国家自然科学基金研究专著
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA

计算机辅助几何设计

Computer Aided Geometric Design

王国瑾 汪国昭 郑建民 著

CHEP
高等教育出版社

Springer
施普林格出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机辅助几何设计 / 王国瑾 汪国昭 郑建民 著. – 北京：高等教育出版社；海德堡：施普林格出版社，2001.7

ISBN 7-04-010019-3

I.计… II.①王… ②汪… ③郑… III.几何–计算机辅助设计–图形软件 IV. TP391. 41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 25223 号

责任编辑：徐 可 **封面设计**：王凌波 **责任印制**：宋克学

计算机辅助几何设计

王国瑾 汪国昭 郑建民 著

出版发行	高等教育出版社 施普林格出版社		
社 址	北京市东城区沙滩后街 55 号	邮政编码	100009
电 话	010-64054588	传 真	010-64014048
网 址	http://www.hep.edu.cn		
	http://www.hep.com.cn		
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	中国科学院印刷厂		
开 本	787×1092 1/16		
印 张	26.25	版 次	2001 年 7 月第 1 版
字 数	660 000	印 次	2001 年 7 月第 1 次印刷
插 页	3	定 价	46.00 元

前　言

浙江大学数学系计算机辅助几何设计与图形学科研组（CAGD&CG Group）开展计算机图形学和几何设计的研究已有二十余年历史. 近十年来，科研组在国家自然科学基金资助和兄弟单位帮助下，针对计算机辅助曲线曲面造型的国际前沿课题和我国工业界提出的专业技术难点开展攻关研究，取得了一批理论成果. 这些成果先后总结成论文，发表在Computer Aided Geometric Design, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, Computer Aided Design, Computing, Computer Graphics, Computers and Graphics, Computers in Industry, Journal of Approximation Theory, Chinese Science Bulletin, Progress in Natural Science, Journal of Computer Science and Technology, Journal of Computational Mathematics, Computer Aided Drafting, Design and Manufacturing 等国际期刊和《中国科学》、《计算机学报》、《软件学报》、《数学年刊》、《应用数学学报》、《计算数学》、《高校应用数学学报》、《计算机辅助设计与图形学学报》等国内核心刊物上，累计逾百篇. 其中有 30 篇被 SCI(Science Citation Index)摘录，有 34 篇被 EI(Engineering Index)摘录，有 2 篇在 SIGGRAPH 计算机图形与交互技术国际会议上宣读，又被作为第一作者的国际学者 100 多人次在 70 多篇文章中引用 150 多次，在 CAGD&CG 这一高技术领域为我国争得了一席之地. 为了与广大读者共享我们的科研成果，为祖国的四化尽绵薄之力；为了与同行们进行学术交流，起到抛砖引玉的作用，我们在国家自然科学基金研究成果专著出版基金的资助下，把这些论文进行系统的归纳整理，写成本书印刷出版.

计算机辅助几何设计(Computer Aided Geometric Design)主要研究在计算机图象系统的环境下对曲面信息的表示、逼近、分析和综合. 它肇源于飞机、船舶的外形放样(Lofting)工艺，由 Coons(1912 – 1979)、Bézier(1910 – 1999)等大师于 20 世纪 60 年代奠定理论基础. 典型的曲面表示，20 世纪 60 年代是 Coons 技术和 Bézier 技术，20 世纪 70 年代是 B 样条技术，20 世纪 80 年代是有理 B 样条技术. 现在，曲面表示和造型已经形成了以非均匀有理 B 样条（NURBS：Non-Uniform Rational B-Spline）参数化特征设计(Parameterized and Characteristic Design)和隐式代数曲面表示（Implicit Algebraic Surface Representation）这两类方法为主体，以插值(Interpolation)、拟合(Fitting)、逼近(Approximation)这三种手段为骨架的几何理论体系.

