高等学校教学参考书

机械设计优化方法及应用

周济 编

JIXIE SHEJI
YOUHUA FANGFA
YINGYONG

高等教育出版社

高等学校教学参考书

机械设计
优化方法及应用

周济　编

高等教育出版社

内 容 简 介

本书是编者在高等学校开设选修课和举办优化技术培训班中多次试用的讲义的基础上修改而成的。

本书系统地介绍了机械优化设计的原理及应用。书中，第一章阐述了优化设计的基本概念和基本知识；第二章介绍了优化设计计算方法，重点是几种先进而实用的约束非线性规划算法；第三章讨论了建立机械优化设计的数学模型和运用计算机程序进行优化设计等问题。

本书具有精练简洁、通俗易懂和深入浅出的特点，可作为高等学校机械类专业选修课教材，也可作为有关工程技术人员学习优化技术的参考资料。

高等学校教学参考书
机械设计优化方法及应用
周济 编
·
高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
河北省香河印刷厂印装
·
开本 850×1168 1/32 印张 4.25 字数 100 000
1989 年 3 月第 1 版 1989 年 3 月第 1 次印刷
印数 0001—5 110
ISBN7-04-001934-5/TH·36
定价 1.50 元

前　　言

优化设计是一种现代设计方法。优化方法应用于机械设计中，可以提高产品质量，降低产品成本，是一种具有重要经济意义和巨大应用潜力的先进技术。

本书介绍了优化设计的基本概念和基本方法，重点讨论了优化方法在机械设计中的应用。本书的选材注意了下述两条原则：1）先进性。优化设计的方法很多，本书对于许多已经不常使用的方法不再一一罗列，而是着重论述几种先进而又常用的优化方法。2）实用性。本书的目的是帮助读者学以致用，学会在机械设计中应用优化新技术，因而特别强调了优化设计的概念，同时，对于建立优化设计数学模型的问题进行了比较深入的探讨。本书力求通俗易懂和简明扼要，有时在数学理论推导方面没有作详尽严谨的论证，有兴趣的读者可以进一步学习有关文献。

本书可作为高等学校机械类专业选修课教材，大约需讲授 20～30 个学时，同时，本书也适宜于自修，可作为有关工程技术人员的参考书。

本书编写过程中，采用了一些参考文献中的有关资料。本书初稿已在华中理工大学本科生选修课和 CAD 进修班上试用多次。在试用过程中，许多老师和学生提供了宝贵的意见和建议。另外，本书的绘图工作由黄谦同志承担。在此对以上各位同志表示深切的谢意。

本书承余俊教授审阅，谨在此表示衷心的感谢。

由于水平有限，本书缺点和错误一定不少，恳请读者批评指正。

编者

1988年3月于武汉

目　　录

第一章　工程优化设计的基本概念

1.1　优化计算方法及优化设计的数学模型

1.1.1　概述

一般工程设计问题都存在着许多种可能的设计方案。人们在进行设计工作时，总是力求从各种可能方案中选择较好的方案，或者说，优化的方案。广义地说，这就是优化设计的基本内容。

应该认识到，自古以来的多数工程设计，都是经过了某种程度的“优化”过程。因为在一般情况下，人们总是考虑几种设计方案，进行比较，选取其中最为满意的一种。传统的设计过程如图 1-1 所描述：首先进行综合设计，然后对方案进行分析评价，如果不够满意，则进行再设计。这个“评价一再设计”的过程继续到设计者得出“满意”的设计方案为止。这个“满意”的方案，就是“优化”的方案。实际上的“评价一再设计”过程是多种多样的：i）通常，工程技术人员凭借自己的知识和经验，对候选的方案进行判断性的评价和选择，得到较好的方案；ii）有时，方案优劣的比较和选择要经过反复的试验才能解决；iii）许多工程设计方案，是在长期的实践中发展形成的，由于产品的竞争，自然的选择，优者生存，劣者淘汰，其演变进化的过程，就是一个优化的过程。过去成功的工程设

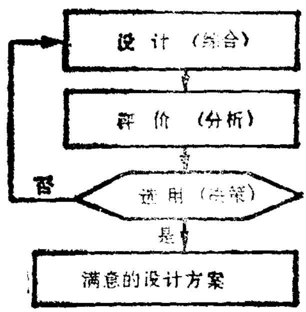

图　1-1

计，经常是这几种“评价—再设计”方法的综合，其结果虽然不一定是最优的，但往往还是令人满意的。然而，严格说来，这些再设计过程还只属于常规设计的范畴。

这里讨论的优化设计是一种现代设计方法，建立在最优化数学理论和现代计算技术的基础之上，其任务在于运用计算机自动确定工程设计的最优方案。

优化设计技术迅速发展的主要推动力是生产的需要。随着生产的发展和科学的进步，工程设计的优劣对工程质量的好坏越来越起着决定性的影响，而且产品的迅速更新换代，也要求优化设计的过程大大缩短。这样，用科学的方法，即最优化方法，进行优化设计的问题，引起了人们广泛的注意。

