

圣才  
电子书

圣才考研网  
[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)

国内外经典教材辅导系列·经济类

大礼包  
扫码领取



# 平新乔《微观经济学十八讲》

## 课后习题和强化习题详解

(第3版)

主编：圣才考研网  
[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)

赠

超值大礼包

- ◆ 本书电子书（手机版、电脑版）
- ◆ 全国名校经济学考研试卷分析及真题详解电子书
- ◆ 考研专业课咨询服务

说明：手机扫码（本书右上角）免费领取本书大礼包。



中国石化出版社  
[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://WWW.SINOPEC-PRESS.COM)

国内外经典教材辅导系列 · 经济类

# 平新乔《微观经济学十八讲》

## 课后习题和强化习题详解 (第3版)

主编：壹才考研网

[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)



中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://WWW.SINOPEC-PRESS.COM)

## 内 容 提 要

平新乔所著的《微观经济学十八讲》是国内最优秀的中高级微观经济学教材之一，本书是该教材的学习辅导书。本书遵循原书的章目编排，共分 18 讲，每讲由两部分组成：第一部分是课（章）后习题详解，对所有习题都进行了详细的分析和解答；第二部分为强化习题详解，参考国内外的大量相关资料补充了部分难题，以巩固和强化本章的知识难点。

圣才考研网([www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com))提供平新乔《微观经济学十八讲》网授精讲班【教材精讲 + 经典考题串讲】、3D 电子书、3D 题库。购书享受超值大礼包服务【本书电子书 + 全国名校经济学考研试卷分析及真题详解电子书 + 考研专业课咨询服务】。手机扫码(本书封面的二维码)，免费领取本书大礼包。

## 图书在版编目(CIP)数据

平新乔《微观经济学十八讲》课后习题和强化习题  
详解/圣才考研网主编.—3 版.—北京:中国石化出  
版社,2017.10  
国内外经典教材辅导系列  
ISBN 978 - 7 - 5114 - 4717 - 3

I . ①平… II . ①圣… III . ①微观经济学 - 高等学校  
- 题解 IV . ①F016 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 264637 号

未经本社书面授权，本书任何部分不得被复制、抄袭，或者  
以任何形式或任何方式传播。版权所有，侵权必究。

中国石化出版社出版发行  
地址:北京市朝阳区吉市口路 9 号  
邮编:100020 电话:(010)59964500  
发行部电话:(010)59964526  
<http://www.sinopec-press.com>  
E-mail:press@sinopec.com  
武汉市新华印刷有限责任公司印刷  
全国各地新华书店经销

\*  
787×1092 毫米 16 开本 16.75 印张 421 千字  
2018 年 4 月第 3 版 2018 年 4 月第 1 次印刷  
定价:58.00 元

# 国内外经典教材辅导系列·经济类

## 编 委 会

**主编：**圣才考研网([www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com))

**编委：**邸亚辉 王 巍 匡晓霞 李 雪 肖 萌  
段瑞权 倪彦辉 王泽人 李昌付 娄旭海  
涂幸运 肖 娟 赵立亭 赵芳微 万军辉

## 序 言

我国各大院校一般都把国内外通用的权威教科书作为本科生和研究生学习专业课程的参考教材，这些教材甚至被很多考试（特别是硕士和博士入学考试）和培训项目作为指定参考书。为了帮助读者更好地学习专业课，我们有针对性地编著了一套与国内外教材配套的复习资料，整理了各章的笔记，并提供配套的名师讲堂和题库。

平新乔的《微观经济学十八讲》是国内最优秀的中高级微观经济学教材之一，被国内部分院校（主要是北京大学等名校）指定为考研考博参考书。作为该教材的学习辅导书，本书具有以下几个方面的特点：

1. 详解课后习题，分析相关要点。本书参考了北京大学部分院系的老师讲授《微观经济学十八讲》习题和作业的答案及相关资料，对每章的所有习题进行了详细的分析和解答。由于《微观经济学十八讲》参考了大量国外经济学方面的英文教材和专业论文，其教材讲解和习题较多地涉及数理方面的知识，因此，对每章的一些重要知识点和习题的解答，我们在不违背原书原意的基础上结合其他相关经典教材进行了必要的整理和分析。

2. 补充难点习题，强化知识考点。为了进一步巩固和强化本章知识难点的复习，每章参考了国内外的相关试题、作业和习题，精选了部分难题，并对相关重要知识点进行了延伸和归纳。

与本书相配套，圣才考研网提供平新乔《微观经济学十八讲》网授精讲班【教材精讲+经典考题串讲】、3D电子书、3D题库。

要深深牢记：考研不同一般考试，概念题（名词解释）要当作简答题来回答，简答题要当作论述题来解答，而论述题的答案要像是论文，多答不扣分。有的论述题的答案简直就是一份优秀的论文（其实很多考研真题就是选自一篇专题论文），完全需要当作论文来回答！

