及 [公差与配合] 的基本知识的。它的主要内容有：互换性的一般知识，国家标准 [公差与配合] 的基本概念，以及中等尺寸（1 至 500 毫米范围）的公差与配合的选择和应用，附带介绍了部颁标准 [公差与配合]，并与其它国家标准 [公差与配合] 作了对照。

为了帮助机械工人掌握并运用书中的知识，书末附有日常工作中需要经常查阅的一些附表。

本书可供三级以上的机械工人阅读。

公差与配合

盛庆椿 编 著

*

机械工业出版社出版（北京苏州胡同 141 号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $2 \frac{1}{2}$ · 字数 58 千字

1965 年 3 月北京第一版 · 1965 年 3 月北京第一次印刷

印数 00,001—65,000 · 定价（科二）0.24 元

*

统一书号：T15033 · 3677

- 一 互换性和标准化1
 - 1 互换性的意义(1)——2 标准化的意义(3)
- 二 公差与配合的基本概念4
 - 1 有关公差的基本定义和术语(4)——2 有关配合的基本定义和术语(12)——3 公差与配合的图解(20)
- 三 国家标准公差与配合制度23
 - 1 公差制度的构成(23)——2 配合和精度的标注方法(30)——
 - 3 公差表格的应用(31)
- 四 部颁标准公差与配合制度35
 - 1 部颁标准公差制度的主要特征(35)——2 配合和精度的标注方法(35)——3 部颁标准与国家标准[公差与配合]的对照(36)
- 五 公差与配合的选择和应用38
 - 1 基制的选择(38)——2 精度等级的选择(40)——3 配合种类的选择(44)——4 改善配合性质的一些技术措施(59)——5 选择公差与配合的步骤(63)

附录

- 附表1 标准直径(摘录)66
- 附表2 国家标准(GB)基孔制配合68
- 附表3 国家标准(GB)基轴制配合73
- 附表4 国家标准(GB) 8、9、10级精度基准件公差78

一 互換性和标准化

1 互換性的意义 在总路綫、大跃进、人民公社三面紅旗指引下，我国机械工业进入了一个新的发展阶段。以农业为基础，工业为主导发展国民經济的总方針已經深入人心。为了实现农业机械化，就需要拖拉机和各种新式农具；而且要有交通运输工具来輸送化肥和农产品；因此也需要自行車、載重汽車、火車和船舶。为了制造新式农具，拖拉机、車輛、船舶和化肥厂設備等，就需要鋼鉄，沒有冶鉄高炉和炼鋼炉是不行的，并且还要采掘設備：钻探机、掘土机、風鎬等等来开采煤、鉄和石油。而这一切的重工业和輕工业部門所需要的各种各样的机器、設備，都是由各个机械制造厂所制造出来的。所以，机械制造业在我国社会主义建設事业中，担负着重大的責任。

我国是一个大国，各种机器所需要的数量都是极其龐大的，因此机械制造厂里就要生产成千上万的机件，并且把它們装配成千万部机器，以供应国民經济各部門的需要，迅速地改变我国一穷二白的旧面貌。

为了达到大量生产机件和机器的目的，就要在机件制成以后，很容易地、迅速地把它們装配成机器，而且这些机器还應該达到規定的质量标准。

众所周知，如果一批加工零件的尺寸很不一致，在装配的时候，就不得不花費相当大的劳动量来进行选择甚至修配，才能装配起来，而且难免有一部分零件不合用而报廢，并且，机器的质量也不能保証。

在机械制造中，不断提高产品质量和劳动生产率，降低成本

是当前的一项极其重要的政治任务和經濟任务，怎样来完成这项任务呢？途径之一就是按照互换性的原则来进行生产。

互换性分为完全互换性和不完全互换性。

完全互换性的特点是：制成的零件（或部件）不需要再经过附加的机械加工或手工加工，就可以装在部件（或装在机器中、仪器中、设备中）的一定位置上，并且装上以后，就能适应该机器工作性能的要求，起到这个零件（或部件）应有的作用，而且完全符合技术条件的规定。

