



工业和信息化部“十二五”规划教材

21世纪高等院校电气工程与自动化规划教材

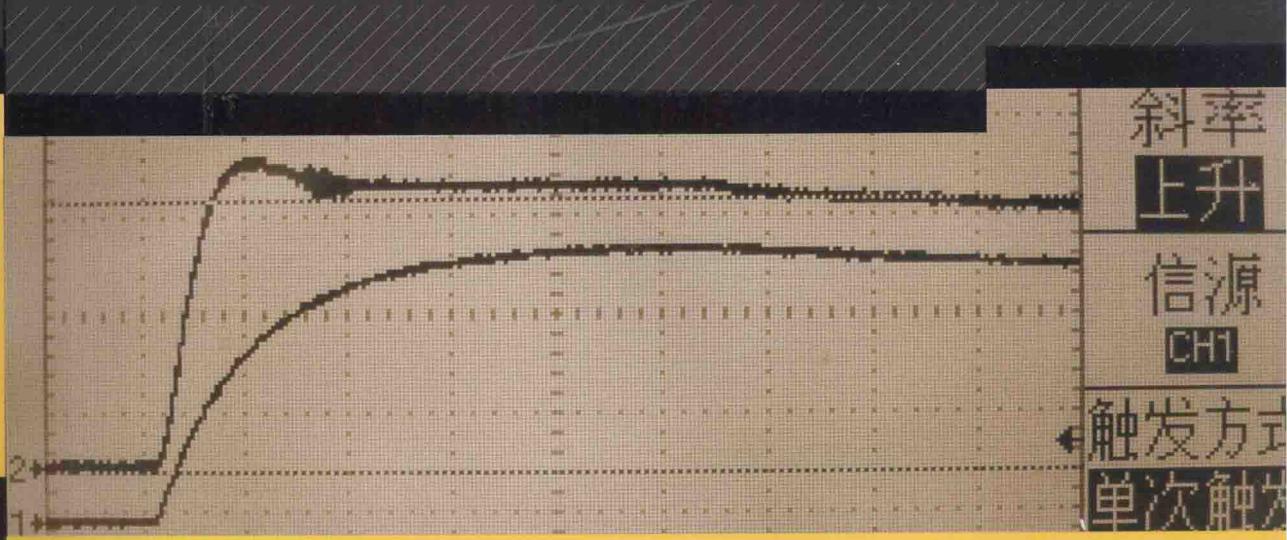
21 century institutions of higher learning materials of Electrical Engineering and Automation Planning

S i g n a l a n d D y n a m i c M e a s u r e m e n t S y s t e m

# 信号与 动态测量系统

李永新 吴健 编著

朱明武 于盛林 主审



人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS



工业和信息化部“十二五”规划教材

21世纪高等院校电气工程与自动化规划教材

21 century institutions of higher learning materials of Electrical Engineering and Automation Planning

S ignal and Dynamic Measurement System

# 信号与 动态测量系统

李永新 吴健 编著  
朱明武 于盛林 主审

人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目 (C I P) 数据

信号与动态测量系统 / 李永新, 吴健编著. -- 北京:  
人民邮电出版社, 2014.10  
21世纪高等院校电气工程与自动化规划教材  
ISBN 978-7-115-36402-9

I. ①信… II. ①李… ②吴… III. ①信号检测—高  
等学校—教材 IV. ①TN911. 23

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第180375号

## 内 容 提 要

本书从动态测量的角度系统介绍信号与线性系统的相关理论与知识, 阐述信号与线性系统的关系。全书以减小动态测量误差为基本出发点分析线性时不变系统, 明确信号有效频带、测量系统工作频带的概念, 系统地阐明了工程不失真测试条件, 为设计和分析动态测控系统奠定必要的理论基础。

全书共 10 章, 主要内容包括信号与动态测量系统的基本概念、建立测试系统数学模型的方法、线性时不变测试系统的时域分析方法及其动态响应特性的时域描述、基于傅里叶级数和傅里叶变换的信号频谱分析和测试系统频域响应分析、基于拉普拉斯变换的线性时不变测试系统复频域分析, 还从数字仿真应用的角度分析了离散时间系统的特性, 讨论了数字仿真方法, 最后介绍了改善测量系统动态特性以及进行动态测量误差修正的方法等。

本书可作为测控类相关专业的教学用书, 也可作为选择、设计、分析和应用动态测量系统时的参考资料。



---

◆ 编 著 李永新 吴 健  
主 审 朱明武 于盛林  
责任编辑 张孟玮  
执行编辑 程梦玲  
责任印制 彭志环 杨林杰  
◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号  
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn  
网址 <http://www.ptpress.com.cn>  
三河市中晟雅豪印务有限公司印刷  
◆ 开本: 787×1092 1/16  
印张: 23.25 2014 年 10 月第 1 版  
字数: 554 千字 2014 年 10 月河北 第 1 次印刷

---

定价: 58.00 元

读者服务热线: (010)81055256 印装质量热线: (010)81055316  
反盗版热线: (010)81055315

## 前言

“信号与动态测量系统”课程主要从动态测量的角度阐述信号与线性系统的关系，它为进一步学习测控电路设计、传感器设计、数字信号处理等课程，以及进行动态测试系统开发和动态测试实践奠定必需的、系统的理论基础。南京理工大学开办“测控技术与仪器”本科专业 20 多年以来，一直将其列为必修的专业基础课程（课程名称曾使用“动态测量原理”“信号与测试系统”）。

本书继承了朱明武教授主编《动态测量原理》（1993 年 10 月，北京理工大学出版社）的基本思想，根据多年教学经验，着力在基本概念的形象化阐述及应用求解示例等方面进行改进，增强了有关仿真建模、信号有效频带求解、测量系统工作频带求解、测量系统动态特性补偿等方面的细节内容，加入了利用 MATLAB 进行分析的内容，舍弃了分布参数系统分析及（模拟）滤波器设计等内容，力求更好地适应本科层次的教学要求。