购买本书享受超值大礼包服务：手机扫码（本书封面的二维码）免费领取本书大礼包。具体包括：①本书电子书（手机版，电脑版）；②全国名校经济学考研试卷分析及真题详解电子书；③考研专业课咨询服务。

圣才考研网（[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)）是圣才学习网旗下的考研考博专业网站，提供全国各高校经济类专业考研考博辅导班【一对一辅导（面授/网授）、网授精讲班等】、3D电子书、3D题库、全套资料（历年真题及答案、笔记讲义等）、经济类国内外经典教材名师讲堂、考研教辅图书等。

考研辅导：[kaoyan.100xuexi.com](http://kaoyan.100xuexi.com)（圣才考研网）

资格考试：[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)（圣才学习网）

圣才学习网编辑部

# 目 录

<b>第1讲 偏好、效用与消费者的基本问题</b>	(1)
1.1 课后习题详解	(1)
1.2 强化习题详解	(6)
<b>第2讲 间接效用函数与支出函数</b>	(11)
2.1 课后习题详解	(11)
2.2 强化习题详解	(20)
<b>第3讲 价格变化对消费者的配置效应与福利效应</b>	(26)
3.1 课后习题详解	(26)
3.2 强化习题详解	(35)
<b>第4讲 VNM效用函数与风险升水</b>	(41)
4.1 课后习题详解	(41)
4.2 强化习题详解	(47)
<b>第5讲 风险规避、风险投资与跨期决策</b>	(51)
5.1 课后习题详解	(51)
5.2 强化习题详解	(62)
<b>第6讲 生产函数与规模报酬</b>	(66)
6.1 课后习题详解	(66)
6.2 强化习题详解	(76)
<b>第7讲 要素需求函数、成本函数、利润函数与供给函数</b>	(81)
7.1 课后习题详解	(81)
7.2 强化习题详解	(94)
<b>第8讲 完全竞争与垄断</b>	(100)
8.1 课后习题详解	(100)
8.2 强化习题详解	(113)
<b>第9讲 古诺(Cournot)均衡、Bertrand与不完全竞争</b>	(123)
9.1 课后习题详解	(123)
9.2 强化习题详解	(135)
<b>第10讲 策略性博弈与纳什均衡</b>	(141)
10.1 课后习题详解	(141)
10.2 强化习题详解	(151)
<b>第11讲 广延型博弈与反向归纳策略</b>	(159)
11.1 课后习题详解	(159)
11.2 强化习题详解	(168)

<b>第 12 讲</b>	<b>子博弈与完美性</b>	(171)
12. 1	课后习题详解	(171)
12. 2	强化习题详解	(175)
<b>第 13 讲</b>	<b>委托—代理理论初步</b>	(185)
13. 1	课后习题详解	(185)
13. 2	强化习题详解	(191)
<b>第 14 讲</b>	<b>信息不对称、逆向选择与信号博弈</b>	(195)
14. 1	课后习题详解	(195)
14. 2	强化习题详解	(202)
<b>第 15 讲</b>	<b>工资、寻找工作与劳动市场中的匹配</b>	(209)
15. 1	课后习题详解	(209)
15. 2	强化习题详解	(216)
<b>第 16 讲</b>	<b>一般均衡与福利经济学的两个基本定理</b>	(226)
16. 1	课后习题详解	(226)
16. 2	强化习题详解	(232)
<b>第 17 讲</b>	<b>外在性、科斯定理与公共品理论</b>	(242)
17. 1	课后习题详解	(242)
17. 2	强化习题详解	(248)
<b>第 18 讲</b>	<b>企业的性质、边界与产权</b>	(257)
18. 1	课后习题详解	(257)
18. 2	强化习题详解	(261)

# 第1讲 偏好、效用与消费者的基本问题

## 1.1 课后习题详解

1. 根据下面的描述，画出消费者的无差异曲线。对于(2)和(3)题，写出效用函数。

(1) 王力喜欢喝汽水  $x$ ，但是厌恶吃冰棍  $y$ 。

(2) 李楠既喜欢喝汽水  $x$ ，又喜欢吃冰棍  $y$ ，但她认为三杯汽水和两根冰棍是无差异的。

(3) 萧峰有个习惯，他每喝一杯汽水  $x$  就要吃两根冰棍  $y$ ，当然汽水和冰棍对他而言是多多益善。

(4) 杨琳对于有无汽水  $x$  喝毫不在意，但她喜欢吃冰棍  $y$ 。

答：(1)根据题意，对王力而言，冰棒是厌恶品，相应的无差异曲线如图 1-1 所示(图中箭头表示更高的效用方向)。

(2)根据题意，对李楠而言，汽水和冰棒是完全替代品，其效用函数为  $u(x, y) = 2x + 3y$ ，相应的无差异曲线如图 1-2 所示。

(3)消费者对这两种商品的效用函数为  $u(x, y) = \min\left\{x, \frac{y}{2}\right\}$ ，相应的无差异曲线如图 1-3 所示。