不完全互换性又叫做有限互换性，它的特点是：零件在装配时要部分地选择，或按相配零件的尺寸大小分成几组，使孔径大的和轴径大的组合，孔径小的和轴径小的组合。或者，一套连接中的一个零件，在装配过程中要附加的加工。或者，在部件（或机器、仪器、设备）的结构中，应用补偿件。

在现代的机械制造中，互换性已经成为提高生产水平和促进技术进步的一种重要措施。

按照互换性原则进行生产，大大地简化了零件、部件的设计、制造和装配过程，显著地缩短了产品的生产周期，从而提高了劳动生产率，降低了生产成本，保证了产品质量的稳定性。

现代的大批和大量的流水生产，就是建立在互换性原则的基础上的。并且互换性也是工业生产的专业化和厂际之间的协作化的首要条件之一。

互换性对于机器的维护、修理也有重大的意义。当机件使用日久磨损或损坏以后，用不着拆卸下来测绘、制造，而只要换上同一型号的备用件，就可以使机器照常运转工作，这样也就节省了检修时间，提高了机器的使用效率。

互换性的概念适用于几何参数（尺寸、形状、光洁度、表面

相互位置),也适用于非几何参数(硬度、彈簧系統的彈性、电气元件的磁性、电学参数及其他等等)。在这本小冊子里,只談有关尺寸方面的互換性問題。

2 标准化的意义 互換性的重要意义,我們已經了解,不可設想大家不按統一的标准进行生产,而能够取得互換性。

产品都有一定的质量和規格,檢驗质量和規格要按照一定的方法,技术标准(簡称标准)就是对于产品的质量、規格及其檢驗方法所做的技术規定。例如,第一机械工业部系統生产的机床、汽車、配套的通用机械等产品;农机部門生产的拖拉机、动力机械、机用农具和一部分农机配件;化工和輕工部門生产的化肥、农药和自行車等产品都制訂了标准。

工业产品有了統一的标准,质量就有保証,生产、使用、維修和零件的更換也就方便。根据經濟、实用、安全的要求和合理使用国家資源,便于使用,便于生产等原則,我国已經制訂了不少全国統一的标准。

标准化一般是指某种产品的标准,不仅是一个企业,而且凡是生产这种产品的企业都要貫徹执行。1962年11月10日国务院公布了[工农业产品和工程建設技术管理办法],将标准化列为我国的一个重要技术政策,这对我国社会主义建設事业的发展,特别是农业技术改革的发展,起着巨大的作用。

比如对农业机械、机具配件和用途很广的柴油机,不及时实行标准化的措施,那么,就会使机械和配件的品种过于复杂,使維修和配件供应发生困难。

技术标准分为三級:国家标准(GB)●、部頒标准和企业标准。

● 国家标准用拼音文字时,是GUOJIA BIAOZHUN,开首的两个字母GB,便用来作为[国标]的代号。

国家和部門只是对最重要的和通用性大的产品或产品中的最重要的技术指标，才規定标准。

为了使零件具有互换性，就必须按照一定的精度来加工。要使零件的精度也具有一定的标准，就必须規定公差与配合制度。因此，制定公差与配合制度是机械制造中保証互换性的基础，同时也是标准化工作的一部分。

1956年第一机械工业部頒发了部頒标准[公差与配合]，这是我国第一个公差与配合制度，它改变了旧中国公差制度混乱的状况，这种公差制度先后为国内各机械制造厂所采用。1959年国家科学技术委员会审查并批准了国家标准[公差与配合]，它将在全国范围内得到統一遵守并实施，成为机械制造业中組織互换性生产的基础。

二 公差与配合的基本概念

公差与配合制度是机器制造业中实现互换性的重要基础。因此，对于有关公差与配合的基本定义和术语必須十分明确，作为机械制造工作者共同的技术語言。在国家标准(GB) 159-59[●]中規定有公差与配合的基本定义。

1 有关公差的基本定义和术语

一 公称尺寸 制造机器时，按照机器的結構形状及性能来确定各零件的各个部分的尺寸，零件各部分的尺寸大小，可能是根据对机器性能的要求，从材料的强度、剛性或其他参数計算出

