

本书是根据高等工科大学《材料力学教学基本要求》及国家教委工科力学课程教学指导委员会基础力学课程指导小组颁发的《基础力学系列课程改革指南》的精神,在北京联合大学机械工程学院的内部使用教材《材料力学课程设计》基础上编写的,是北京市高等学校教育教学改革立项研究成果。

本书试图面对 20 世纪末微型计算机普遍介入教学、科研、生产和生活各个领域,学校和家庭计算机拥有量迅速增长的现实,引导学生学习结构分析的计算机方法并初步接受建立力学模型的训练。并将目前国内流行较广的线性静、动力结构分析程序 SAP5P 的 Windows 版本 SAP5P5.8W 和在国内大专院校和基层生产和设计单位市场占有率较高的通用结构分析系统 ALGOR 作为工具推荐给读者。

本书既是一本为学习材料力学和结构力学课程的工科大学生编写的教材,也是向他们提供一种帮助他们从枯燥烦琐的计算中解脱的方法,讲授这些课程的教师及在工程设计中经常遭遇杆系结构分析而感到无奈的工程师们也将从本书获得帮助。

图书在版编目 (CIP) 数据

ALGOR 和 SAP5P 在杆系结构分析中的应用/王瑞珉编著. —北京:机械工业出版社, 2000, 9

ISBN 7-111-02007-3

I. A... II. 王... III. 计算机应用-结构分析-高等学校-教材 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 68084 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:吴曾评 版式设计:冉晓华 责任校对:刘志文

封面设计:方芬 责任印制:郭景龙

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2000 年 10 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm × 1092mm¹/₁₆ · 14.5 印张 · 356 千字

0 001 - 2000 册

定价: 22.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677 - 2527

目 录

序
前言

第 1 章 杆和杆系结构计算机分析 的理论基础 1

- 1. 1 固体力学分析方法概述 1
 - 1. 1. 1 解析方法和数值方法 1
 - 1. 1. 2 力法和位移法 2
- 1. 2 有限单元法 3
 - 1. 2. 1 有限元方法的提出和发展过程 3
 - 1. 2. 2 有限元方法的基本步骤 4
 - 1. 2. 3 杆系结构的有限单元法—矩阵
位移法 7
- 1. 3 有限元软件 11
 - 1. 3. 1 有限元软件的功能 11
 - 1. 3. 2 微机有限元分析系统 ALGOR 和
SAP5P 14
- 1. 4 杆系和杆系结构分析的若干
问题 16
 - 1. 4. 1 杆件和杆系结构 16
 - 1. 4. 2 结构机动分析 18
 - 1. 4. 3 杆系和杆系结构分析中有关问题
的处理 20

第 2 章 微机有限元前后处理 系统 ViziCAD 24

- 2. 1 ViziCAD 在杆系结构分析中的
功能 24
 - 2. 1. 1 画图模块 Super DrawII
(SD2H) 24
 - 2. 1. 2 有限元编辑和后处理模块
BEDITH 24
 - 2. 1. 3 可视化校核和后处理模块
Super View (SVIEWH) 25
 - 2. 1. 4 粘接程序 COMBSST 25
- 2. 2 ViziCAD 的菜单命令结构 25

- 2. 2. 1 功能键的作用 25
- 2. 2. 2 SD2H 的主菜单命令结构 29
- 2. 2. 3 BEDITH 的主菜单命令结构 37
- 2. 2. 4 选择命令 Select 43
- 2. 3 ViziCAD 的基本操作 44
 - 2. 3. 1 进入程序 44
 - 2. 3. 2 退出程序 45
 - 2. 3. 3 ViziCAD 的屏幕分区和状态行 45
 - 2. 3. 4 设置适当的窗口环境 46
 - 2. 3. 5 给屏幕合适的尺寸 47
 - 2. 3. 6 鼠标操作和键盘操作 47
 - 2. 3. 7 使用功能键在菜单中快速切换 48
 - 2. 3. 8 用键盘输入数据 48
 - 2. 3. 9 SD2H 中作图命令的使用 49
 - 2. 3. 10 快速改变绘图颜色 50
 - 2. 3. 11 对模型进行修改操作 50
 - 2. 3. 12 使用粘接命令 Glue 51
 - 2. 3. 13 使用分割命令 Divide 52
 - 2. 3. 14 使用网格命令 Mesh 52
 - 2. 3. 15 调入文件和保存文件 53
 - 2. 3. 16 SD2H 的标准视图 54
 - 2. 3. 17 使用透视图命令 X perspec 54
 - 2. 3. 18 使用随动投影视图命令
Jetview 55
 - 2. 3. 19 Define vu 定义用户自己的视图 55
 - 2. 3. 20 操作平面移动 56
 - 2. 3. 21 重复线的产生和清理 56
 - 2. 3. 22 宏操作 57
 - 2. 3. 23 用户中断 57

第 3 章 ALGOR 在杆系结构分析中 的应用 58

- 3. 1 程序的运行环境和安装 58
 - 3. 1. 1 软件对环境的要求 58
 - 3. 1. 2 软件的安装与设置 58
 - 3. 1. 3 硬件配置 59
 - 3. 1. 4 杆系结构计算机分析的工作