本书按照测控类本科相关专业基础课程教学大纲要求编写，内容主要包括论述信号与动态测量系统的基本概念、建立测试系统数学模型的方法、线性时不变测试系统的时域分析方法及其动态响应特性的时域描述、基于傅里叶级数和傅里叶变换的信号频谱分析和测试系统频域响应分析、基于拉普拉斯变换的线性时不变测试系统复频域分析。从数字仿真应用的角度分析了离散时间系统的特性，讨论了数字仿真方法，以及改善测量系统动态特性和进行动态测量误差修正的方法。

虽然“信号与动态测量系统”课程的主要理论基础与“信号与系统”相通，但其更符合动态测量的实际应用。本书效力于此，与国内外相近的“信号与系统”类教材比，具有以下特点。

(1) 根据测控系统的特点，对相关的热、机电系统都予以关注，并根据模型的相似性讨论了仿真建模方法。

(2) 始终以保障动态测量中不发生明显动态失真为系统特性的追求目标来讨论问题，系统阐述了动态测量误差的产生机理及相关动态特性的评价方法。

(3) 针对测试系统的应用，系统阐述信号有效频带、测量系统工作频带的概念及其分析、求取方法。

(4) 针对测控技术与仪器专业的特点，安排了“动态特性补偿与动态测量误差修正”的内容。

(5) 虽然采用的基本分析方法（数学工具）以及所关注的基本问题与一般“信号与系统”教材一致，但本书注意结合具体的测控实例与要求进行分析，具有测控类专业的鲜明特点。

(6) 主要算例均利用 MATLAB 工具完成，并适当提供程序脚本，便于应用验证。

本课程的建议教学时数为 64 学时，第 10 章为自学内容，其余各章的参考教学课时见以下的课时分配表。

课时分配表

章 节	课程内容	课时分配	
		讲授	实践训练
第 1 章	概论	2	
第 2 章	集中参数系统数学建模	8	
第 3 章	线性(测量)系统分析方法概论	3	
第 4 章	线性时不变(测量)系统时域分析	10	2
第 5 章	频域分析方法(傅里叶变换方法)	15	2
第 6 章	复频域分析方法(拉普拉斯变换方法)	8	
第 7 章	动态测量系统综合分析	6	2
第 8 章	离散时间系统分析与数字仿真	4	
第 9 章	动态特性补偿与动态误差修正	2	
课 时 总 计		58	6

本书由李永新、吴健共同编写。其中第1章、第2章、第7章~第10章由李永新完成，第3章~第6章由吴健、李永新共同完成。

本书原稿从2009年起被作为内部讲义用于教学试用，历经了多次修改，期间承蒙朱明武和于盛林两位老师悉心审阅并对本书提出了许多建设性的意见，特此向他们表示衷心感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编者

2014年5月

# 目 录

<b>第1章 概论</b> .....	1
1.1 引言	1
1.2 信号的表达、分类及其特征描述	
1.2.1 信号的表达方法	3
1.2.2 信号的分类	4
1.2.3 信号的特征描述	11
1.3 信号失真与动态测量误差	16
1.3.1 理想测量系统与信号相似	16
1.3.2 信号失真及其描述	17
1.3.3 动态测量与动态测量误差	18
1.4 测量系统的基本构成、分类及其数学模型	20
1.4.1 测量系统的基本功能单元	20
1.4.2 测量系统分类	21
1.4.3 测量系统的数学模型	23
1.5 实际动态测量中的信号	25
习题	26
<b>第2章 集中参数系统数学建模</b> .....	27
2.1 引言	27
2.2 线性集中参数电路系统建模	29
2.3 线性集中参数机械系统建模	36
2.4 集中参数热力系统建模	40
2.5 仿真建模方法	44
2.6 微分算子与算子传递函数	50
2.7 连续时间系统数学模型表达形式的相互转换	53
2.7.1 状态方程模型转化为输入输出方程	53
2.7.2 输入输出方程转化为状态方程模型	55
2.8 离散时间系统的数学模型与数字仿真	58
2.8.1 线性时不变离散时间系统的数学模型	58
2.8.2 数字仿真引论	61
习题	63
<b>第3章 线性(测量)系统分析方法概论</b> .....	69
3.1 测量系统分析的基本任务	69
3.2 连续时间系统响应的经典求法	69
3.2.1 系统响应与常微分方程解的对应关系	69
3.2.2 一阶系统响应求解	70
3.2.3 高阶系统响应求解	71
3.3 离散时间系统响应的求法	73
3.3.1 零输入响应求解	73
3.3.2 零状态响应求解	74
3.4 线性时不变系统的基本性质	74
3.4.1 线性时不变连续时间系统的基本性质	74
3.4.2 线性时不变离散时间系统的基本性质	76
3.5 线性时不变测量系统的工程分析方法	77
习题	78
<b>第4章 线性时不变(测量)系统时域分析</b> .....	80
4.1 时域分析的基本信号	80
4.1.1 单位阶跃信号	80
4.1.2 单位冲激信号	81