● 159-59，前面的159是編号，后面的59是年份，因此这就表示是：1959年頒布的第159号标准。

来的；也可能是根据試驗或經驗数据而确定的。所指定的尺寸叫做公称尺寸。

在决定公称尺寸时，要尽量选用标准直径和标准长度。我国机械工业通用标准中的机标(JB)● 176-60 与 177-60 规定了标准直径和标准长度，在标准中的尺寸系列分为四组系列：5 系列、10 系列、20 系列和 40 系列（参看第 66 頁的附表 1）。选用的时候，要优先从級数較大的系列中的数值选取，即 5 系列先于 10 系列，10 系列先于 20 系列，20 系列先于 40 系列。

公称尺寸标准化以后，在工厂的设备方面是有很大的经济价值的。例如，我们要加工几个 30 毫米左右的孔，那末我们从附表 1 中，优先选用 10 系列中的 32 毫米作为公称尺寸，然后考虑是否有必要采用 20 系列和 40 系列中的 28、30、34 毫米作为公称尺寸，而决不随便采取 29、31 或 33 毫米作为公称尺寸。这样厂里只要准备 28、30、32、34 毫米的钻头、扩孔钻、铰刀、冲模、塞规，就足够应用；而不需要再去准备 29、31 和 33 毫米的刀具、模具和量具。于是就大大地节省了工厂的资金，这就是公称尺寸标准化的好处。

二 实际尺寸 当零件制造完成以后，我们对它进行测量，量得的尺寸叫做实际尺寸。实际尺寸不可能也不必要与公称尺寸完全相同。經驗告訴我們，即使由同一个工人、在同一台机床上、用同样的材料、在同一輪班內所制成的一批同类的零件，这批零件永远也不会达到完全一样的大小，所以实际尺寸是不可能与公称尺寸完全相同的。并且，实际尺寸也不必要做得与公称尺寸完全相同。假如我們將軸和軸承的直径尺寸都按公称尺寸做得完全

● JB 是拼音文字 JIXIE BIAOZHUN (机械标准) 的开首两个字母，用作 [机标] 的代号。

一样，反而使得軸在軸承中不能自由地旋轉，所以軸的实际尺寸必須略小于軸承的实际尺寸。另外一种情况，如果为了使联轴节紧紧地套在軸上，那末軸的实际直径就必须略大于联轴节的孔径。所以在不同的場合，我們对实际尺寸的大小就有不同的要求，在某些情况下，实际尺寸要求比公称尺寸大些，而在另一些情况下，实际尺寸却要求比公称尺寸小些。

三 极限尺寸 实际尺寸虽然和公称尺寸不完全相同，但也不能相差太远，我們要把实际尺寸的大小控制在一定的范围以内，实际尺寸可以变动的范围叫做极限尺寸。极限尺寸必須規定两个：一个是最大极限尺寸，另一个是最小极限尺寸，零件可以做成这两个尺寸間的任何尺寸。

我們要注意：最大极限尺寸不一定比公称尺寸大，而最小极限尺寸也不一定比公称尺寸小。最大和最小极限尺寸是根据零件在配合方面的要求来規定的。在某些情况下，可能把最大和最小极限尺寸規定得都比公称尺寸大（图 1a）；也可能把最大和最小极限尺寸規定得都比公称尺寸小（图 1c）；在其他的情况下，也可能把最大或最小极限尺寸之一規定得等于公称尺寸（图 1b、d）；当然，也可能是把最大极限尺寸規定得大于公称尺寸，而最小极限尺寸小于公称尺寸（图 1c）。