流程	59	4. 2.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	96
3. 1. 5 系统启动和程序模块的连接	60	4. 2.3 用 SSAPOH 进行静力分析	98
3. 2 杆系结构计算机分析中常见问题		4. 2.4 返回 BEDITH 观察分析计算结果	98
问题的处理	61	4. 2.5 返回 SD2H 中修改几何图形	98
3. 2. 1 了解结构概况, 正确建立计算		4. 2.6 返回 BEDITH 修改有限元参数	100
模型	61	4. 2.7 用 SSAPOH 重新计算	100
3. 2. 2 正确选择单位制	61	4. 2.8 在 BEDITH 中观察计算结果	100
3. 2. 3 节点安排和单元划分	62	4. 2.9 与理论值的比较	101
3. 2. 4 色, 层和组的使用	63	4. 3 圆轴的扭转角	101
3. 2. 5 整体坐标系和单元坐标系	63	4.3.1 在 SD2H 中构造模型	101
3. 2. 6 用组号区分梁单元局部坐标轴的		4.3.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	102
方位	64	4.3.3 用 SSAPOH 进行静力分析	105
3. 2. 7 桁架/梁 开关控制	64	4.3.4 从输出文件阅读计算结果	105
3. 2. 8 节点的约束条件	64	4.3.5 与理论值的比较	107
3. 2. 9 边界单元及边界单元的作用	65	4. 4 梁的弯曲	107
3. 2. 10 杆件端部节点自由度释放	67	4.4.1 在 SD2H 中构造模型	108
3. 2. 11 温度荷载	67	4.4.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	109
3. 2. 12 同时计算多种工况	67	4.4.3 用 SSAPOH 进行静力分析 (略)	112
3. 2. 13 荷载施加	68	4.4.4 返回 BEDITH 观察分析计算结果	112
3. 2. 14 材料性能数据	68	4.4.5 从应力输出文件 .S 查找内力和	
3. 2. 15 梁单元截面几何数据	69	应力计算结果	113
3. 2. 16 用 SSAPOH 程序计算模型	70	4. 5 约束反力	115
3. 2. 17 计算过程中途停止	70	4.5.1 轴向约束反力计算	115
3. 2. 18 计算结果分析	71	4.5.2 约束反力偶计算	116
3. 3 ALGOR 系统的文件	73	4.5.3 同时计算多个约束反力 (偶)	117
3. 3. 1 ALGOR 系统的生成文件	73	4. 6 倾斜支座	118
3. 3. 2 原始数据文件*. (无扩展		4.6.1 在 SD2H 中构造模型	119
名文件)	74	4.6.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	119
3. 3. 3 输出位移文件. EXAMPLE		4.6.3 用 SSAPOH 进行静力分析 (略)	121
example. L	75	4.6.4 返回 BEDITH 观察分析计算结果	121
3. 3. 4 输出应力文件. EXAMPLE. S	77	4. 7 温度应力	121
3. 3. 5 SAP5P 的输出文件.		4.7.1 在 SD2H 中构造模型	122
EXAMPLE. OUT	79	4.7.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	123
第 4 章 应用实例	85	4.7.3 修改数据文件	123
4. 1 平面图形几何性质	87	4.7.4 用 SSAPOH 计算 (过程略)	124
4.1.1 平面图形几何性质计算的		4.7.5 返回 BEDITH 观察计算结果	124
基本步骤	87	4. 8 装配应力	124
4.1.2 对于平行轴惯性矩的计算	91	4.8.1 在 SD2H 中构造模型	125
4.1.3 形心主惯性矩的计算	93	4.8.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	126
4. 2 锥形杆的变形	95	4.8.3 修改数据文件	126
4. 2.1 在 SD2H 中构造模型	95	4.8.4 用 SSAPOH 计算 (过程略)	128
		4.8.5 返回 BEDITH 观察计算结果	128

4. 9 平面桁架	128	4.14.3 用 SSAP0H 进行静力 分析 (略)	158
4.9.1 在 SD2H 中构造桁架几何图形	128	4.14.4 返回 BEDITH 中观察分析 计算结果	158
4.9.2 在 BEDITH 中进行有限元 编辑	131	4. 15 格栅结构	159
4.9.3 用 SSAP0H 分析计算模型	133	4.15.1 在 SD2H 中构造模型	160
4.9.4 返回 BEDITH 中观察计算结果	134	4.15.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	161
4. 10 对称结构	135	4.15.3 用 SSAP0H 进行静力分析 计算 (过程略)	162
4.10.1 在 SD2H 中构造桁架几何图形	135	4.15.4 返回 BEDITH 中观察分析 计算结果	162
4.10.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	136	4.15.5 从应力输出文件查询其他内力 ...	162
4.10.3 用 SSAP0H 分析计算模型	138	4. 16 梁和杆组合结构	163
4.10.4 返回 BEDITH 中观察计算结果	138	4.16.1 在 SD2H 中构造桁架几何图形	164
4. 11 中间铰链连接的梁	139	4.16.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	165
4.11.1 在 SD2H 中构造模型	139	4.16.3 用 SSAP0H 分析计算 模型 (略)	166
4.11.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	140	4.16.4 返回 BEDITH 中观察计算结果	166
4.11.3 用 SSAP0H 进行静力 分析 (略)	141	4.16.5 在 SD2H 中改变长度单位	166
4.11.4 返回 BEDITH 观察分析 计算结果	141	4.16.6 返回 BEDITH 中修改 有限元参数	167
4.11.5 返回 SD2H 中修改 几何图形	141	4. 17 支座沉陷 (非零节点位移) ...	168
4.11.6 返回 BEDITH 生成输入 数据文件	142	4.17.1 在 SD2H 中构造模型	168
4.11.7 用 SSAP0H 重新计算 (略)	142	4.17.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	170
4.11.8 返回 BEDITH 观察计算结果	142	4.17.3 修改数据文件	171
4. 12 空间桁架	143	4.17.4 用 SSAP0H 计算	172
4.12.1 在 SD2H 中构造桁架几何图形	143	4.17.5 返回 BEDITH 中观察计算结果	172
4.12.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	146	4. 18 平面曲杆	172
4.12.3 用 SSAP0H 分析计算 模型 (略)	148	4.18.1 在 SD2H 中构造模型	173
4.12.4 返回 BEDITH 中观察计算结果	148	4.18.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	174
4. 13 平面刚架	148	4.18.3 用 SSAP0H 进行静力 分析 (略)	175
4.13.1 在 SD2H 中构造模型	149	4.18.4 返回 BEDITH 观察分析 计算结果	175
4.13.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	151	4.18.5 从应力输出文件 .S 查找剪力 计算结果	176
4.13.3 用 SSAP0H 进行静力分析 计算 (略)	153	4. 19 工程实例 (一) 屋架	176
4.13.4 返回 BEDITH 中观察分析 计算结果	153	4.19.1 初步选择截面	177
4.13.5 使用查询命令检查造型和 编辑过程	154	4.19.2 在 SD2H 中构造模型	178
4. 14 空间刚架	154	4.19.3 在 BEDITH 中进行有限元编辑	180
4.14.1 在 SD2H 中构造模型	155	4.19.4 用 SSAP0H 进行静力 分析 (略)	183
4.14.2 在 BEDITH 中进行有限元编辑	157		