4.1.3 单位样值信号 .....	83	4.7.4 典型系统动态测量误差的时域估计 .....	119
4.2 信号的时域分解 .....	84	4.8 信号的相关分析 .....	121
4.2.1 连续时间信号分解成单位阶跃信号的线性组合 .....	84	4.8.1 信号的相似性与相关函数 .....	121
4.2.2 连续时间信号分解成单位冲激信号的线性组合 .....	86	4.8.2 自相关函数 .....	124
4.2.3 离散时间信号的时域分解 .....	87	4.8.3 互相关的计算方法 .....	126
4.3 线性时不变系统零状态响应的时域求取方法 .....	87	习题 .....	130
4.3.1 单位样值响应与卷积和 .....	87	第5章 频域分析方法(傅里叶变换方法) .....	133
4.3.2 单位冲激响应与卷积积分 .....	92	5.1 频域分析方法的基本信号 .....	133
4.3.3 单位阶跃响应与叠加积分 .....	96	5.1.1 三角谐波信号 .....	133
4.3.4 单位阶跃响应与单位冲激响应的关系 .....	96	5.1.2 虚指数谐波信号 .....	135
4.3.5 连续时间系统串、并联组合的单位冲激响应 .....	97	5.2 周期信号的谐波分解——傅里叶级数展开 .....	136
4.3.6 离散时间系统串、并联组合的单位样值响应 .....	98	5.2.1 三角谐波分解 .....	136
4.4 典型一阶(测量)系统的时域响应分析 .....	98	5.2.2 虚指数谐波分解 .....	137
4.4.1 典型一阶系统的零输入响应 .....	99	5.2.3 周期信号的离散频谱 .....	139
4.4.2 典型一阶系统的零状态响应 .....	99	5.2.4 周期信号频谱的求取 .....	143
4.5 求解单位冲激响应的“δ匹配”方法 .....	102	5.3 非周期信号的谐波分解——傅里叶变换 .....	146
4.6 典型二阶系统的时域响应分析 .....	107	5.3.1 时限信号的谐波分解与傅里叶变换 .....	147
4.6.1 典型二阶系统的零输入响应 .....	108	5.3.2 频谱密度函数及其物理意义 .....	149
4.6.2 典型二阶系统的零状态响应 .....	110	5.3.3 幅度谱(密度)与相位谱(图) .....	150
4.7 线性时不变系统的时域特性 .....	115	5.3.4 非周期信号频谱的特点 .....	150
4.7.1 时域响应成份辨析 .....	115	5.4 傅里叶变换的基本性质 .....	150
4.7.2 响应分析举例 .....	116	5.4.1 线性性质 .....	150
4.7.3 测量系统动态响应特性的时域描述 .....	116	5.4.2 尺度变换性质 .....	151
		5.4.3 时移性质 .....	152
		5.4.4 频移性质 .....	152
		5.4.5 像原互易性质(像原对称性质) .....	153
		5.4.6 时域微、积分性质 .....	154
		5.4.7 卷积定理 .....	154

5.4.8 频域微分和积分性质 .....	155
5.5 典型信号的频谱（密度） .....	156
5.5.1 门信号（矩形脉冲信号） ...	156
5.5.2 反对称正负矩形脉冲信号 .....	157
5.5.3 单边指数信号 .....	157
5.5.4 （对称）双边指数信号 .....	158
5.5.5 反对称双边指数信号 .....	159
5.5.6 对称三角脉冲信号 .....	160
5.5.7 反对称锯齿脉冲信号 .....	161
5.5.8 对称半正弦（半余弦）信号 .....	161
5.5.9 正矢信号（升余弦脉冲信号） .....	162
5.5.10 冲激信号的频谱 .....	163
5.5.11 直流信号的频谱 .....	163
5.5.12 阶跃信号的频谱 .....	163
5.5.13 一般周期信号的频谱密度 函数 .....	164
5.6 能量谱和功率谱 .....	165
5.6.1 周期信号的功率谱 .....	165
5.6.2 瞬变信号（能量信号）的 能量谱（密度） .....	169
5.6.3 各态历经的平稳随机信号的 功率谱（密度） .....	170
5.6.4 能量谱、功率谱（密度）与 自相关函数的关系 .....	171
5.7 信号的有效频带 .....	172
5.7.1 周期信号的有效频带 .....	172
5.7.2 时限信号的有效频带 .....	176
5.7.3 各态历经的平稳随机信号的 有效频带 .....	179
5.8 信号频谱的数值计算方法与 离散傅里叶变换 .....	180
5.8.1 引言 .....	180
5.8.2 香农离散采样定理与信号 恢复 .....	182
5.8.3 周期信号频谱的数值计算与 离散傅里叶级数 .....	185
5.8.4 非周期信号频谱（密度）的 数值计算与离散傅里叶变换 .....	188
5.9 动态测量系统的频域响应特性 .....	193
5.9.1 线性时不变系统的频响函数 .....	194
5.9.2 幅频特性、相频特性及其 对称性 .....	194
5.9.3 频响函数的物理意义 .....	195
5.9.4 频响函数的求取方法及频响 特性图绘制 .....	196
5.9.5 特殊系统的频响特性 .....	201
5.9.6 组合系统的频响特性 .....	205
5.10 测量系统的工作频带与工程 无失真测量条件 .....	207
5.10.1 工作频带的概念与工程 无失真测量条件 .....	207
5.10.2 工作频带求取 .....	209
5.10.3 频域失真及动态失真的 频域估计 .....	215
习题 .....	217
<b>第6章 复频域分析方法（拉普拉斯     变换方法） .....</b>	<b>222</b>
6.1 拉普拉斯变换与信号分解 .....	222
6.1.1 拉普拉斯变换的信号分解 含义 .....	222
6.1.2 单边拉普拉斯变换与双边 拉普拉斯变换 .....	224
6.1.3 拉普拉斯变换的收敛域 ...	225
6.1.4 拉普拉斯逆变换的积分路径与 信号的复频域分解方案 ...	226
6.1.5 拉普拉斯变换与傅里叶变换 的关系 .....	227
6.2 常用信号的拉普拉斯变换 .....	228