(4)如图 1-4 所示，其中  $x$  为中性品。

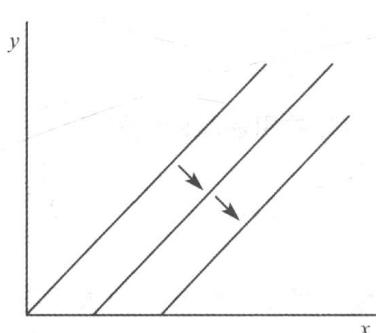


图 1-1 喜欢喝汽水厌恶吃冰棍

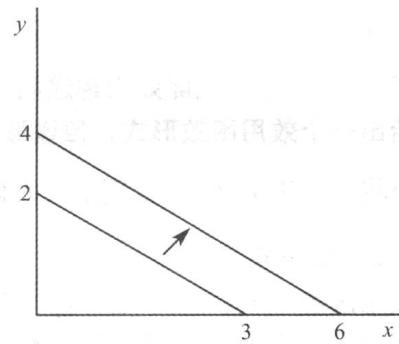


图 1-2 既喜欢喝汽水又喜欢吃冰棍

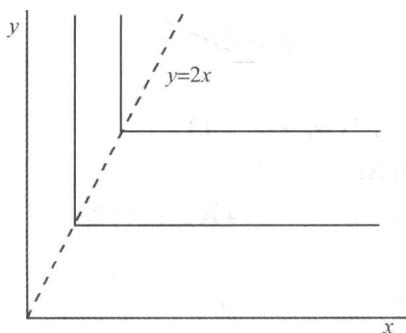


图 1-3 喝一杯汽水就要吃两根冰棍

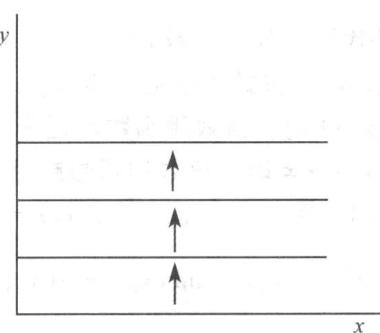


图 1-4 对于有无汽水喝毫不在意

2. 作图：如果一个人的效用函数为  $u(x_1, x_2) = \max\{x_1, x_2\}$

(1) 请画出三条无差异曲线。

(2) 如果  $p_1 = 1, p_2 = 2, y = 10$ 。请在图 1-5 上找出该消费者的最优消费组合。

答：(1) 由效用函数画出的三条无差异曲线如图 1-5 所示。

(2) 效用函数确定了消费者的最优选择必定是落在便宜的商品上，即他会将所有收入都用于购买相对便宜的商品，最优点如图 1-5 中的 A 点所示，在该点此人消费 10 个单位的  $x_1$ , 0 个单位的  $x_2$ 。

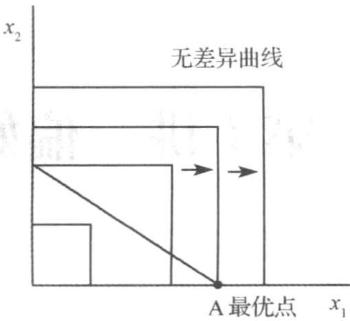


图 1-5 无差异曲线和最优点

3. 下列说法对吗？为什么？

若某个消费者的偏好可以由效用函数  $u(x_1, x_2) = 10(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) - 50$  来描述，那么对此消费者而言，商品 1 和商品 2 是完全替代的。

答：此说法正确。理由如下：

方法一：由于效用函数的单调变换和原效用函数表示同一个偏好，所以对  $u$  进行如下单调变换  $f(u) = \left(\frac{u+50}{10}\right)^{1/2}$  后，得到新的效用函数为  $u'(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ ，这是完全替代偏好的效用函数，所以原效用函数所描述的偏好中，商品 1 与商品 2 也是完全替代的。

方法二：由题意知： $MU_1 = 20x_1 + 20x_2, MU_2 = 20x_1 + 20x_2$

$$\text{边际替代率 } MRS_{12} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{20x_1 + 20x_2}{20x_1 + 20x_2} = 1 \text{ (是一个常数)}$$

由于  $MRS_{12} = 1$ ，是一个常数，所以商品 1 与商品 2 是以 1:1 的比率完全替代的。

4. 设  $u(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \ln x_1 + \frac{1}{2} \ln x_2$ , 这里  $x_1, x_2 \in R_+$ 。

(1) 证明： $x_1$  与  $x_2$  的边际效用都递减。

(2) 请给出一个效用函数形式，但该形式不具备边际效用递减的性质。

答：(1) 将  $u$  关于  $x_1$  和  $x_2$  分别求二阶偏导数得  $\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{1}{2x_1^2} < 0, \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{2x_2^2} < 0$ ，所以  $x_1$  与  $x_2$  的边际效用都递减。