4.19.5 返回 BEDITH 观察分析 计算结果	183	5. 4 平面桁架和空间桁架	200
4.19.6 在 SVIEWH 中观察分析 计算结果	184	5. 5 平面框架结构	203
4. 20 工程实例 (二) 塔式起重机 ...	184	5. 6 空间结构	204
4.20.1 计算前的资料准备	185	5. 7 梁杆混合结构	207
4.20.2 数据准备	187	5. 8 综合问题: 门字刚架静力 分析	208
4.20.3 进入 SD2H, 建立线框模型	187	5. 9 工程实例: 活动房金属结构	210
4.20.4 在 BEDITH 中添加有限元参数	192	附录	212
4.20.5 用分析计算程序计算 (略)	194	附录 A 截面几何性质	212
4.20.6 返回 BEDIT 观察结果 (略)	194	附录 B 单位换算	213
4.20.7 使用 COMBSSTH 进行粘接	194	附录 C 常用材料的弹性常数 和密度	213
4.20.8 进入 SVIEWH 观察计算结果	195	附录 D 型钢表	214
第 5 章 习题和部分习题答案	196	参考文献	221
5. 1 平面图形几何性质的计算	196		
5. 2 连续梁	198		
5. 3 平面桁架结构实例	199		

第 1 章 杆和杆系结构计算机分析的理论基础

1.1 固体力学分析方法概述

固体力学分析方法按分析手段分有数学方法和实验方法,或数学和实验相结合的方法。数学方法又包括解析方法和数值方法,按解析方法所选择的基本未知量区分又分为力法和位移法两大类。有限单元法则是以能量原理为理论依据,借助位移法的解题思路,采用矩阵代数表达方式的一种数值方法。

1.1.1 解析方法和数值方法

解析方法是用数学工具求解的方法。

变形固体力学的基本内容是研究结构及构件内的内力、应力、位移和变形之间的相互关系,其主要任务是为工程应用提供强度、刚度和稳定性计算的基本理论和计算方法。其最基本的课程,根据主要研究对象的不同而分为材料力学、结构力学和弹性力学。它们的共同特点都是从静力学、几何学、物理学三个方面分析问题。

材料力学以单个杆件为主要研究对象,在研究方法上还大都引用一些关于杆件变形状态和应力分布特征的附加假设,如横截面平面保持平面的假设,以简化数学推导过程,得出的结论往往是近似的、有条件限制的,但对于长度远大于高度和宽度的构件,这种近似解答常常在工程方面具有令人满意的精度。

结构力学以杆件系统为主要研究对象,是在材料力学的基础上研究杆状构件所组成的结构,电子计算机问世以前,浩繁的数字计算工作迫使人们针对不同类型的结构和问题研究各种适合于人工演算的计算方法,使结构力学成为一门方法之多、学不胜学的课程。传统的力法和位移法是结构力学两大基本方法,结构矩阵分析方法是将线性代数中的矩阵运算引入结构力学,规范了结构力学计算过程,也为有限元方法的产生和发展奠定了基础。

弹性力学的主要对象是板壳、实体结构,也对杆状构件作进一步的分析,但是弹性力学分析杆件,一般不用材料力学所采用的附加假设,得出的结果也比材料力学精确。例如,材料力学中讲到的非圆截面杆的扭转,应力集中问题都是弹性力学方法的计算结果。弹性力学问题包括 15 个基本量,分别是 6 个应力分量: $[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T$; 6 个应变分量: $[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T$; 和 3 个位移分量: $[u, v, w]^T$ 。它们是坐标的单值连续函数,它们应满足弹性力学问题基本方程,同时满足力或位移的边界条件。弹性力学的基本方程是:

- ① 平衡微分方程,
- ② 几何方程,即位移和应变关系的微分方程,
- ③ 物理方程或本构方程。

已经证明,当边界外域位移已知,并在已知体力作用下处于平衡状态的弹性体,体内各点应力、应变和位移分量的解是唯一的,弹性力学的任务就是寻找满足这 15 个微分方程并满足全部边界条件的解。

关于变形固体力学各门课程的经典教科书和新编著作已经很多,这里不再占用篇幅。要说的是,对于大多数实际问题,完全使用解析法求解是十分困难的,因而,完全满足条件的精

确解的数量也是有限的,特别是对于大多数形状和边界条件复杂的工程问题,获得函数式的解答甚至是完全不可能的,只能寻求各种近似的数值解法。

差分法是通过在弹性体上将某一连续函数展开为台劳级数的方法建立基本微分方程,然后对微分方程采用近似的数值解法,这是一种数学近似计算方法。差分法虽然可以用来求解许多弹性力学的具体问题,但是当实际问题的边界条件比较复杂时,获得满意的解答仍然是困难的。

有限元方法是在力学模型上进行近似的数值计算。首先将一个连续体简化成为由有限个单元组成的离散化模型,从分析一个单元入手,假定单元内部位移为节点位移的简单函数,建立单元的节点位移和节点力之间的关系;再将这些单元组合成为整体,建立整体节点位移和节点力之间的关系。通过解整体节点力和节点位移之间关系的代数方程,可以求出未知节点位移,再返回单元,通过对单元的分析最终求出离散化模型的数值解答,这是一种物理近似计算方法。