6.3 拉普拉斯变换的基本性质 .....	228	7.2.7 二阶微分系统 .....	269
6.3.1 线性性质 .....	228	7.3 线性时不变系统串联组合的特性分析 .....	271
6.3.2 尺度变换 .....	229	7.4 系统动态特性实例分析 .....	271
6.3.3 时移特性 .....	229	7.5 动态失真情况分析 .....	281
6.3.4 频移特性 .....	229	7.6 动态均方根误差及其求法 .....	286
6.3.5 时域微分 .....	230	习题 .....	293
6.3.6 时域积分 .....	230		
6.3.7 复频域微分 .....	231		
6.3.8 卷积定理 .....	231		
6.4 拉普拉斯变换的求解方法 .....	231	第8章 离散时间系统分析与数字仿真 .....	295
6.4.1 拉普拉斯正变换的计算 .....	231	8.1 离散时间系统响应求解 .....	296
6.4.2 拉普拉斯逆变换的计算 .....	232	8.1.1 “递推法”求解单位样值响应 .....	296
6.5 利用拉普拉斯变换求解线性时不变系统的时域响应 .....	238	8.1.2 “余函数法”求解单位样值响应 .....	297
6.5.1 求解原理 .....	238	8.2 Z变换及其在离散时间系统响应分析方面的应用 .....	297
6.5.2 求解实例 .....	239	8.2.1 离散时间信号的指数分解与Z变换 .....	298
6.6 线性时不变系统的传递函数 .....	246	8.2.2 Z变换的收敛域 .....	299
6.6.1 传递函数的定义与求法 .....	246	8.2.3 Z变换的基本性质 .....	300
6.6.2 传递函数的描述——系统的零、极点分布图 .....	248	8.2.4 Z逆变换的求取 .....	301
6.6.3 系统的极点分布与其稳定性 .....	249	8.3 离散传递函数与离散频响函数 .....	305
6.6.4 传递函数与频响函数的关系 .....	251	8.4 数字仿真方法 .....	308
6.6.5 组合系统的传递函数 .....	254	8.4.1 时域响应不变法 .....	308
习题 .....	255	8.4.2 反向等效法 .....	311
<b>第7章 动态测量系统综合分析 .....</b>	<b>259</b>	8.4.3 微分方程差分离散化 .....	312
7.1 高阶系统的分解 .....	259	8.4.4 双线性变换法 .....	314
7.2 典型系统分析 .....	260	8.5 离散时间系统的实现方法 .....	319
7.2.1 理想放大系统 .....	260	习题 .....	321
7.2.2 典型一阶系统 .....	261		
7.2.3 典型二阶系统 .....	261		
7.2.4 理想积分系统 .....	265		
7.2.5 理想微分系统 .....	267		
7.2.6 一阶微分系统 .....	269		
<b>第9章 动态特性补偿与动态误差修正 .....</b>	<b>325</b>		
9.1 测量系统的动态特性补偿 .....	325		
9.1.1 动态特性补偿目标 .....	325		
9.1.2 模拟补偿方法 .....	338		

9.1.3 数字补偿方法 .....	342	10.3.1 瞬态激励下的频域辨识 ...	356
9.2 动态测量误差修正 .....	344	10.3.2 瞬态激励下的时域辨识 ...	357
习 题 .....	346	10.4 各态历经平稳随机激励下的 系统辨识 .....	358
<b>第 10 章 动态测量系统辨识概论</b> .....	<b>348</b>	习 题 .....	359
10.1 引 言 .....	348	<b>参 考 文 献</b> .....	<b>361</b>
10.2 谐波激励式系统辨识 .....	349		
10.3 瞬态激励式系统辨识 .....	356		

## 1.1 引言

信号(Signal)是信息(Information)的载体<sup>[1]</sup>,它们由一定的对象(信息表现者,也就是信号产生者,简称信源,Source)发出,并可由一些对象(信息需求者,也是信号接受者,简称信宿,Sink)感知。世间万物通过发出可由外界感知的各种信号表现自身的运动与状态(即信息),人们也正是通过感知这些信号而认识世界。

从工程应用暨自然科学的角度,人们定义了形形色色的物理量来统一定量认识问题,而各种研究对象的运动与状态(信息)便具体表现为相关物理量的取值及其随时间变化的规律。因此,信号便具体化为某个物理量的时间历程,即某个物理量在所研究的时间范围内取值情况的有序集合。例如,图 1.1 所示的枪炮发射时膛内火药燃气压力  $p$  随时间  $t$  变化的取值曲线,便是一种可以描述枪炮发射性能的压力信号  $p(t)$ ,图 1.2 所示的热处理炉内温度  $T$  随时间变化的情况  $T(t)$  是可以有效表达热处理工艺的温度信号,类似的,还有位移信号  $x(t)$ 、速度信号  $v(t)$ 、加速度信号  $a(t)$ 、电压信号  $u(t)$ 、电流信号  $i(t)$ ……

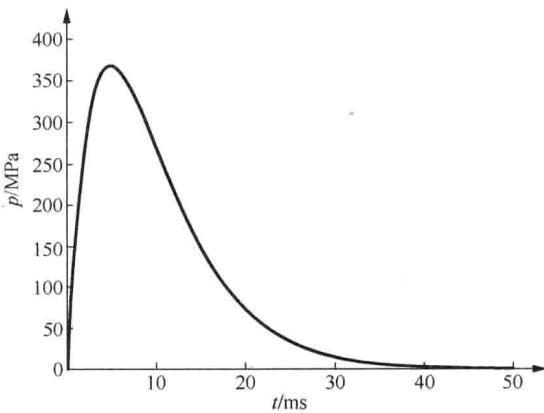


图 1.1 枪炮膛内压力信号

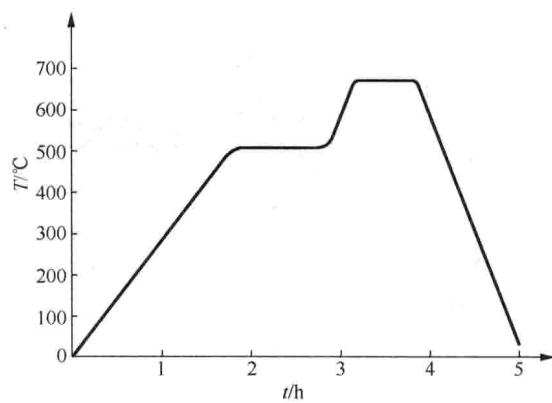


图 1.2 热处理温度信号

人作为认识、改造世界的主体,对各种信息有无穷的需求,但其自然感知信号而获取信息的能力非常有限。人们虽然有双眼可以感知光信号,但局限于可见光的范围,常人看不见红外、紫外光;虽然有耳可以感知声音信号,但局限于可听声频范围,常人听不到超声、次声……