(2) 如效用函数  $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ ，它关于  $x_1$  与  $x_2$  的二阶偏导数恒大于零，所以  $x_1$  与  $x_2$  的边际效用都是递增的。只要效用函数的二阶偏导数不为负，就可以保证边际效用不是递减的。

5. 常替代弹性效用函数  $u(x_1, x_2) = (\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ , 请证明：

(1) 当  $\rho = 1$ ，该效用函数为线性。

(2) 当  $\rho \rightarrow 0$  时，该效用函数趋近于  $u(x) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$  ( $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ )。

(3) 当  $\rho \rightarrow -\infty$  时，该效用函数趋近于  $u(x) = \min(x_1, x_2)$ 。

证明：(1) 当  $\rho = 1$  时， $u(x_1, x_2) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ ，此时效用函数是线性的。

$$(2) \lim_{\rho \rightarrow 0} u(x_1, x_2) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \exp(\ln u(x_1, x_2)) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \exp\left(\frac{\ln(\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)}{\rho}\right)$$

$$= \exp\left\{\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\alpha_1 x_1^\rho \ln x_1 + \alpha_2 x_2^\rho \ln x_2}{\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho}\right\} = \exp\{\alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2\} = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} (\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$$

$$(3) \lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \lim_{\rho \rightarrow -\infty} \exp(\ln u(x_1, x_2)) =$$

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \exp\left(\frac{\ln(\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho)}{\rho}\right) = \exp\left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_1 x_1^\rho \ln x_1 + \alpha_2 x_2^\rho \ln x_2}{\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho}\right), \text{ 最后一个等号用到洛必达法则, 下面分情况讨论:}$$

①当  $x_1 > x_2$  时:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \exp\left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_1 \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2}{\alpha_1 \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho + \alpha_2}\right) = \exp(\ln x_2) = x_2$$

上式中倒数第二个等号成立是因为当  $\frac{x_1}{x_2} > 1$  时,  $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^\rho = 0$ 。

②当  $x_1 < x_2$  时:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \exp\left(\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \frac{\alpha_2 \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^\rho \ln x_2 + \alpha_1 \ln x_1}{\alpha_2 \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^\rho + \alpha_1}\right) = \exp(\ln x_1) = x_1$$

③当  $x_1 = x_2$  时, 有  $u(x) = x_1 = x_2 = \min\{x_1, x_2\}$ 。

综上可知:

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

6. 茜茜总喜欢在每一杯咖啡里加两汤匙糖。如果每汤匙糖的价格是  $p_1$ , 每杯咖啡的价格是  $p_2$ , 消费者花费  $M$  元在咖啡和糖上, 那么, 她将打算购买多少咖啡和糖? 如果价格变为  $p'_1$  和  $p'_2$ , 对她关于咖啡和糖的消费会产生什么影响?

答: (1) 由于茜茜总喜欢在每一杯咖啡里加两汤匙糖, 所以咖啡和糖对茜茜而言是完全互补品, 如果用  $c$  和  $s$  分别表示她消费的咖啡的数量(以杯为单位)和糖的数量(以汤匙为单位), 那么她的效用函数就可以表示为:

$$u(c, s) = \min\left\{c, \frac{1}{2}s\right\}$$

从而她的效用最大化问题可以表示为:

$$\max_{c,s} \min\left\{c, \frac{1}{2}s\right\}$$

$$s.t. p_1 s + p_2 c = M$$

对于最优选择, 必有  $c = \frac{1}{2}s$ 。这是因为如果  $c > \frac{1}{2}s$ , 那么在保持预算约束不变的条件下, 增加一些糖的消费, 再减少一些咖啡的消费, 就可以提高茜茜的效用, 如图 1-6 的 A 点所示。所以对于最优选择,  $c > \frac{1}{2}s$  一定不成立; 对于  $c < \frac{1}{2}s$  也有类似的理由。

再结合预算约束, 就可以得到消费者对咖啡和糖的

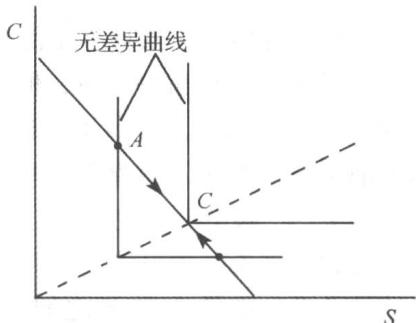


图 1-6 互补偏好的最优选择

最优消费量为：

$$c = \frac{M}{2p_1 + p_2}, s = \frac{2M}{2p_1 + p_2}$$

(2) 当价格变为  $p'_1$  和  $p'_2$  时，茜茜对咖啡和糖的消费变为：

$$c = \frac{M}{2p'_1 + p'_2}, s = \frac{2M}{2p'_1 + p'_2}$$

所以咖啡和糖两者之中任何一个价格上涨都会引起茜茜对它们的需求同时下降。

7. 令  $\geq$  表示偏好关系， $>$  表示严格偏好关系， $\sim$  表示无差异关系，证明下列关系：

(1)  $\geq \subset \geq$

(2)  $\sim \subset \geq$

(3)  $> \cup \sim = \geq$

(4)  $> \cap \sim = \phi$

证明：(1)  $\geq \subset \geq$  的含义是：弱偏好本身是弱偏好的一个子集。

根据子集的定义，任何非空集合都是自己的一个子集。由于偏好关系是定义在选择集的二次幂集上的完备的序关系，又由选择集的非空性质得到选择集二次幂集的非空性，得到偏好关系的非空性质。