两种数值方法相比,有限元方法更具有物理概念清晰、灵活、通用,适应各种复杂边界条件的优点。

整体节点位移和单元节点位移是一致的,整体节点力则是在同一节点聚集的所有单元节点力的平衡力,它们常常是已知的。

1.1.2 力法和位移法

从选择基本未知量的角度看,力学分析的解析方法又分为两类:即力法和位移法。

力法和位移法是经典结构力学的两个基本方法,本世纪40年代,有人将矩阵代数引入这两种方法,称为结构矩阵分析。50年代人们又把结构力学中刚架位移法的解题思路推广应用于弹性力学的平面问题。

力法和位移法的主要区别在于:所选取的基本未知量不同,随之而来在求解过程中的主攻目标不同。力法以静不定结构的多余约束力(又称赘余力)作为基本未知量,赖以求解的方程是以多余约束力为基本未知量的变形协调方程,建立方程的过程是以整体结构为对象,先将静不定结构“放松”为静定结构,这个静定结构应当满足原静不定结构在多余约束处的位移条件,从而列出满足变形连续条件的方程

$$[f][X] + [\Delta_p] = 0 \quad (1-1)$$

式中 $[f]$ 、 $[X]$ 、 $[\Delta_p]$ 分别是柔度矩阵、赘余力列矢量和载荷引起的位移列矢量。

位移法取满足变形协调条件的未知节点位移作为基本未知量,赖以求解的方程是以位移为基本未知量的平衡方程,建立方程的过程是将结构拆成“单元”,分析单元的节点位移和节点力之间的关系,再将单元组合成整体,列出满足平衡条件的方程

$$[P] = [K][\delta] \quad (1-2)$$

式中 $[K]$ 、 $[P]$ 、 $[\delta]$ 分别是刚度矩阵、节点载荷列矢量和节点位移列矢量。

当用力法分析超静定结构时,对于同一个结构可以采用不同形式的基本结构,这样就使分析过程与基本结构的选定联系在一起。而用位移法分析时,对应一定的结构,基本结构的形式是一定的。另外,力法不能运用于求解静定结构,而位移法对超静定结构和静定结构是同样适用的,求解过程也是完全一致的。由此可见,位移法的分析过程比力法更容易规格化,也就更适于用计算机来实现其分析过程。因此,矩阵位移法成为计算结构力学中一种最为重要的分析

方法,这一方法无论在杆件体系还是连续体结构的分析中都获得最为广泛的应用。

1.2 有限单元法

有限单元法又称有限元素法(Finite Element Method,简称 FEM),是 20 世纪 50 年代末 60 年代初兴起的应用数学、力学及计算机科学相互渗透、综合利用的边缘科学,是现代科学和工程计算方面最令人鼓舞的重大成就之一。其物理实质是用有限个单元体的组合代替连续体,化无限自由度的问题为有限自由度的问题。其数学实质是用有限子域的组合代替一个连续域,化连续场函数的微分方程求解问题为有限个参数的代数方程组的求解问题。有限元方法可以求解许多过去用解析方法无法求解的问题,对于边界条件和结构形状都不规则的复杂问题,有限元方法是一种行之有效的现代分析方法。40 年来,有限元经历了产生、发展和完善的三个历史时期,有限元理论与计算机科学的完美结合成为现代力学的重要标志。

1.2.1 有限元方法的提出和发展过程

有限元思想并非现代的产物,早在公元 3 世纪,我国古代数学家刘徽就提出用割圆术求圆周长的方法,即用有限个正多边形逼近圆周,边数越多,周长与直径的比值就接近一个常数。例如,图 1-1 中分别用边数 $n=4$ 、6、8 和 20 的正多边形逼近半径为 R 的圆周,周长与直径比分别为 2.828、3.0、3.06 和 3.13,向 $\pi=3.1415926$ 逼近,这就是有限元思想的萌芽。

经典结构力学计算中采用的刚架位移法将原本是连续体的刚架看成仅仅在刚架的有限个节点处连接的杆件组合体,将复杂的杆系结构的计算问题转变为简单杆件的分析 and 综合问题,这种化整为零,集零为整的方法就是有限元方法的基本思路。

20 世纪 30~50 年代,在进行复杂的飞机结构计算时,对于复杂的刚架、蒙皮、骨架的计算引入了矩阵表达方法,使刚架位移法的计算更加规范,矩阵代数是有限元方法的数学工具。

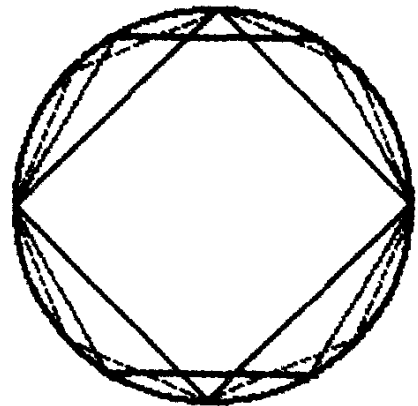


图 1-1 用正多边形逼近圆周

现代有限元方法的发展始于 20 世纪 40 年代,这依赖于电子计算机的发展。1946 年第一台计算机在美国投入运行,人们惊喜地发现结构力学的矩阵表达方法特别适用于电子计算机编写程序,能轻而易举地解决以往人们不敢问津的复杂结构的计算问题。计算机的出现为力学科学带来了巨大的变革,也改变了力学家思考问题的方法。因为如果没有计算机,矩阵方法和有限元方法产生的大量代数方程的解决仍然是十分困难和实际不可能的,因此,可以说计算机的出现是有限元方法得以发展的物质基础。