各种机器、设备需要从相关对象获取信息(接受指令,了解环境条件和工作状态等)才能有效协助人们更好地生活、生产,但它们感知信号的固有能力同样非常有限。功能空前强大的数字计算机只能接收按一定要求离散化并量化编码的数字信号;某种电动阀门只能接收

一定频率范围的电流信号；某种机械手关节则只能感知气体压力信号……

当信宿(人们,以及其所应用的机器、设备等)感知信号的固有能力无法满足需要时,我们必然想到利用可能的手段予以拓展。一种拓展信号感知能力的有效方法是:针对信宿无法直接感知的信号  $x(t)$ ,采用一套可以感知  $x(t)$  的特定仪器、设备或装置,将信号  $x(t)$  转换成信宿可以感知、接收的信号  $y(t)$ ,而信号  $y(t)$  包含信号  $x(t)$  中信宿需要的信息。这其实就是人们通常所说的测量(Measurement),其中采用的这套特定仪器、设备或装置便是测量系统(Measurement System)(工程上有时习惯以测试指代测量,因而许多所谓的测试系统实际就是测量系统。但严格说来,测试包含测量和试验两层含义)。例如,人们无法仅凭自身的感官直接定量获取枪炮发射时膛内的压力信号  $p(t)$ ,便可采用如图 1.3 所示的方案,由压电式压力传感器、电荷放大器、模数转换器(ADC)、数字计算机及其 I/O 接口、绘图仪等组成一套测量系统,将  $p(t)$  信号以纸上绘出的曲线图形式呈现在人们面前,如图 1.1 所示(其中横坐标长度与时间成确定比例对应,纵坐标长度与压力量值成确定比例对应)。也可以用打印机替换其中的绘图仪,从而将  $p(t)$  信号以压力量值与时间值有序对应的数据表形式提供给人们。

从测量的角度,发出信号的信源是“被测对象”,如图 1.3 中发射状态下的枪炮(身管);接收信号的信宿是“测量者”,如图 1.3 中的人;测量者希望获得的被测对象发出的信号称为被测信号。测量系统在测量中承担着信号转换与传输的任务,如图 1.4 所示,它将测量者无法直接感知的被测信号  $x(t)$  变换成测量者可以感知的信号  $y(t)$ ,并传输到测量者跟前。即,测量系统接收被测信号  $x(t)$  输入后产生输出信号  $y(t)$  提供给测量者,或者说测量系统在被测信号  $x(t)$  的激励(作用)下产生响应信号  $y(t)$  提供给测量者。因此,对于测量系统而言,图 1.4 中的  $x(t)$  又称为输入信号或激励信号,  $y(t)$  则称为输出信号或响应信号。而测量者最终获得的测量结果是测量者由  $y(t)$  根据已知的变换关系解读出的信号  $x_*(t)$ 。 $x_*(t)$  与被测信号  $x(t)$  的差异被称为测量误差。

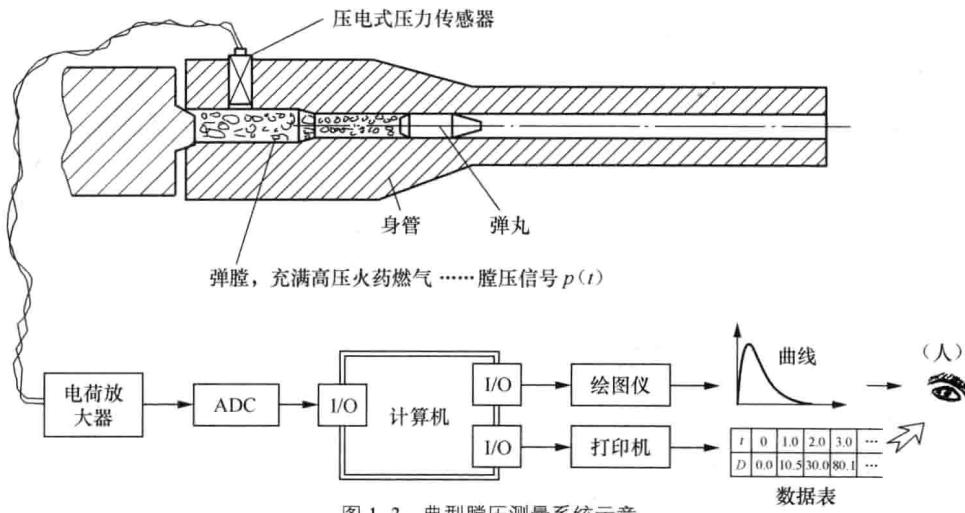


图 1.3 典型膛压测量系统示意

测量的目标非常明确,那就是帮助测量者获得被测信号  $x(t)$ (进而获得被测对象的有关信息)。理想的要求是,测量系统在将  $x(t)$  转换成  $y(t)$  时能保全  $x(t)$  的信息,于是测量者接受到  $y(t)$  时就如同直接感知  $x(t)$  一样。表面看,这样的要求似乎很简单——只要测量系统在把  $x(t)$  转换成  $y(t)$  时,将真实的转换关系  $y(t)=\Psi\{x(t)\}$  告诉测量者就可以了。

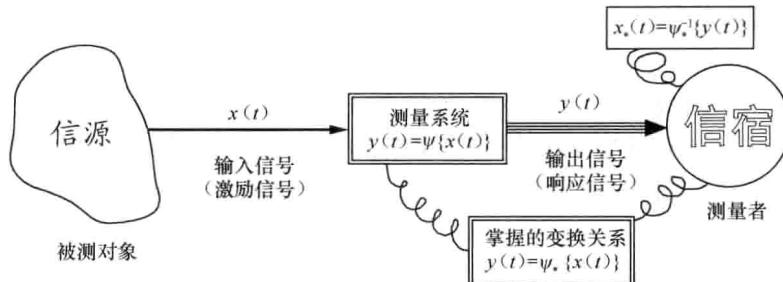


图 1.4 测量过程的信号传输

但实际上这是一个不可能完全满足的要求！因为人们对任何测量系统的认识永远都会有待深入，即便穷尽当前所有的技术手段，也无法获知其真实的转换关系，只能应用某种近似关系  $y(t) \approx \hat{\Psi}\{x(t)\}$ 。也可以理解为：在当前技术背景下，任何测量系统都存在一定的随机性——其输入输出关系是不完全确定的（其实是人们认识的局限！）。因此，测量者接受到  $y(t)$  后不可能同直接感知一样获得完全正确的  $x(t)$  信号，只能依据可用的近似关系获得近似的结果—— $\hat{x}(t) = \hat{\Psi}^{-1}\{y(t)\}$ ！