(2)  $\sim \subset \geq$  的含义是：如果 A 和 B 之间无差异，那么 A 至少和 B 一样好，从而本结论成立。

(3)  $> \cup \sim = \geq$  的含义是：如果消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好这一关系和消费者对 A 和 B 的偏好是无差异的这一关系中有一个成立，那么消费者对 A 的偏好至少和 B 一样好这一关系一定成立，反之亦然。根据  $\geq$  关系的定义可知这个结论是成立的。

(4)  $> \cap \sim = \phi$  的含义是：消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好这一关系和消费者对 A 和 B 的偏好是无差异的这一关系不能同时成立。理由如下：如果  $A > B$  和  $A \sim B$  同时成立，那么就有  $A > B \sim A$ ，从而得到  $A > A$ ，矛盾。

8. 证明下列结论(或用具说服力的说理证明)：

(1) “ $<$ ”与“ $\sim$ ”都不具有“完备性”。

(2) “ $\sim$ ”满足反省性。

(3) 严格偏好关系不满足反省性。

(4) 对于任何 X 中的  $x^1$  与  $x^2$ ，在下列关系中只能居其一： $x^1 > x^2$ ，或  $x^1 < x^2$ ，或  $x^1 \sim x^2$ 。

证明：(1) “ $<$ ”与“ $\sim$ ”都不具有完备性。理由如下：

如果一种偏好关系具有完备性，那么对消费集中任意两个消费束之间都可以建立这种关系。“ $<$ ”表示严格偏好关系，但是对任意的两个消费束 A 和 B，消费者对它们可能是无差异的，这时 A 和 B 之间就不能建立严格偏好的关系。“ $\sim$ ”表示无差异关系，但是对任意的两个消费束 A 和 B，消费者可能严格偏好于 A，这时 A 和 B 之间就不能建立无差异的关系。

(2) “ $\sim$ ”满足反省性。理由如下：

反省性是说，如果消费束 A 和消费束 B 之间满足某种二元关系，那么 B 和 A 之间也满足这种关系。如果 A 和 B 之间是无差异的，那么显然，B 和 A 之间也是无差异的，所以“ $\sim$ ”满足反省性。

(3) 严格偏好关系不满足反省性，理由如下：

如果消费者对 A 的偏好超过了对 B 的偏好，即  $A > B$ ，那么根据反省性，消费者对 B 的偏好也超过了对 A 的偏好，即  $B > A$ 。从而就有  $A > A$ ，即消费者对 A 的偏好超过了他对 A 的偏好，这样就出现了矛盾。所以严格偏好关系不满足反省性。

(4) 对于  $X$  中的任何  $x^1$  与  $x^2$ ，下列关系中只有一个能成立：

$$x^1 > x^2, \text{ 或 } x^1 < x^2, \text{ 或 } x^1 \sim x^2.$$

理由如下：

如果这三种关系中至少有两个同时成立，那么共有以下四种情况：

①  $x^1 > x^2$  且  $x^1 < x^2$ ，由此可以得到  $x^1 > x^2 > x^1$ ，即  $x^1 > x^1$ ，矛盾！

②  $x^1 > x^2$  且  $x^1 \sim x^2$ ，由此可以得到  $x^1 > x^2 \sim x^1$ ，即  $x^1 > x^1$ ，矛盾！

③  $x^1 < x^2$  且  $x^1 \sim x^2$ ，由此可以得到  $x^1 < x^2 \sim x^1$ ，即  $x^1 < x^1$ ，矛盾！

④  $x^1 > x^2$ ,  $x^1 < x^2$  且  $x^1 \sim x^2$ ，由此可以得到  $x^1 < x^2 \sim x^1$ ，即  $x^1 < x^1$ ，矛盾！

综上可知这三种关系中只有一个能成立。

9. 一个只消费两类物品的消费者面临正的价格，其拥有正的收入，他的效用函数为

$$u(x_1, x_2) = x_1$$

导出其马歇尔需求函数。

答：消费者的效用最大化问题为：

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) &= x_1 \\ s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 &= y \end{aligned}$$

由约束条件可知  $x_1 = \frac{y - p_2 x_2}{p_1}$ ，从而当  $x_1 = \frac{y}{p_1}$ 、 $x_2 = 0$  时，消费者效用达到最大，因此该