1956 年,美国波音公司 Turner 等人在美国宇航局的年会上宣布,他们将求解杆件结构的方法推广到求解连续体力学问题^[1],将连续的弹性平面区域离散为有限个几何形状简单的三角形或四边形单元,这些单元仅在有限个节点连接,并在数学上采用了矩阵表达法。这是有限元方法的第一次成功尝试。1960 年美国加州大学伯克利分校的 R.W.Clough^[2]第一次使用了“有限元”这一名称。从此,有限元方法以其无比的优越性迅速占领了弹性静力学领域,将弹性结构静力学的理论研究和应用水平推向新的高度。1964 年包括美籍华裔科学家卞学璜在内的

一批科学家发现了有限元方法的实质是弹性力学变分原理中瑞利-里兹方法的变种,奠定了有限元方法的数学基础。有限元方法因此又称为现代变分方法,因为变分方法是一种普遍的数学方法,并不涉及变分问题的物理背景和工程实质,因而很快冲出了弹性静力学的范畴扩展到固体力学的其他领域,到 60 年代中期以后,有限元方法已经从小应变、小位移、弹性材料和静力分析发展向大变形、热分析、材料非线性和杆件屈曲问题以及粘弹性问题,动力学问题的研究,继而又渗透到热传导、电磁场等非力学领域、生物力学领域的许多研究,如脊柱、颅骨、关节、镶牙、心脏起搏等方面的应力分析越来越多地成为当前有限元方法的新课题。

有限元方法借助于结构力学的刚架位移法,但是比刚架位移法有更深刻的数学和物理基础,就杆系结构来说,每一个杆件就是一个单元,杆件的两个端点就是单元的节点;而一个复杂的弹性体是由无限个质点组成的连续体,具有无限个自由度。有限单元法是将连续体人为地划分为有限数量的单元的集合体,这些单元仅仅在有限个公共点、交线、或公共表面连接,载荷都作用在节点上,因而仅有有限个自由度。这个由无限自由度转化为有限自由度的过程称为离散化,离散化是有限元方法的核心,也是连续体的有限元方法与传统的结构矩阵分析方法的区别之一,有限单元法与矩阵位移法的另一个重要区别是在矩阵位移法中每个杆件的力与变形关系都是明确的,从杆端力和杆端位移都能通过材料力学计算公式推导出杆件内部的力和位移,而有限单元法需要在一个单元的局部范围内用简单函数描述单元内部各点的位移变化,最后形成节点位移和单元内部各点位移关系的单元位移形态函数,这是有限元方法的精华,形态函数的研究是有限元理论研究方面的重要课题。

1.2.2 有限元方法的基本步骤

(1) 离散化,选择单元类型

有限元方法的核心是离散化。例如,为了分析液压油缸连杆端部的应力分布,根据对称性可以只取构件纵向对称平面的一半进行分析,图 1-2 就是由 120 个节点 297 个大小不等的三角形单元划分的平面网格,各单元的顶点称为节点,这些单元只在三角形的角点处以铰链相连接,此外无任何联系。这样原来的连续区域被剖分成有限数量的三角形子域的组合。

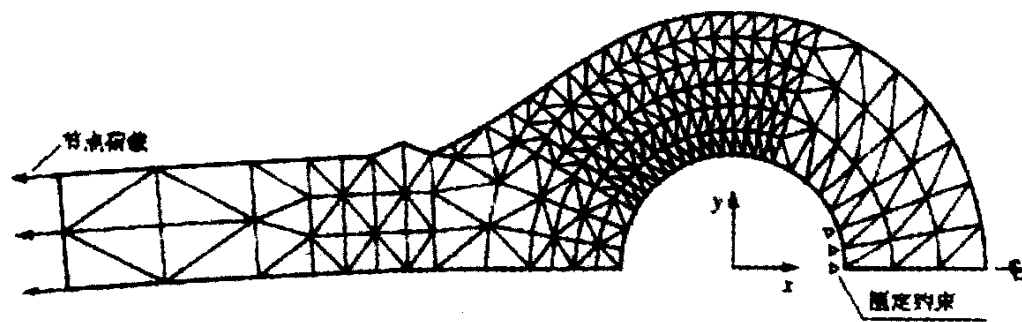


图 1-2 用三角形单元划分的连杆

对于每个具体问题,离散化的具体内容是选择适当的单元类型,决定单元尺寸和数量、单元的布局以及节点连接的方式。单元尺寸足够小才能保证计算的精度,单元尺寸足够大才能减少计算过程的工作量,理论上讲,单元划分得越细,节点布置得越多,计算结果就越精确,在计算机发展至今天,计算机的容量和运算速度已经不是主要矛盾,但是,分析比较证明节点和单元的数量达到一定值后,再加密网格对于提高计算精度效果就不显著了。划分单元的一般原则是:单元的节点应该是结构转折点、交汇点、支承点和截面突变点等,如:

① 关键部位要尽可能使用小单元和高级次单元,应力和位移变化平缓的部位可以采用大单元和低级次单元。在边界曲折、应力集中、应力梯度大的地方,单元应当划分得细一些。

② 任何单元的节点也应当是相邻单元的节点,而不是相邻单元的内点。

③ 材料变化的地方应当划分新的单元,即同一单元应当是材料相同的。

④ 杆件单元截面变化的地方、平面单元厚度变化的地方应当安排节点或单元边界。

⑤ 集中载荷处、分布载荷突变的地方应当布置节点,附近单元网格也应当划分细一些。

图 1-3 是在有限元分析中常见的线性单元。图 1-4 是各种形状、级次不同的非线性单元。

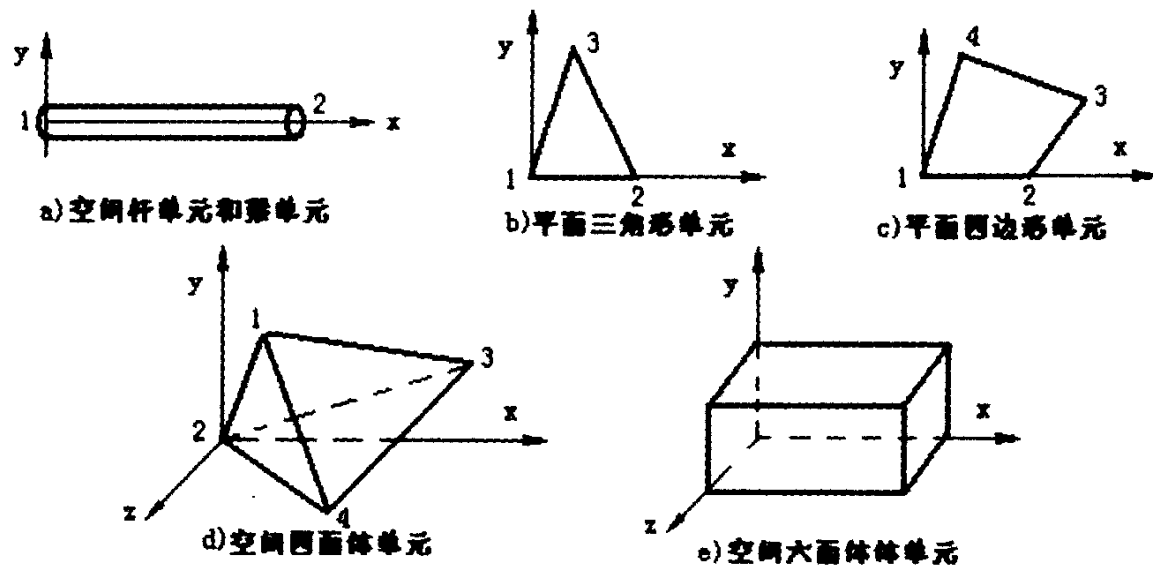


图 1-3 常见的线性单元

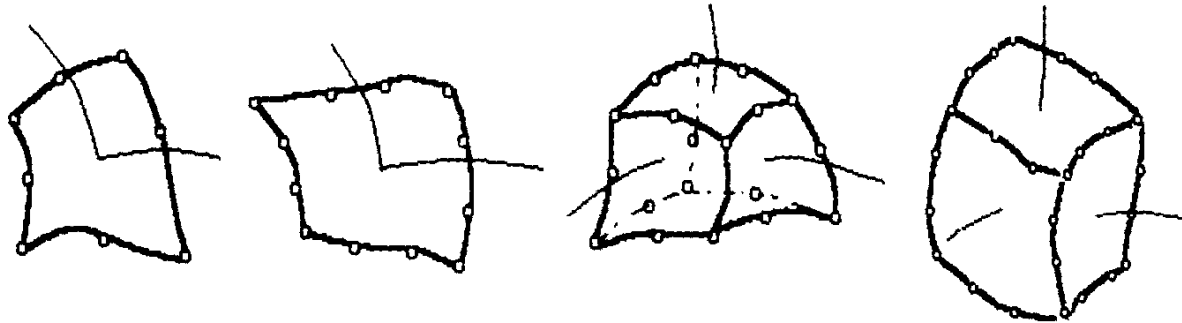


图 1-4 非线性单元

(2) 单元分析

单元分析的任务是求基本未知量单元节点位移和对应单元节点力之间的关系,所谓节点力,对于单元来说,就是通过节点作用于单元的外力。节点力不仅决定于本节点的位移,而且也决定于本单元其他节点的位移的影响。

单元分析的第一步是建立节点位移和单元内部位移之间的联系。对于一个复杂弹性体,用一个函数来描述整体的任一点位移是不大可能的,但是离散化以后,在一个单元的局部范围内可以取单元节点位移为基本未知量,将单元内任一点的位移近似表达为其坐标的简单函数 $[\delta(\xi, \eta, \zeta)]$,称为单元位移模式,位移模式反映单元中的位移分布形态,它是单元内部位移的插值函数,并且在节点处等于该节点位移,只要求出单元节点位移,就能通过位移模式求出单元内部任一点的位移。

单元内建立位移模式是有限元方法的特色。通过位移模式建立的单元内任一点的位移 $[\delta(\xi, \eta, \zeta)]$ 与单元节点位移 $[\delta]^e$ 之间的关系为

$$[\delta(\xi, \eta, \zeta)] = [N][\delta]^e \quad (1-3)$$

式中 $[N]$ 称为形态矩阵或形函数矩阵。形函数矩阵是有限单元法中一切计算的依据。

位移模式建立以后, 由单元内部位移通过几何方程推导单元内任一点的应变 $[\varepsilon]$ 与单元节点位移 $[\delta]^e$ 之间的关系为

$$[\varepsilon] = [B][\delta]^e \quad (1-4)$$

式中 $[B]$ 称为几何矩阵。

再通过物理方程推导单元内任一点应变 $[\varepsilon]$ 和应力 $[\sigma]$ 之间的关系, 从而导出由节点位移求单元内任一点应力的表达式

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] = [D][B][\delta]^e = [S][\delta]^e \quad (1-5)$$

式中 $[D]$ 称为弹性矩阵, $[S]$ 称为应力矩阵。

最后通过平衡方程(虚功方程)推导单元应力和节点力之间的关系。最终导出单元节点位移列矢量 $[\delta]^e$ 和节点力列矢量 $[F]^e$ 之间的关系:

$$[F]^e = [K]^e[\delta]^e \quad (1-6)$$

式(1-6)称为单元刚度方程, $[K]^e$ 称为单元刚度矩阵。不同类型的结构, 单元刚度矩阵有不同形式。单元刚度矩阵是 $n \times n$ 方块矩阵, n 是单元节点自由度数, 如平面三角形单元 $n=6$, 薄板矩形单元 $n=12$ 。单元刚度矩阵的任一项 K_{ij} 表示单元的第 j 个位移分量等于 1, 而该单元的其他节点位移分量都等于 0 时所引起的该单元第 i 个节点力分量。