问题还不仅如此！当人们穷尽当前所有的技术手段获得与真实的转换关系非常接近的  $y(t) \approx \hat{\Psi}\{x(t)\}$  后，也许并不能在实际测量中直接应用——因为测量者的能力有限，如果  $y(t) \approx \hat{\Psi}\{x(t)\}$  过于复杂，则要么分析理解的时间过长，不能满足实时性要求（如一些控制器）；或者根本就无法处理（如一般的测量人员可能没有求解高阶微分方程的能力）。实用的、测量者乐于接受的，应该是一些简单易懂的关系  $y(t) \approx \Psi_*\{x(t)\}$ ，它们与真实关系的差别可能更大，相应地，由此获得的测量结果  $x_*(t) = \Psi_*^{-1}\{y(t)\}$  可能会有更大的误差。不过，只要能将误差约束在一定的范围内，就可以保证测量者从测量结果  $x_*(t)$  获得被测信号  $x(t)$  中那些想要知道的信息（不是全部信息！），满足应用要求。

《信号与动态测量系统》将从如何保证测量者由测量结果获得想要知道的被测信号信息的角度，讨论信号与测量系统的关系——各种测量系统接近真实的转换关系  $y(t) \approx \hat{\Psi}\{x(t)\}$  具体如何？在什么情况下可以简化成实用的形式  $y(t) \approx \Psi_*\{x(t)\}$  应用？简化应用时会产生多大的测量误差？理想的转换传输关系是什么样的……都将通过一些具体的被测信号，由一些典型测量系统（主要讨论现实应用价值突出的线性时不变测量系统）测量的情况加以分析。在介绍分析方法的同时，重点阐述动态测量系统、被测信号与动态测量误差三者的关系，以期从保全被测信号信息的角度有效指导测量系统的设计与应用。

《信号与动态测量系统》与一般的《信号与系统》（或《信号与线性系统》）采用的数学工具一致，前者的研究对象可认为是后者的特例，两者有较大的相关性，习其一而另者易通。不过，《信号与动态测量系统》聚焦动态测量误差问题、关注动态测量系统、被测信号与动态测量误差三者的关系等是适应面求广的《信号与系统》所不及的。

## 1.2 信号的表达、分类及其特征描述

### 1.2.1 信号的表达方法

在工程应用暨自然科学领域，信号的基本形态是某个物理量的时间历程，在数学上可以

方便地用时间函数来表达,通常用相应的物理量符号作为对应函数名,如可用函数  $x(t)$ 、 $p(t)$ 、 $a(t)$  分别表达位移 [ $x$ ] 信号、压力 [ $p$ ] 信号和加速度 [ $a$ ] 信号。

一部分信号的函数表达式可以确知,如简谐振动位移信号  $x(t)=A \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_0)$ (其中,  $A$ 、 $\omega_1$ 、 $\varphi_0$  为常量),用快速开关将直流电压源突然接入电路时对相关电路作用的电压信号  $v(t)=V_S \cdot u(t)$ (其中,  $V_S$  为常量,  $u(t)$  为单位阶跃函数)。此时,信号可真正由数学函数完全表达。

但与测量相关的大部分信号都无法知道其确切的函数表达式(有的是求取非常困难,有的则可能是表达式异常复杂,难以理解,没有实用价值),此时数学函数将只能作为代表信号的符号而已,信号的具体表达则需另寻他法。

物理量可能是矢量,便会有矢量信号。由于矢量信号由多个标量信号分量合成,如三维的速度矢量信号  $\vec{v}(t)$  可以分解成 3 个正交方向 ( $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$ ) 的标量信号  $v_x(t)$ 、 $v_y(t)$ 、 $v_z(t)$ ,且  $\vec{v}(t)=v_x(t) \cdot \vec{x}+v_y(t) \cdot \vec{y}+v_z(t) \cdot \vec{z}$ ,而现有的测量系统对于矢量信号也通常是协调地分别测量各个分量(标量)信号。因此,对于一般的矢量信号,人们只用矢量函数做形式表达,如  $\vec{v}(t)$ 、 $\vec{a}(t)$ ,具体情况则通过它们各个分量(标量信号),用标量函数来描述。

不过,对于二维矢量信号,可以用复变函数  $\{z(t)=x(t)+y(t) \cdot j, j$  为虚单位  $\}$  加以表达,其实部和虚部分别表达二维矢量信号的两个正交分量。

以时间为横坐标、信号量值为纵坐标,用平面坐标图描绘出信号量值随时间变化的曲线,通常谓之时域波形,如图 1.1 和图 1.2 所示,是信号的又一种重要表达方式,尤其当信号的函数表达式不能确知时。此种表达方法形象、直观,只是定量判读可能比较麻烦,会产生一定的判读误差。

将信号量值与时间的对应数据列表,也是在时域表达信号的一种有效方法,如表 1.1 所示。不过,此种表达可能是不完全的——它丢掉了表列时间之外其他时刻的信号取值!对于有的信号,这也许是致命的伤害(会丧失我们需要了解的信息);但对于大部分信号,在一定条件下,则是非常有效、实用的方法(见后续信号取样定理)。

表 1.1 信号  $x(t)$  的量值—时间数据表实例

$t[\text{s}]$	0	0.5	1.5	2.2	3.0	4.0	...
$x[\text{mm}]$	0.00	3.87	9.22	12.35	7.41	2.97	...