最优化技术发展的重要条件是计算机技术的飞速发展。如同各种数学方法一样，最优化方法包括了解析方法和数值方法两个方面。利用微分学和变分学的解析优化方法，具有概念清晰和计算精确的特点，但只能解决小型的和特殊的问题，在处理大多数工程实际问题时遇到了很大的困难。数值优化方法是利用已知的信息，通过迭代过程来逼近最优化问题的解。这种方法的思想古已有之，但由于其运算量大，从前无法实现。由于计算机的出现和发展，为数值优化方法的发展提供了有效的手段。特别是近年来微型计算机的普及，更为数值优化方法的广泛应用提供了可靠的保证。

40 年来，最优化数值方法取得了巨大的进展，得到了广泛的应用，形成了一门从实践中产生，在实践中发展起来的新兴学科。

对工程实际问题进行优化设计，本质上是运用计算机高质量高速度地完成图 1-1 所描述的“评价—再设计”过程。为了完成这样的任务，第一步必须将工程实际问题数学化，即抽象成为优化设计的数学模型；第二步是应用最优化计算方法的程序在计算机

上求解这个数学模型。因此，工程优化设计包括建立数学模型和运用计算机优化程序解题这样两个方面的内容。工程优化设计的数学模型，是设计问题的数学表达形式，反映了设计问题中各主要因素间内在联系的一种数学关系。因此，从工程实际问题中抽象出正确的数学模型，是工程优化设计的关键，也是工程设计人员进行优化设计的主要任务。而求解这个数学模型的最优化方法，属于计算数学和应用数学的范畴，是工程设计的一种工具。最优化计算方法工作者们已经提供了较成熟的各种算法和通用的计算机程序。对于这一部分内容，工程设计者需要掌握的是：i）懂得这些算法程序的基本原理；ii）能够选择合适的优化算法程序；iii)熟练使用通用优化设计程序并进而编制专用优化设计程序以解决各种类型的优化设计问题。

1.1.2 工程优化设计的数学模型

目标函数、约束条件、设计变量，是优化设计数学模型的三个要素。现在，结合一个简化的承受静载荷的圆柱型螺旋压缩弹簧（图 1-2）的设计问题来讨论优化设计问题的数学模型。

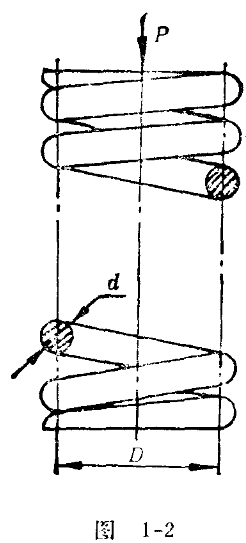

图 1-2

设计中可以调整的参数是弹簧总圈数 n、弹簧中径 D 和弹簧丝直径 d，这组参数称为设计变量。对于弹簧优化设计问题，一组设计变量数值就代表着一种设计方案。设计变量可以取许多组不同的数值，也就是说，存在着许多

种设计方案。设计变量确定以后，设计方案也就完成了。

如果优化设计的目标是弹簧的重量 W 为最轻，其数学表达式为：

$$\min \quad W = 0.25\pi^2 \rho D d^2 n \tag{1-1}$$

式中，min 表示“最小化”；ρ 为弹簧材料的比重。这个表达式称为优化的目标函数。目标函数是在设计过程中对各种可能设计方案进行比较时判定优劣的依据。可以说，弹簧的优化设计，就是选定设计变量 n、D 和 d 的最佳取值，以实现目标函数W的最小化。

由于目标函数(式 1-1)中W与变量 n、D 和 d 都成正比，可以想象，当 n、D 和 d 都为零时，重量W为最轻（等于零）。这个荒谬的设计结果说明，仅仅包含目标函数，优化设计的数学模型还是不完全的。实际上，工程设计必须满足各种要求，也就是说，设计变量的取值，必须服从各种各样的限制条件。这些限制，构成了弹簧优化设计问题中的约束条件。例如：

i）最大变形量为 10 mm，即

$$\delta = \frac{8PD^3 n_1}{Gd^4} = 10 \tag{1-2}$$

ii）压并高度不大于 50 mm，即

$$H_b = (n - \lambda) d \leqslant 50 \tag{1-3}$$

iii）弹簧内径不小于 16 mm，即

$$D_i = D - d \geqslant 16 \tag{1-4}$$

iv）静压强度条件为

$$\tau = k\frac{8PD}{\pi d^3} \leqslant [\tau] \tag{1-5}$$

式中，P 为工作负荷；G 为弹簧材料的切变模量；$[\tau]$为弹簧丝的许用剪切应力；k 为应力修正系数，$k = 1.6/(D/d)^{0.14}$；n_1 为弹簧有效工作圈数，$n_1 = n - n_2$；n_2 为弹簧支承圈数；λ 为弹簧终端类型