上述推导过程及式(1-3)至式(1-6)的各个矩阵的内容在任何一本关于有限元的教材和著作中都可以找到。

(3) 整体分析

整体分析的内容包括整体刚度矩阵的组合和平衡方程建立。

整体刚度矩阵 $[K]$ 是由单元刚度矩阵组装的, 整体刚度矩阵的每一项包含节点所有相关单元的对应信息, 在不考虑约束的情况下, 矩阵的阶数等于结构全部节点的自由度数, 如 6 个节点的弹性力学平面问题, 整体刚度矩阵的阶数等于 12。整体结构节点位移列矢量 $[\delta]$ 和整体结构节点力 $[F]$ 之间的关系用整体刚度方程表达为

$$[F] = [K][\delta] \quad (1-7)$$

(4) 引入支承条件和节点总载荷

节点总载荷 $[P]$ 包括作用于节点的载荷和等效移植的非节点载荷, 节点载荷列矢量 $[P]$ 和式(1-7)的节点力列矢量 $[F]$ 是当然一致的, 将整体刚度方程(1-7)中的节点力列矢量换成节点载荷列矢量, 建立以节点位移为未知量的节点平衡方程式

$$[P] = [K][\delta] \quad (1-8)$$

式(1-8)的推导过程是式(1-2)的来源。

支承条件就是约束条件。没有约束的悬空结构是不能承受载荷的, 而且可以证明, 无论单元刚度矩阵还是整体刚度矩阵都是奇异矩阵, 即它们的行列式值等于零, 由式(1-8)显然不能确定节点位移 $[\delta]$ 。引入支承条件就是将式(1-8)中位移列矢量 $[\delta]$ 中的已知值带入, 并对刚度矩阵 $[K]$ 的相应行与列及节点载荷列矢量 $[P]$ 作必要的修改, 修改后的刚度矩阵用 $[K]^*$ 表示, 修改后的节点载荷列矢量用 $[P]^*$ 表示, 建立有限元基本方程

$$[P]^* = [K]^*[\delta] \quad (1-9)$$

关于刚度矩阵 $[K]$ 和节点载荷列矢量 $[P]$ 的修改方法在任何一本关于有限元的教材和著作中也

都可以找到。

(5) 解方程, 求节点位移

方程(1-9)是联立的代数方程组,利用高斯消元法可以解出全部未知节点位移。

(6) 返回单元, 计算结果的分析和整理

由节点位移可以通过几何方程式(1-4)反求单元应变 $[\varepsilon]^e$;再通过物理方程式(1-5)反推单元应力 $[\sigma]^e$ 。

1.2.3 杆系结构的有限单元法——矩阵位移法

杆系结构是杆和杆在节点处相互连接的自然离散结构,关于杆和杆系结构的计算,已经出版了很多基于矩阵结构分析原理的专门教材,大多数结构力学教科书也为这一内容安排了专门的章节。但是工程结构常常是由不同类型的构件组成的,杆与板,杆与壳的联合结构比比皆是,薄壁杆件结构已经在工程中广泛应用,直接从有限元理论和方法阐述杆和杆系结构的分析计算原理,有助于消除在计算手段不发达的时代人为划定的课程之间的界限,将各种类型的结构计算模式统一起来。读者将发现,结构分析的课题在方法和步骤上原本是一样的,不同的只是形式而已。

下面按照上一节有限元方法的基本步骤分析平面刚架结构:

(1) 离散化

一维杆单元是有限元方法的最基本单元,杆件结构虽然是天然离散的,但是并非一律将每一段自然杆件简单地划分成一个单元,在结构转折点、交汇点、支承点和截面突变点、集中载荷作用处、分布载荷突变的地方都应当布置节点。两个节点之间是一个单元,单元之间刚性连接。

(2) 单元分析

1) 局部坐标系和整体坐标系

同一结构中的杆件可以取不同的方向,为了分析方便起见,对单元建立局部直角坐标系 $\bar{x}\bar{y}$ (图1-5),并规定 $\bar{x}$ 轴与单元的杆轴线重合,由I节点到J节点的方向为 $\bar{x}$ 轴正方向, $\bar{y}$ 轴通过节点I并规定由 $\bar{x}$ 轴逆时针转 90° 为 $\bar{y}$ 轴的正方向。这个坐标系称为单元坐标系或局部坐标系,字母 x 、 y 上的一横作为单元坐标系的标志,以示和结构整体坐标系 xoy 的区别。

2) 节点位移(杆端位移)和节点力(杆端力)

在图1-5所示平面刚架单元局部坐标系中,坐标原点 $\bar{o}$ 位于单元端点I, $\bar{x}$ 轴沿杆件轴线,在载荷作用下,各单元将发生弯曲变形和轴向变形,而单元的两端也将随之产生移动和转动,这种单元端点的位移称为节点位移或杆端位移。平面刚架单元的每个节点有三个位移分量,用 $\bar{u}_i$ 、 $\bar{v}_i$ 、 $\bar{\theta}_i$ 和 $\bar{u}_j$ 、 $\bar{v}_j$ 、 $\bar{\theta}_j$ 分别表示I、

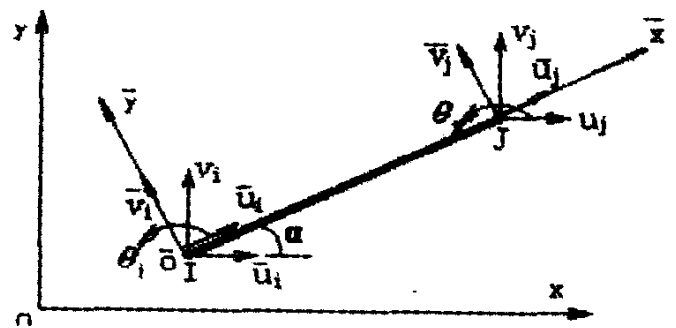


图 1-5 局部坐标系

J节点的轴向位移、横向位移和杆端截面的角位移(图1-6a),与局部坐标轴同向的线位移规定为正方向,角位移的正方向由右手法则确定,即逆时针转向为正。式(1-10)称为单元在局部坐