对于大部分工程应用,信号列表数据的时间间隔是相等的,便可省略时间栏,只给出起点时间和时间间隔,然后精简地将信号量值顺序排列,就可获得与信号量值—时间对应数据列表相同的表达效果。现代的数字化测量系统通常都是如此表达测量结果(信号)。

除了时域表达外,还可以根据应用需要,将信号通过确定的数学变换,以其他形态加以表达。其中,借助于傅里叶(Fourier)变换得到的“频谱”表达应用最广泛,它对于说明测量结果(及动态测量误差)与线性时不变测量系统及被测信号的关系非常有用,将在后续“频域分析方法”章节中详细介绍。

## 1.2.2 信号的分类

可以根据应用需要,从不同的角度对信号分类。

## 连续时间信号与离散时间信号

根据信号在时间上取值的连续性(致密性)与否,可将信号区分为连续时间信号与离散时间信号。

在宏观世界,任何物理量在任何时刻都会有确定的量值,因此,自然状态下,作为物理量时间历程的所有信号在任何时刻都会有确定的取值,见图 1.1 和图 1.2。这种在连续(致密)的任何时刻都有确定取值的信号就称之为连续时间信号。需要注意的是,连续时间信号概念强调的是信号在任何时刻都有确定的取值,而不是指用以表达它的函数是时间的连续函数!例如,图 1.5 所示的信号  $y(t)$  就是连续时间信号,尽管作为数学函数,  $y(t)$  在  $t_1, t_2$  等时刻并不连续。

在某些应用中,对于测量者而言,相关物理量可能只在一些特定的时刻有意义。例如,作为数字应用电路的使用者,只须关心电路节点在时钟驱动下稳定时刻点的电压值,而不必了解中间的电压变化过程;在研究某种大气温度变化规律时,可能只关心每日某个特定时刻的大气温度,而不必了解其他时刻的气温。更多的情况是某些测量系统(或其中的环节)面对自然的连续时间输入信号,只能摘取其在一些特定时刻的量值(谓之离散取样)予以变换、输出,现代广泛应用的数字化测量系统正是如此,于是,其输出信号的量值便只在这些特定时刻有意义。这种量值只在一系列特定时刻(离散的时间点)有意义的信号就称之为离散时间信号,如图 1.6 所示。

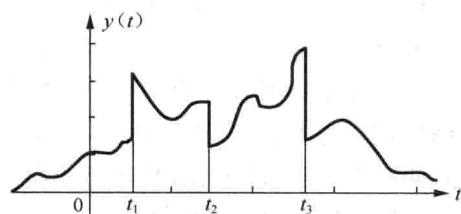


图 1.5 连续时间信号示例

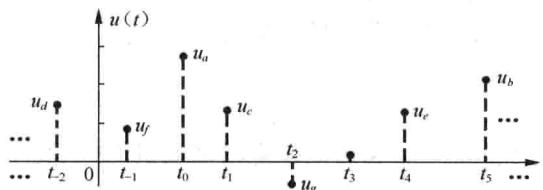


图 1.6 离散时间信号

离散时间信号中那些量值有意义的时刻可称为取样时刻,所谓的离散时间信号,其实都是自然的连续时间信号离散取样的结果。一部分离散取样是测量者主动应用的;大部分离散取样虽然不一定是测量者主动要求的,但通常也是可以接受(见连续时间信号的离散取样及 Shannon(香农)取样定理的相关章节)。

一般离散时间信号的任意两个相邻取样时刻的间隔(谓之取样时间, Sampling Time)是相等的。对于这种等间隔取样所得的离散时间信号,可以约定一个“0”号取样时刻  $t_0$ (通常可取  $t_0=0$ ),则任意取样时刻  $t_n=t_0+n \cdot T_S$  ( $T_S$  是取样时间)便由整数序号  $n \in (-\infty, +\infty)$  确定,相应地,离散信号在各取样时刻  $t_n$  的量值便可标记为整数序号  $n$  的函数  $x[n]^{\textcircled{1}}=x(t_n), y[n]=y(t_n), \dots$ ,于是,便有了以序号  $n$  为自变量的离散时间信号  $x[n], y[n], \dots$

<sup>①</sup> 本教材采用方括号“[ ]”标记离散时间信号的取样序号自变量,而时间自变量用圆括号“( )”标记,以示区别。

标记为整数序号  $n$  函数的等间隔取样离散时间信号  $x[n], y[n], \dots$  通常又被称为离散序列(因为量值按序号排列而得名)。

离散序列(离散时间信号) $x[n]$  的时域(序号域)表达也常用函数式、平面坐标图和数据列表 3 种方式。

离散序列(离散时间信号)的函数式表达类似于连续时间信号,如  $x[n]=(1+n)/(3+n^2)$ ,不过自变量(序号) $n$  只能为整数。

用平面坐标图表达离散序列(离散时间信号)时,为了表达直观、清晰,一般从取值点向横坐标轴(序号轴)作垂线,得到如图 1.7 所示的离散序列坐标图。

离散序列数据列表是一种简便、实用的表达方法,由于只须顺序排列离散序列(离散信号)的取值,故不必绘制表格线,通常的列表方法是将离散序列依序号从左往右排列在花括号“{ }”中,用逗号“,”分隔,用适当的标记(一般用在数据下方加箭头)指示出“0”序号数据的位置,如

$$x_1[n]=\{\dots, -9, 2, 7, -1, 3, \dots\};$$

$$x_2[n]=\{1, -3, 2, 4, 7, -1\};$$

$$x_3[n]=\{-2, 5, 3, 9, \dots\};$$

...