随着计算机图形显示对于真实性、实时性和交互性要求的日益增强，随着几何设计对象向着多样性、特殊性和拓扑结构复杂性靠拢这种趋势的日益明显，随着图形工业和制造工业迈向一体化、信息化和网络化步伐的日益加快，随着激光测距扫描等三维数据采样技术和硬件设备的日益完善，计算机辅助几何设计在近几年来得到了长足的发展. 这主要表现在研究领域的急剧扩展和表示方法的开拓创新.

从研究领域来看，计算机辅助几何设计技术已从传统的研究曲面表示、曲面求交和曲面拼接，扩充到曲面变形、曲面重建、曲面简化、曲面转换和曲面位差；从表示方法来看，以网格细分(Subdivision)为特征的离散造型与传统的连续造型相比，大有后来居上的创新之势. 而且，这种曲面造型方法在生动逼真的特征动画和雕塑曲面的设计加工中如鱼得水，得到了高度的运用.

在这本书中，大部分章节反映了当前的国际研究热点，如有理参数曲面的多项式逼近，降阶逼近和隐式逼近，网格曲面的细分逼近，曲面互化和变形，曲面重建和简化，曲面拼接和求交，曲面位差计算和曲面区间分析等. 因此本书的第一个特点是题材新颖、接触前沿.

在这本书中，展示的最新理论成果涵盖了曲线曲面的计算机表示、插值、拟合、逼近、拼接、离散、转换、求交、求导、求积、变形、区间分析和等距变换等方面，这些都是计算机辅助几何设计的重要研究领域. 因此本书的第二个特点是内容丰富、涉猎广泛.

在这本书中，重点介绍了浙江大学数学系 CAGD&CG Group 近十年来独立创造的计算机辅助几何设计的许多新技术和新方法,例如 Bézier/B-Spline/NURBS 曲线的包络生成技术，离散 B 样条计算技术，有理圆锥曲线段 Bernstein 基表示技术，广义 Ball 曲线曲面表示和求值技术，复杂 B 样条曲线曲面节点插值技术，有理曲面任意阶几何连续拼接技术，参数曲线曲面求交中离散层数的先验性技术和离散最佳终判技术，有理 Bézier 曲线曲面的求导求积技术，曲线曲面等距性中的复分析、重新参数化和代数几何技术，曲面变形中的活动球面坐标技术等等. 因此本书的第三个特点是自成体系、浙大特色.

在这本书中，各章内容充分体现了计算机辅助几何设计这一新兴边缘学科与应用逼近论、微分几何、代数几何、线性代数、数值分析、拓扑学、微分方程、分形小波等近代数学各个分支以及计算机图形学、几何造型、数据结构、程序语言、机械加工、外形检测、三维医学图象学、人体解剖学等学科的交叉和渗透；同时，部分内容是我们在完成国内前西安飞机公司、成都飞机公司、上海船舶运输科学研究所、杭州妇幼保健医院、前浙江医科大学解剖学教研室等单位的实际课题中所总结写成的；即使是理论推导的内容，我们在写作中也尽量描述其来龙去脉和应用背景，希望对我国的工业产品造型、机械设计制造、动画制作、计算机图形软件编制会有一定的帮助；全书总结的曲线曲面的所有算法都被编制了程序，在 SGI 图形工作站和微机上反复调试，得到实现. 因此，本书的第四个特点是学科交叉、面向应用.

最后，这本书的写作采取了由叙述基本概念出发，从几何直观的角度步步深入展开的做法；推导严谨，重点突出，对原发表论文中的定理和算法以再创作的态度作了改写和简缩，以全书统一的符号加以描述，并尽量阐明其创新思路、几何意义及应用步骤. 全书集中介绍我们的理论成果，为保持内容的系统性和完整性，对国际国内的重要相关理论也作扼要介绍. 至于基本概念的叙述，又尽可能不落俗套，尽量采用我们自己的新观点和新思想. 例如，Bézier 曲线的引入，采用了空间割角多边形序列一致收敛的极限形式并给予严格

证明；B 样条基函数，采用了新推导的一般递推公式；NURBS 曲线的引入，采用了递归的包络定义；细分曲面的引入，采用了我们提倡的切割磨光法；区间曲面的引入，采用了我们给出的中心表达形式等等. 这样做的好处一是再次体现专著特色，二是使读者不必多找其他参考书籍，只要具备数学分析(微积分)、线性代数和应用微分几何知识就能读懂全书，登堂入室. 因此，本书的第五个特点是论述简明、深入浅出.