消费者的马歇尔需求函数为：

$$x_1 = \frac{y}{p_1}, \quad x_2 = 0$$

10. 一个人的效用函数为  $u(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ ，这里  $0 < \alpha < 1$ ,  $A > 0$ 。假定存在内点解，请推导其马歇尔需求函数。

答：该消费者的效用最大化问题为：

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \\ s.t. \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 = y \end{aligned}$$

该问题的拉格朗日函数为：

$$L(x_1, x_2, \lambda) = Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda(y - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

使  $L(\cdot)$  最大化的  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $\lambda$  满足一阶条件：

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = (1-\alpha) A x_1^\alpha x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \quad (3)$$

(1)式除以(2)式，得：

$$\frac{\alpha x_2}{(1-\alpha)x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

即：

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)p_1x_1}{\alpha p_2} \quad (4)$$

④式代入③式得：

$$x_1 = \frac{\alpha y}{p_1} \quad (5)$$

⑤式代入④式得：

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)y}{p_2} \quad (6)$$

⑤、⑥两式即为  $x_1$  和  $x_2$  的马歇尔需求函数。

11. 在下列效用函数形式里，哪些是效用函数的单调变换？

(1)  $u = 2v - 13$

(2)  $u = -1/v^2$

(3)  $u = 1/v^2$

(4)  $u = \ln v$

(5)  $u = -e^{-v}$

(6)  $u = v^2$

(7)  $u = v^2$ , 对于  $v > 0$

(8)  $u = v^2$ , 对于  $v < 0$

答：当  $u_1 > u_2$  意味着  $f(u_1) > f(u_2)$ ，则称  $f(u)$  为原效用函数  $u(x)$  的单调变换。本质上说，单调变换与一个单调函数是一回事。一个效用函数是原效用函数的单调变换，则该效用函数严格的单调递增。

(1) 是单调变换，因为  $\frac{\partial u}{\partial v} = 2 > 0$ 。

(2) 在  $v > 0$  时是单调变换， $v < 0$  时不是单调变换。理由如下：

因为  $\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{2}{v^3}$ ，所以当  $v > 0$  时， $\frac{\partial u}{\partial v} > 0$ ；当  $v < 0$  时， $\frac{\partial u}{\partial v} < 0$ 。从而只有当  $v > 0$  时， $u = -\frac{1}{v^2}$  才是单调变换。

(3) 在  $v > 0$  时不是单调变换， $v < 0$  时是单调变换。理由类似于(2)。

(4) 在  $v > 0$  时是单调变换， $v < 0$  时不是单调变换。因为当  $v < 0$  时，函数  $\ln v$  无意义。

(5) 是单调变换。理由类似于(1)。

(6) 在  $v > 0$  时是单调变换， $v < 0$  时不是单调变换。理由类似于(2)。

(7) 是单调变换。理由类似于(1)。

(8) 不是单调变换。因为当  $v < 0$  时， $\frac{\partial u}{\partial v} = 2v < 0$ 。

## 1.2 强化习题详解

1. 现在是年终，又到了行善的时候，请问受到洪涝灾害的人是希望得到现金还是同等价值的棉被？用代数式来证明答案，并配以图示。提示：用  $x_1$  代表棉被， $x_2$  代表其他用品， $m$  代表收入， $c$  表示得到的慈善现金的数额， $g$  表示分得的棉被的数量。假定没有商品禀

赋，得到的棉被不能买卖，并且灾区的商品价格和外面没有差异。

答：受到洪涝灾害的人希望得到现金。分析如下：

设棉被的价格为  $p$ ，其他用品的价格为 1（这样的假设可以方便分析，但并不影响结果），因为现金和棉被等值，即  $c = pg$ ，则灾区人民的预算约束为：

当获得的捐赠为棉被时： $m + pg = x_2 + px_1$ ，其中  $x_1 \geq g$

当获得的捐赠为现金时： $m + c = x_2 + px_1$

若灾区人民获得的是棉被，则其最优化问题为：

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \\ \text{s. t. } & m + p \cdot g = x_2 + p \cdot x_1 \\ & x_1 \geq g \end{aligned} \quad (1)$$

若灾区人民获得的是现金，则其最优化问题为：

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \\ \text{s. t. } & m + c = x_2 + p \cdot x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

由于最优化问题①和②的目标函数式相同，但是①的预算集（即  $x_1$  和  $x_2$  的取值范围）却比②小，这就意味着优化问题②的目标函数式的值至少和①一样大，即灾区人民在获得现金的条件下，有可能得到更高的福利，因此他们希望得到现金。

如图 1-7 所示，若灾民得到的捐助是数量为  $c$  的现金，最优选择点是图中的 C 点，则给予棉被捐赠后，灾民的最优选择不变。但是若灾民得到现金捐助时的最优选择为 A 点，则一旦改为棉被捐赠，灾民的预算线的虚线部分变为图中粗黑线，其最优选择也只能变为 B 点，效用  $U_2$  明显小于  $U_1$ ，因此福利降低。所以总的来讲，灾民会更偏好于现金捐助。