其中  $x_2[n]$  是一个只在有限序号范围  $n \in [-2, 3]$  内才不为零的有限序列,而  $x_3[n]$  是一个在有限的起点  $n=-1$  以后才不为零的有始序列。

### 模拟信号与数字信号

模拟信号(Analogue Signal),就是可以任意精确取量值(量值连续)的连续时间信号,如图 1.8(a)所示。

模拟信号是信号的自然形态,因为从宏观的角度认识,任何物理量  $v$  都是可以任意精确量的(量值连续),且在任意时刻都会有确切的值(时间连续)。

模拟信号的本质特征是量值、时间两方面的致密性(连续性)。由于它只能用一些适当的物理量“模拟”表达——绘制于记录纸上的曲线、磁带上的磁化强度连续分布轨迹……故而得名“模拟”。

对于人为离散取样造就的离散时间信号而言,实用的取样往往伴随着对信号量值的判读(谓之对信号的量化)。而人类(或其他测量者)判读任意物理量  $v$  时,都会受有限分辨力的局限,无法分辨出小于某个门限  $\Delta v$  的量值变化,判读的结果将会是  $v \approx k \cdot \Delta v \triangleq v_d$  ( $k$  为整数)——只会取整数倍  $\Delta v$ ,量值不再连续。即,实际可得到的离散时间信号,其量值也通常是不连续的。这种量值变化和时间取值都离散的信号就是所谓的数字信号(Digital Signal),如图 1.8(d)所示,它是现代大量运用的数字计算机及其衍生系统能够接收和处理的信号。

在工程应用中,有一些连续时间信号的量值原本是连续的,但只在一些特定取值上才有意义,便可能人为地将信号值“量化”到这些特定取值上,形成所谓的量化(连续时间)信号,

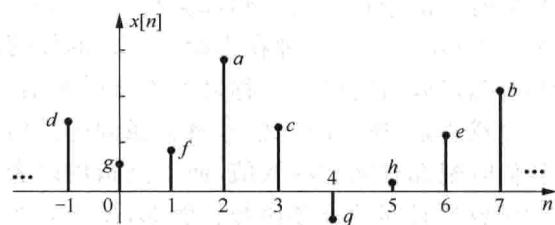


图 1.7 离散序列的坐标图表达

如图1.8(b)所示。例如,对逻辑电路节点上的电压,若约定以“0V”代表逻辑“1”,“+5V”代表逻辑“0”,就可能用适当的整形电路将“0~2.5V”都“量化”为“0V”,而将“2.6~5V”都“量化”为“5V”,从而形成只有“0V”和“+5V”两种取值的“量化信号”。

不过,量化信号只是一种理想化的模型,实际的连续时间信号要从某一量值变到另一量值必须花费一定的过渡时间,完成量值的致密变化过渡(从宏观的角度,任何物理量值都不可能跳跃突变!)。若关心此过渡时间内的情况,将归于模拟信号;若不关心过渡时间内的情况,则落入离散时间信号的范畴。

理论上还有一种量值可以任意精确取值(连续)的离散时间信号,可称为理想(离散)取样信号,如图1.8(c)所示。不过,理想取样信号是很难实现、应用的,通常只有理论分析意义。

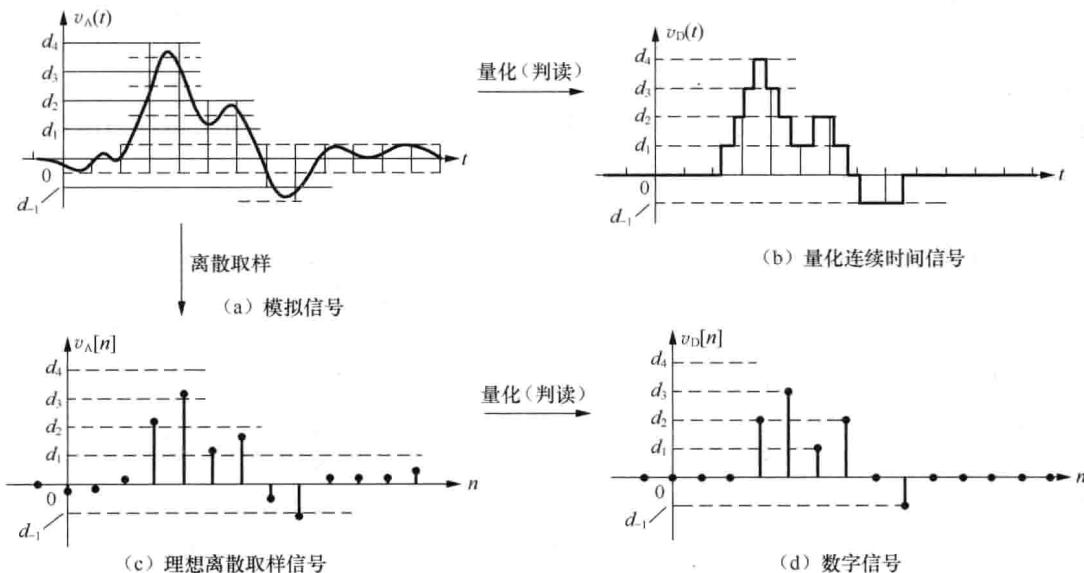


图1.8 模拟信号与数字信号

可见,虽然从概念上有所区分,但实用的连续时间信号本质上都属于模拟信号;而实用的离散时间信号大都是数字信号。因此,在一般场合,连续时间信号与模拟信号之名常常等同混用,数字信号常常指代离散时间信号。

### 确定性信号与随机信号

从信号时域变化规律的确定性与否,可将信号区分为确定性信号与随机信号。

如果信号的时域变化规律能由可知的因素完全确定,就称为确定性信号。也可以换一种说法:确定性信号就是确定性信源发出的信号。例如,某型发动机在恒定载荷下运行时,在可以忽略的误差范围内,气缸内某处的压力信号变化规律,可能由载荷大小、油门开度、油料牌号等可知参量完全确定(——任意两台发动机的压力信号变化规律一致;同一台发动机在不同时段运行的压力信号变化规律一致),便可认为是确定性信号。

如果信号的时域变化规律不能由可知的因素完全确定,就称之为随机信号。也可以说:随机信号是随机性信源发出的信号。例如,某种放大器在输入端短路时的输出端噪声信号,在放大器的制作工艺流程、所采用元件的型号及参数、负载类型及大小、环境温度及湿度等