四 公差 最大和最小极限尺寸的差数叫做公差，因此公差永远是一个正数。有时候，我們听到有些同志說：某个零件是負公差，这种說法是很不正确的。

如果用公式来表示公差数值，就是：

$$B = A_{\max} - A_{\min} \quad (1)$$

式中 B —— 公差；

A_{\max} —— 最大极限尺寸；

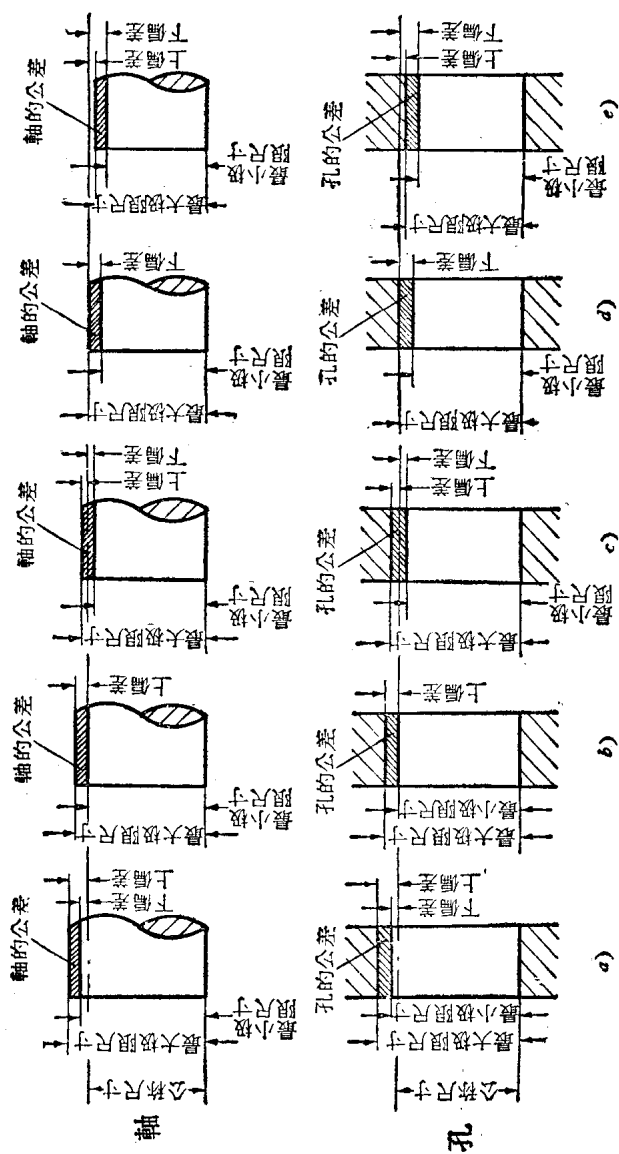


图1 各种极限尺寸的轴和孔的示意图。

A_{\min} ——最小极限尺寸。

对于一个零件的尺寸，所规定的公差愈小，则最大和最小极限尺寸的差数也愈小，也就是实际尺寸可以变动的范围也愈小，那末加工起来就愈困难。相反的，要是所规定的公差愈大，加工就愈容易。所以设计者在设计机器时，要在能够满足机器质量要求的条件下，采用最大的公差。

不管公差大小，公差的数值和公称尺寸相比较，总是只占一个极小极小的比例。因此，零件的工作图上总是无法画出公差大小来的，我们只能用示意图把公差的大小夸大地画出来。画示意图的时候，是以零件的下边界为基面，则其最大与最小极限尺寸的上边界之间的距离就是公差的大小，我们把它叫作公差带（见图1中的稠密阴影线），公差的大小只跟公差带的宽窄有关，而与公差带画的长短无关。

五 偏差 零件制造出来的实际尺寸，既然跟公称尺寸不完全相同，那末实际尺寸和公称尺寸之间的差数，就叫做实际偏差。但是，实际尺寸应该在最大和最小极限尺寸的范围以内，我们便把最大极限尺寸和公称尺寸的差数叫做上偏差，把最小极限尺寸和公称尺寸的差数叫做下偏差。