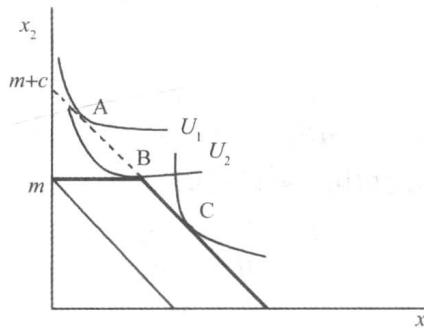


图 1-7 不同的捐赠对消费者预算集的影响

2. 假设某消费者对于  $X$  和  $Y$  两种商品的效用函数为  $U = X^2 Y^2$ ，其收入为 500 元， $X$  和  $Y$  的价格分别为 2 元和 5 元，求：

(1) 该消费者对于  $X$  和  $Y$  两种商品的最佳购买组合；

(2) 若有俱乐部愿意接纳该消费者为会员，会费为 100 元，但他可以以 50% 的折扣购买  $X$ ，那么他是否该加入该俱乐部？

解：(1) 消费者效用最大化的均衡条件可以用公式表示为：

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 + \cdots + P_n X_n = I$$

$$\frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda$$

而从题中可得：

$$MU_X = 2XY^2, MU_Y = 2X^2Y, P_X = 2, P_Y = 5, I = 500$$

故代入上述公式可得：

$$X = 125, Y = 50$$

因此消费者的最佳购买组合为购买 125 单位  $X$  商品，购买 50 单位  $Y$  商品。

(2) 若加入了俱乐部，则消费者可支配收入为  $500 - 100 = 400$ ，此时  $X$  商品的价格为 1。在此情况下：

$$P_X = 1, P_Y = 5, I = 400$$

故根据(1)中均衡条件计算出： $X = 200, Y = 40$ 。

此时消费者效用： $U = 200^2 \times 40^2 = 64000000$

而如果不加入俱乐部，消费者的效用为：

$$U = 125^2 \times 50^2 = 39062500$$

因为  $64000000 > 39062500$ ，所以应该加入俱乐部。

**3. John's preferences are represented by the utility function  $u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3$ . The prices of  $x_1$  and  $x_2$  are  $p_1$  and  $p_2$ .**

(1) Compute the slope of John's indifference curve at the point  $(x_1, x_2)$ .

(2) If John's budget line is tangent to his indifference curve at  $(x_1, x_2)$ , then compute  $\frac{p_1 x_1}{p_2 x_2}$ . (Hint: Look at the equation that equates the slope of his indifference curve with the slope of his budget line.)

(3) When he is consuming the best bundle he can afford, what fraction of his income does John spend on  $x_1$ ?

解：(1) 无差异曲线在点  $(x_1, x_2)$  的斜率为：

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{MU_1}{MU_2} = -\frac{2x_1 x_2^3}{3x_1^2 x_2^2} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

(2) 因为预算线和无差异曲线相切，所以有：

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{3x_1}$$

从而得到：

$$\frac{p_1 x_1}{p_2 x_2} = \frac{2}{3}$$

(3) 由第(2)问可知，消费者在商品 1 和商品 2 上的支出比例为 2 比 3，又因为对于追求效用最大化的消费者而言，他总是花光自己的全部收入，所以他总收入的 40% 用来购买商品 1，总收入的 60% 用来购买商品 2。

**4. 美国的食品券计划在 1990 年大约涉及 2000 万人，花费 140 亿美元。假设，如果某个家庭有资格购买食品券，那么它每月花费 80 美元就可获得价值 150 美元的食品。**

(1) 假设某家庭的现金收入为 250 美元，且没有购买食品券的资格。请在图 1-8 中画出该家庭的预算线(以横轴表示每月消费的食品量，纵轴表示每月消费的其他商品量)。