系数。

可以看到，在这个弹簧设计问题中，对设计变量的限制有两种方式：一种是式(1-2)所表示的限制方式，它属于自然规律——外力与变形之间的关系方面的限制，它在设计中必须得到满足，以等式约束条件出现；另一种是式(1-3)至式(1-5)所表示的限制方式，它们属于性能方面或几何方面的限制，以不等式约束条件出现。

为了适应于计算机程序解题，一般将优化设计的数学模型表达为如下标准形式：

$$\min \quad f(X) \qquad X \in R^n \tag{1-6}$$

$$\text{S.T.} \quad c_i(X)=0 \quad i=1,2,\cdots,q \tag{1-7}$$

$$c_i(X)\leqslant 0 \quad i=q+1,\cdots,p \tag{1-8}$$

这里，S. T. 表示“满足于”。设计变量 X 表示为一个 n 维列向量：

$$X=[x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$$

优化的过程，就是在满足 q 个等式约束条件[式(1-7)]和$(p-q)$个不等式约束条件[式(1-8)] 的前提下，不断地调整设计变量 X，最终实现目标函数 $f(X)$的最优化。

当设计目标函数为极大化(即 max $\varphi(X)$) 时，可以用与其相

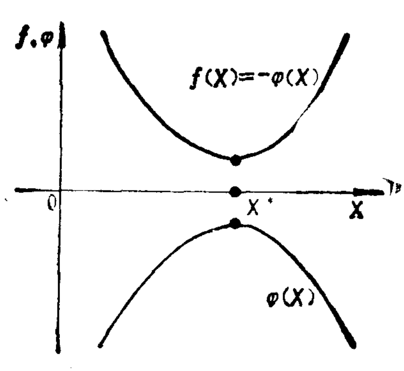

图 1-3

反的实现极小化的目标函数 $f(X)=-\varphi(X)$ 来代替。因为，从图 1-3 中可以看到，$\varphi(X)$ 的极大点和 $f(X)$ 的极小点是同一个点 X^*。当约束条件要求 $h_i(X)\geqslant 0$ 时，可以用约束条件 $c_i(X)=-h_i(X)\leqslant 0$ 来代替。因而，式(1-6)至式(1-8)所描述的最优化问题，具有一般性。

考虑上述弹簧优化设计的例子，令设计变量 $x_1=D$，$x_2=d$，$x_3=n$，即向量 $X=[D,d,n,]^T$，则可将数学模型表达为标准形式：

$$\min \qquad W=\frac{\pi^2}{4}\rho x_1x_2^2x_3$$

$$\text{S.T.} \qquad c_1=\frac{8Px_1^3(x_3-n_2)}{Gx_2^4}-10=0$$

$$c_2=x_2(x_3-\lambda)-50\leqslant 0$$

$$c_3=16-x_1+x_2\leqslant 0$$

$$c_4=k\frac{8Px_1}{\pi x_2^3}-[\tau]\leqslant 0$$

如果考虑载荷 $P=700\text{N}$，弹簧材料选用 50 CrVA，则比重 $\rho=7.8\times10^{-5}\text{N/mm}^3$，切变模量 $G=8.1\times10^4\text{N/mm}^2$，许用剪切应力 $[\tau]=444\text{N/mm}^2$；结构参数选为 $n_2=1.75$，$\lambda=0.5$；另外，还要考虑到所有设计变量取正值，这样还必须增加三个约束条件：$D>0$，$d>0$，$n>0$；这时数学模型演变成为：

$$\min \qquad W=0.0001925x_1x_2^2x_3 \tag{1-9}$$

$$\text{S.T.} \qquad c(1)=0.06913x_1^3(x_3-1.75)/x_2^4-10=0 \tag{1-10}$$

$$c(2)=x_2(x_3-0.5)-50\leqslant 0 \tag{1-11}$$

$$c(3)=16-x_1\quad x_2\leqslant 0 \tag{1-12}$$

$$c(4)=2853.503x_1^{0.86}/x_2^{2.86}-444\leqslant 0 \tag{1-13}$$

$$c(5)=-x_1\leqslant 0 \tag{1-14}$$

$$c(6)=-x_2\leqslant 0 \tag{1-15}$$

$$c(7) = -x_3 \leqslant 0 \tag{1-16}$$

在 1.2 节中将进一步说明，这种格式可以容易地转化成为计算机程序，得到优化计算的结果。

实际问题常常是复杂的，欲将其抽象成正确的数学模型，往往需要对两个互相矛盾的方面进行平衡和抉择：一方面数学模型应尽可能准确地和可靠地描述设计问题，这样，数学模型必然比较复杂；另一方面，数学模型应该是易于处理、便于计算的。正确地处理这对矛盾是一项困难的工作，然而它是设计的首要工作。