正因为本书是按照由浅入深、循序渐进、严格定义、严密推理、算法详细、注重应用的原则写成的，所以它虽然是一本专著，但却可兼而用作大学的研究生教材，其中第 1、2、3、7 章的全部以及第 5、6、9、10 章的前几节也可用作大学高年级学生的选修课教材，更适合于有志从事计算机图形和计算机辅助设计研究者作为自学入门的向导.

本书可供高等院校计算机科学与工程系、应用数学系、机械工程系、航空航天、舰船、汽车、模具、机器人制造、建筑、测绘、勘探、气象、公路设计、服装鞋帽设计、工业造型、工艺美术、电子通讯、生物、医学图象处理等专业的广大师生和研究生阅读；对从事曲面造型理论研究与工程应用和从事科学计算可视化的广大科技人员，对从事计算机图形、影视动画软件开发和从事产品外形设计、制造与工艺 (CAD/CAM/CAPP)方面有关软件开发的计算机工作者也有较大参考价值.

本书作者从 1984 年起为浙江大学应用数学系(1999 年起更名为数学系)、计算机系、机械系以及后来建立的浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室的研究生开设学位课程《计算几何》. 十多年来，遵照教材现代化、教材与国际接轨的要求，把 CAGD 领域的国际研究进展和本课题组的最新研究成果一点一滴地及时充实到课程讲义之中，不断更新教学内容，以科研带教学，以教学促科研，受到了听讲学生的普遍欢迎. 正是这多年的教学经验积累和科学研究收获，为本书的写作奠定了坚实的基础.

本书共有二十章. 首先由王国瑾教授拟定各章内容和细目，与其余作者进行了充分的讨论和修改. 汪国昭教授撰写了第 11 章、第 20 章和第 1 章的前四节；郑建民教授撰写了第 10 章、第 18 章和第 16 章的第 1、2、3、7、8、9 节；杨勋年副教授撰写了第 6 章的前二节；王国瑾教授撰写了本书其余的十三章以及第 1 章的后二节、第 6 章的后三节和第 16 章的第 4、5、6、10 节；最后由王国瑾教授负责全书的统稿、润色和校订.

这本书是在前浙江大学应用数学系主任和浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室学术委员会前主任梁友栋教授的关心和支持下写成的，浙江大学数学系的董光昌教授和金通洸教授也对本书的写作给予热情的鼓励. 作者衷心感谢兄弟院校的师长们，他们多年来都在学术上给作者以丰富的启迪，在工作中给作者以巨大的帮助；尤其是亲自倡导并身体力行开展中国 CAGD 研究事业的著名数学家苏步青院士，他对科学的执著和创造精神，他以七十多高龄下厂解决实际课题的研究作风，一直激励着作者们奋发进取. 博士生刘利刚、陈国栋、陈动人、钟纲、吕勇刚、张宏鑫、满家巨、寿华好、车武军、吕晟珉、张景峤以及硕士生解本怀、金雷为本书文稿的打字和排版付出了辛勤的劳动，作者也向他们表示诚挚的

感谢.

在本书面世之际，三位作者还要对养育自己的父母以及各自的妻子吴定安、林亚平、任开文表示深深的敬意. 他们以自己的爱心和操劳，默默地支持着作者们长年累月的科研工作和本书的写作. 如果说，本书对我国的科学研究、工业和软件业会有一点微薄贡献的话，那么这里面也有他们的一份功劳.

由于时间仓促，加之水平有限，本书中难免会有错误和不足，敬请读者不吝指正.

作者谨识于
浙江大学求是园欧阳纯美楼

目　录

第十章 曲线曲面的几何连续性 129

第十一章 参数曲线曲面的求交技术 159

第十二章 有理 Bézier 曲线曲面的多项式逼近 183

第十六章 等距曲线与等距曲面 287