(2) 假如该家庭享有购买食品券的资格，在同一图上画出它的预算线。

(3) 试说明，如果该家庭获得的是 70 美元现金(而不是食品)，它能够达到更高的满足水平。

答：(1) 若不能购买食品券，该家庭的预算线为图 1-8 中的  $CD$ 。在图中， $OC$  为家庭

花费全部收入(250 美元)可获得的非食品类商品数量,  $OD$  为花费全部收入可获得的食品数量。

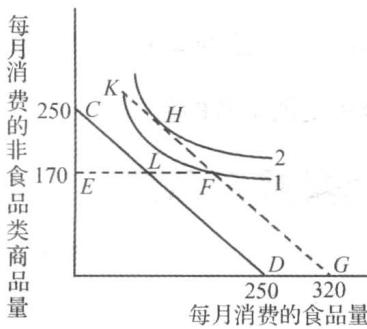


图 1-8 某家庭预算线

(2)若有资格购买食品券,假定一户家庭只能买一张食品券,该家庭的预算线为图 1-8 中的  $CLFG$ 。 $EC$  为 80 美元可购得的其他非食品类商品量。如果该家庭购买了食品券,则  $OE$  为此时该家庭能获得的非食品类商品的最大数量, $EF$  为食品券可获得的价值 150 美元的食品, $DG$ (等于  $LF$ )为非食品类商品消费量不变时,用食品券可获得的价值 70 美元的食品(如果不用食品券,这些价值的食品将无法获得)。如果该家庭消费的非食品类商品数量超过了  $OE$ ,它就没有足够的钱去购买食品券,因而预算线与无食品券时的一样(即  $CL$ )。如果家庭消费的非食品类商品数量不超过  $OE$ ,它就能通过购买食品券而消费额外的  $DG$  数量的食品,因而预算线为  $FG$ 。

(3)如果给予该家庭 70 美元现金(而非食品),它的预算线将为图中的  $GK$ 。因为货币收入增加了 70 美元,所以预算线将高于原预算线  $CD$ (但与  $CD$  平行)。该家庭就可以到达无差异曲线 2 上的  $H$  点,而对于预算线  $CLFG$ ,至多能达到无差异曲线 1 上的  $F$  点。由于无差异曲线 2 高于无差异曲线 1,所以,如果该家庭获得的是现金而非食品,它就可以达到更高的满足水平。当然,并非所有家庭的无差异曲线都像这里所说的那样,某些家庭的无差异曲线可能使他们无论接受现金还是食品,所获得的满足程度都是一样的。对于无差异曲线与预算线相切于  $F$  点与  $G$  点之间的家庭来说,情况就是如此。

**5. 政府向消费者一次性征收等量消费税与所得税对消费者行为的影响是否相同?请以两种商品为例,用数理方法或画图加以说明。**

**答:**政府向消费者一次性征收等量消费税与所得税对消费者行为的影响不相同。一般来说,在政府向消费者征收相同数量的税收的条件下,消费者在课征所得税时的境况好于他在课征从量税时的境况,从这个意义上说,所得税肯定优于从量税。

首先分析征收从量税。假定初始的预算约束为:  $P_1x_1 + P_2x_2 = m$ 。按税率  $t$  对商品 1 的消费课税,商品 1 的价格上升了  $t$ 。因此,新的预算约束就是:  $(P_1 + t)x_1 + P_2x_2 = m$ 。假定消费者在新的预算约束下的最优选择为  $(x_1^*, x_2^*)$ ,则必满足:

$$(P_1 + t)x_1^* + P_2x_2^* = m$$

通过这种课税,政府收入增加的数量为  $R^* = tx_1^*$ 。

如果政府征收相同数量的所得税,此时的预算约束为:

$$P_1x_1 + P_2x_2 = m - R^* = m - tx_1^*$$

如图 1-9 所示,可以发现此预算线的斜率与不征税时的预算线斜率相同,并且此预算

线经过点 $(x_1^*, x_2^*)$ 。可以发现在 $(x_1^*, x_2^*)$ 点上，边际替代率为 $-\frac{(P_1+t)}{P_2}$ ，但是所得税却可以按 $-\frac{P_1}{P_2}$ 的比率进行交换。这样，预算线与无差异曲线就在 $(x_1^*, x_2^*)$ 相交，这意味着预算线上可能有一些点比 $(x_1^*, x_2^*)$ 更受消费者的偏好。

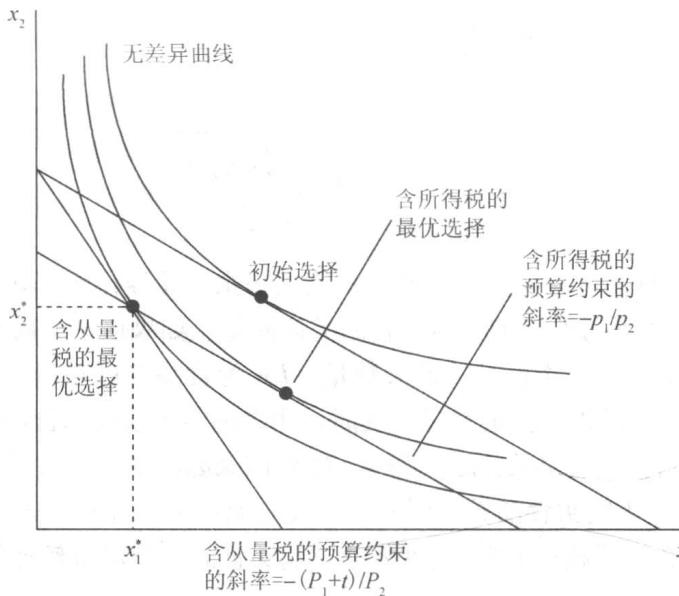


图 1-9 所得税与从量税