1.1.3 优化设计数学模型的三要素

下面再结合上述弹簧实例分别讨论优化数学模型三要素的某些具体问题：

1. 目标函数

由于弹簧的应用场合和任务不同，弹簧优化设计的目标函数存在多种可能性，除了重量最轻之外，也可能是承载能力最大，或者是刚度最大，等等。选取什么项目作为最优化目标以及什么是最优，这里存在一个价值标准的问题，需要设计者对设计对象有深刻的理解。

有时候，设计工作者希望几个方面的设计指标都比较好，例如，希望产品的质量要好，但成本要低，这就是多目标优化设计的问题。一般而言，这些分目标的优化是互相矛盾的。优化过程中须在各分目标之间进行权衡协调，以取得一个各分目标函数值都比较好的最优方案。实际上，如何决定各分目标在优化总目标中的地位和作用，已不是一个规划的问题，而是一个决策的问题。这是一个困难的问题，将在第三章中进一步讨论。

2. 约束条件

根据实际工程问题的需要，上述弹簧设计的约束条件往往还

要增加一些，例如，几何方面的约束，还可能增加弹簧所处空间的约束，弹簧指数的约束等等。而性能方面的约束，则可能增加稳定性的约束，如果承受的是动态负荷，还需要考虑疲劳强度的约束等等。

如果考虑弹簧稳定性的限制，则前述数学模型中还应增加一个不等式约束条件：

$$c_5 = P - F_c \leqslant 0$$

这里，F_c 为压缩弹簧稳定性的临界载荷，

$$F_c = 0.813 H_0 K \left[1 - \sqrt{\frac{6.85}{\mu^2}\left(\frac{D}{H_0}\right)^2}\, \right]$$

其中，H_0 为弹簧的自由高度；K 为弹簧刚度；μ 为长度折算系数。

当然，约束条件选取越多，优化问题就越难解。因此，约束条件的取舍是建立数学模型的一个关键环节。

3. 设计变量

建立数学模型的一个难点是，哪些参数应该定为设计变量，哪些参数取为常量。虽然从理论上说，各种参数都可以按设计变量处理，但实际上有时是不合理的，或者甚至是不可能的。例如，材料的机械性能，由于可供选用的材料有限，且每种材料的性能又大致是确定的，所以用赋值的方法按常量处理比较合适。

一般情况下，设计变量 $\boldsymbol{X}$ 都是连续型变量。当 $\boldsymbol{X}$ 的全部分量都只能取整数或某些离散值时，这种优化问题称为整数优化设计问题或离散优化设计问题。当 $\boldsymbol{X}$ 中既包括连续型变量，又包括离散型变量时，称为混合型优化设计问题。上述弹簧设计的例子中，弹簧丝直径 d 和弹簧中径 D 只能取离散值，而弹簧圈数常取整数值，所以是一个离散优化问题。这类问题，在实际优化设计中经常遇到，是一类重要的特殊类型优化问题，在第三章中还将进一步讨论。

1.2 优化方法的计算机程序及其应用

在建立了正确的数学模型之后，进入优化设计的第二阶段，即应用最优化方法的计算机程序求解工程优化设计的数学模型，以得到优化设计的结果。

读者可以根据本书中学得的知识自行编制优化程序，但是在一般情况下，建议使用成熟的通用优化设计程序。这样可以大大提高工作效率，并保证优化设计的可靠性。

本书附录的BASIC语言优化程序MEXP可以解决小型的优化设计问题。在使用这个通用程序时，设计者要输入优化问题的数学模型——目标函数及约束条件，以及有关的参数信息。

例如求解上述弹簧设计实例，根据数学模型的标准形式(1-9)～(1-16)，设计者需用BASIC语言编写如下程序:

```
60   NN=3:NC=7:NE=1:R=0.01:TT=0.01:
     FF=0.001:AC=0.0001:AD=0.0005:BW=2
2500 REM FUNCTION
2510 F=1.925E-4*X(1)*X(2)*X(2)*X(3)
2520 C(1)=0.06913*X(1)^3*(X(3)-1.75)/
     X(2)^4-10
2530 C(2)=X(2)*(X(3)-0.5)-50
2540 C(3)=16-X(1)+X(2)
2550 C(4)=2853.503*X(1)^0.86/
     (X(2)^2.86)-444
2555 C(5)=-X(1)
2560 C(6)=-X(2)
2565 C(7)=-X(3)
2590 RETURN
```