用公式来表示，为：

$$B_s = A_{\max} - A; \quad (2)$$

$$B_x = A_{\min} - A. \quad (3)$$

式中 A ——公称尺寸；

B_s ——上偏差；

B_x ——下偏差。

公式(2)、(3)也可以化成：

$$A_{\max} = A + B_s; \quad (4)$$

$$A_{\min} = A + B_x \quad (5)$$

上偏差和下偏差的数值可以是正的，可以是负的，也可以是零。这要看所规定的极限尺寸如何而定，要是极限尺寸大于公称尺寸，那末偏差是正数；如果极限尺寸小于公称尺寸，那末偏差是负数；要是最大或最小极限尺寸之一等于公称尺寸，那末偏差就等于零。像图 1a，上、下偏差都是正数；图 1c 的上、下偏差全为负数；图 1c 的上偏差为正数而下偏差为负数；图 1b 的下偏差为零而上偏差是正数。在图 1d 中，上偏差为零而下偏差是负数。

在工作图上，通常不标注最大和最小极限尺寸，而是标注公称尺寸和偏差值。上、下偏差可以用数值直接表明，也可以用国家标准中所规定的符号来表明（我们将在第29页中介绍这种符号）。

在用数值表明偏差时，上偏差用较小的字体写在公称尺寸后面的右上角，而下偏差用较小的字体写在公称尺寸后面的右下角，如： $200^{+0.105}_{-0.075}$ 、 $200^{+0.01}_{-0.02}$ 、 $200^{-0.12}$ 。假如上、下偏差中有一个偏差等于 0，那末这个偏差可以不标注，如： $200^{+0.045}$ 、 $200_{-0.03}$ 。如果上、下偏差的绝对值相同，而符号相反，那末平着公称尺寸标注 $[\pm]$ 号，然后填写一个偏差数值，其字体大小和公称尺寸的字体一样，如： 200 ± 0.016 。

为了更好地理解上面所讲的名词、术语和公式的意义，我们举些数字的例子来作说明。例如，有某个零件，它的公称尺寸为 200 毫米，现在我们按照实际情况的需要，规定了它的最大极限尺寸为 200.145 毫米，最小极限尺寸为 200.115 毫米，那末这个零件的上、下偏差就是：

$$B_s = A_{\max} - A = 200.145 - 200 = +0.145 (\text{毫米});$$

$$B_x = A_{\min} - A = 200.115 - 200 = +0.115 (\text{毫米}).$$

它的公差是：

$$B = A_{\max} - A_{\min} = 200.145 - 200.115 = 0.03 \text{ (毫米)}。$$

但是，在工作图上往往是只注公称尺寸和上、下偏差，所以我們还要善于看图紙便知道零件的极限尺寸和公差大小，还是举一些例子来作說明，这些例子列举在表 1 內。

表 1 极限尺寸和公差的計算举例

例 題 序 号	图紙上的尺寸 (毫米)	最大极限尺寸 (毫米)	最小极限尺寸 (毫米)	公 差 (毫米)
		$A_{\max} = A + B_s$	$A_{\min} = A + B_x$	$B = A_{\max} - A_{\min}$
1	$200^{+0.105}_{+0.075}$	$200 + 0.105$ $= 200.105$	$200 + 0.075$ $= 200.075$	$200.105 - 200.075$ $= 0.03$
2	$200^{+0.01}_{-0.02}$	$200 + 0.01$ $= 200.01$	$200 + (-0.02)$ $= 200 - 0.02$ $= 199.98$	$200.01 - 199.98$ $= 0.03$
3	$200^{-0.12}_{-0.18}$	$200 + (-0.12)$ $= 200 - 0.12$ $= 199.88$	$200 + (-0.18)$ $= 200 - 0.18$ $= 199.82$	$199.88 - 199.82$ $= 0.06$
4	$200^{+0.045}$	$200 + 0.045$ $= 200.045$	$200 + 0 = 200$	$200.045 - 200$ $= 0.045$
5	$200 - 0.03$	$200 + 0 = 200$	$200 + (-0.03)$ $= 200 - 0.03$ $= 199.97$	$200 - 199.97$ $= 0.03$
6	200 ± 0.016	$200 + 0.016$ $= 200.016$	$200 - 0.016$ $= 199.984$	$200.016 - 199.984$ $= 0.032$

当我们計算公差大小的时候，不一定按照公式 (1) 来計算，而可以采用更简单一些的算法。

因为 $B = A_{\max} - A_{\min},$ (1)

而 $A_{\max} = A + B_s,$ (4)

$A_{\min} = A + B_x,$ (5)

所以 $B = (A + B_s) - (A + B_x)$
 $= B_s - B_x.$ (6)

公式(6)讀作：公差等于上偏差和下偏差的差。当用公式(6)时，可以不列算式而用心算，心算的时候只要注意到上、下偏差值是正号，还是負号？并且記住公差永远是正数，那末对公差的大小可以一看就明白。还是拿上面的題目做例子，列举如表2。

表2 由上、下偏差来计算公差

例题序号	图纸上的尺寸 (毫米)	公差 (毫米)
		$B = B_s - B_x$
1	$200^{+0.105}_{+0.075}$	$+0.105 - (+0.075) = 0.105 - 0.075 = 0.03$
2	$200^{+0.01}_{-0.02}$	$+0.01 - (-0.02) = 0.01 + 0.02 = 0.03$
3	$200^{-0.12}_{-0.18}$	$-0.12 - (-0.18) = -0.12 + 0.18 = 0.06$
4	$200^{+0.045}$	$+0.045 - 0 = 0.045$
5	$200_{-0.03}$	$0 - (-0.03) = 0 + 0.03 = 0.03$
6	200 ± 0.016	$+0.016 - (-0.016) = 0.016 + 0.016 = 0.032$

我們还要說明一下，在实际生产中，一批加工合格的零件，其尺寸接近最大或最小极限尺寸的数目是不多的，大部分零件的尺寸都接近于平均尺寸，平均尺寸就是最大和最小极限尺寸的平均数，

$$A_{pj} = \frac{1}{2} (A_{max} + A_{min})。 \quad (7)$$

式中 A_{pj} ——平均尺寸。

从軸类零件的加工过程来看，軸的尺寸，愈加工愈小，刀具是由軸公差带的上偏差边界进入公差带，而經過下偏差边界越出公差带。孔类零件的加工情况恰好相反，它的尺寸是愈加工愈大，刀具由孔公差带的下偏差边界进入公差带，而經過上偏差边界越

出公差带。零件尺寸在公差带的上偏差和下偏差之间的为合格品，在上偏差和下偏差以外的即为废品。不过，轴的尺寸未达到上偏差边界和孔的尺寸未达到下偏差边界时，还可能再进行修整，而使它合格。因此，制造相同的一批零件时，其合格品的尺寸多使其趋近公差带的中间，而很少靠近上偏差或下偏差的，尤其是轴类零件的尺寸，要尽可能不靠近下偏差，孔类零件的尺寸尽可能不靠近上偏差，以免产生不可修复的废品（图2）。

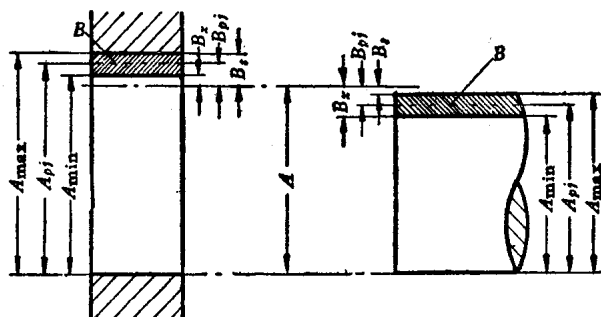


图2 轴和孔的偏差的示意图。

可以这样说，一批合格零件的尺寸，大部分都接近于平均偏差，平均偏差是上偏差和下偏差的平均值，

$$B_{pj} = \frac{1}{2} (B_s + B_z) \quad (8)$$

式中 B_{pj} ——平均偏差。

仍旧拿上面的题目做例子，平均尺寸和平均偏差的计算，列举如表3。

2 有关配合的基本定义和术语

一 包容面与被包容面 甲、乙两个零件相结合时，假如甲零件装在乙零件的里面，那末乙零件就叫做「包容件」，其表面叫

表3 平均偏差和平均尺寸的計算举例

例題 序号	圖紙上的尺寸 (毫米)	平均偏差(毫米)	平均尺寸(毫米)
		$B_{pj} = \frac{1}{2}(B_s + B_x)$	$A_{pj} = \frac{1}{2}(A_{\max} + A_{\min})$
1	$200^{+0.105}_{+0.075}$	$\frac{1}{2}(+0.105 + 0.075)$ = +0.09	$\frac{1}{2}(200.105 + 200.075)$ = 200.09
2	$200^{+0.01}_{-0.02}$	$\frac{1}{2}(+0.01 - 0.02) = -0.005$	$\frac{1}{2}(200.01 + 199.98)$ = 199.995
3	$200^{-0.12}_{-0.18}$	$\frac{1}{2}(-0.12 - 0.18) = -0.15$	$\frac{1}{2}(199.88 + 199.82)$ = 199.85
4	$200^{+0.045}$	$\frac{1}{2}(+0.045 + 0) = +0.0225$	$\frac{1}{2}(200.045 + 200)$ = 200.0225
5	$200_{-0.03}$	$\frac{1}{2}(0 - 0.03) = -0.015$	$\frac{1}{2}(200 + 199.97) = 199.985$
6	200 ± 0.016	$\frac{1}{2}(+0.016 - 0.016) = 0$	$\frac{1}{2}(200.016 + 199.984)$ = 200.000

做〔包容面〕，包容面的尺寸叫做〔包容尺寸〕。甲零件是被乙零件所包容，所以叫做〔被包容件〕，其表面叫做〔被包容面〕，被包容面的尺寸就叫做〔被包容尺寸〕。

对于圆柱形的物体来讲，包容面通常叫做〔孔(K)〕，而被包容面通常叫做〔轴(Z)〕。若是键和键槽，则键槽是包容面，而键就是被包容面。两个結合在一起的零件，它們的公称尺寸必須是相同的，这个公称尺寸叫做〔結合的公称尺寸〕。

二 配合 一定公称尺寸的軸裝入相同公称尺寸的孔，叫做配合。因为軸和孔的实际尺寸不同，裝入后可以表现出不同的配

合性质。所谓配合性质，就是指配合的松紧情况。

三 間隙 孔的实际尺寸大于轴的实际尺寸时，二者之差叫做間隙 (X)。因为孔和轴的直径在加工时都给以一定的公差，孔和轴的实际尺寸都可以在最大和最小极限尺寸的范围内变化，所以在一批零件中，間隙数值将随着孔和轴的实际尺寸大小而发生变化。

我們所制造出来的一批零件，在装配时，要是所取出来的轴恰好是最小极限尺寸 ($Z_{A_{min}}$)，而同时所取出的孔恰好是最大极限尺寸 ($K_{A_{max}}$)，那末这一对轴孔相配合时就得到了最大間隙 (X_{max})。相反的，要是孔为最小极限尺寸 ($K_{A_{min}}$)，而轴为最大极限尺寸 ($Z_{A_{max}}$)，那末这时候所获得的間隙就是最小間隙 (X_{min})。而最大和最小間隙的平均数叫做平均間隙 (X_{pj})。用公式表示则为：

$$X_{max} = K_{A_{max}} - Z_{A_{min}}; \quad (9)$$

$$X_{min} = K_{A_{min}} - Z_{A_{max}}; \quad (10)$$

$$X_{pj} = \frac{1}{2} (X_{max} + X_{min})。 \quad (11)$$

假如轴和孔的实际尺寸都在规定的最大和最小极限尺寸之間，那末这个間隙也必定是在最大和最小間隙之間。

如前所述，大部分零件的尺寸将接近于平均尺寸（或平均偏差），因此装配以后，大部分配合件将获得平均間隙（图3），用公式表示则为：

$$\begin{aligned} X_{pj} &= \frac{1}{2} (X_{max} + X_{min}) \\ &= \frac{1}{2} (K_{A_{max}} - Z_{A_{min}} + K_{A_{min}} - Z_{A_{max}}) \\ &= \frac{1}{2} (K_{A_{max}} + K_{A_{min}}) - \frac{1}{2} (Z_{A_{max}} + Z_{A_{min}}) \\ &= K_{A_{pj}} - Z_{A_{pj}}。 \end{aligned} \quad (12)$$