标系中的杆端位移矢量。

$$[\bar{\delta}]^e = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_i \\ \bar{\delta}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_i & \bar{v}_i & \bar{\theta}_i & \bar{u}_j & \bar{v}_j & \bar{\theta}_j \end{bmatrix}^T \quad (1-10)$$

单元两端的内力称为杆端力,即节点力。与杆端位移相对应,平面刚架单元也有6个杆端力或节点力分量, $\bar{U}_i$ 、 $\bar{V}_i$ 、 $\bar{M}_i$ 和 $\bar{U}_j$ 、 $\bar{V}_j$ 、 $\bar{M}_j$, 分别是两节点处杆端截面相应的轴力、剪力和弯矩(图 1-6b)。杆端力的正负方向规定与节点位移方向规定方法一致,式(1-11)称为单元在局部坐标系中的杆端力矢量。

$$[\bar{F}]^e = \begin{bmatrix} \bar{F}_i \\ \bar{F}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{U}_i & \bar{V}_i & \bar{M}_i & \bar{U}_j & \bar{V}_j & \bar{M}_j \end{bmatrix}^T \quad (1-11)$$

杆系结构的每个单元均是一根等截面直杆,只要求出这些杆端力,则单元其他截面上的内力即可根据平衡条件求得。

在图 1-6 中所示的杆端位移和杆端力方向均为正向,杆端位移矢量和杆端力矢量中各元素的排列次序是一一对应的,不能任意改动。

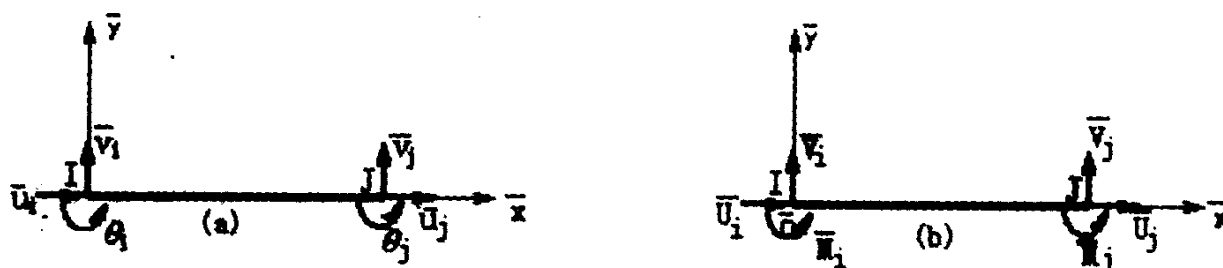


图 1-6 杆端位移(a)和杆端力(b)

3) 位移模式和单元刚度矩阵

杆单元内任一点的位移可以被描述为其坐标的简单函数式

$$\delta = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 \bar{x} \\ b_0 + b_1 \bar{x} + b_2 \bar{x}^2 + b_3 \bar{x}^3 \\ \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

式(1-12)是平面刚架单元位移模式,式中 $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, b_3$ 均为待定系数,设单元长度为 l ,将 $\bar{x} = 0$ 和 $\bar{x} = l$ 分别代入式(1-12),应该分别等于节点 I 和 J 的位移 $\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{\theta}_i$ 和 $\bar{u}_j, \bar{v}_j, \bar{\theta}_j$ 。系数 a 至 b 因此能被确定。分离节点位移各项,式(1-12)于是可以写成节点位移的函数形式

$$\delta = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = [N] [\bar{\delta}]^e \quad (1-13)$$

这就是式(1-3)。

式中

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\bar{x}}{l} & 0 & 0 & \frac{\bar{x}}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{3\bar{x}^2}{l^2} + \frac{2\bar{x}^3}{l^3} & \bar{x} - \frac{2\bar{x}^2}{l} + \frac{\bar{x}^3}{l^2} & 0 & \frac{3\bar{x}^2}{l^2} - \frac{2\bar{x}^3}{l^3} & -\frac{\bar{x}^2}{l} + \frac{\bar{x}^3}{l^2} \\ 0 & -\frac{6\bar{x}}{l^2} + \frac{6\bar{x}^2}{l^3} & 1 - \frac{4\bar{x}}{l} + \frac{3\bar{x}^2}{l^2} & 0 & \frac{6\bar{x}}{l^2} - \frac{6\bar{x}^2}{l^3} & -\frac{2\bar{x}}{l} + \frac{3\bar{x}^2}{l^2} \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

[N]称为形态矩阵或形函数。

位移模式建立以后,忽略剪应变影响,由单元内部位移通过几何方程推导单元内任一点正应变的位移表达式,正应变由拉压应变 ε_N 和弯曲应变 ε_w 两部分组成:

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} = \frac{\bar{u}_j - \bar{u}_i}{l} \\ \varepsilon_w &= -\frac{\bar{y}}{\rho} = -\bar{y} \frac{d^2 \bar{v}}{d\bar{x}^2} = -\bar{y} \frac{d \bar{\theta}}{d\bar{x}} \\ [\varepsilon] &= \begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_w \end{bmatrix} = [B] [\delta]^e \end{aligned} \quad (1-15)$$

式中

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{6}{l^2} - \frac{12\bar{x}}{l^3})\bar{y} & (\frac{4}{l} - \frac{6\bar{x}}{l^2})\bar{y} & 0 & (-\frac{6}{l^2} + \frac{12\bar{x}}{l^3})\bar{y} & (\frac{2}{l} - \frac{6\bar{x}}{l^2})\bar{y} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

称为几何矩阵。

通过物理方程(虎克定律)推导单元应变和应力之间的关系,从而导出单元应力的位移表达式,单元正应力由拉压正应力 σ_N 和弯曲正应力 σ_w 两部分组成:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_N \\ \sigma_w \end{bmatrix} = [D] [\varepsilon] = [D] [B] [\delta]^e \quad (1-17)$$

式中

$$[D] = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

称为弹性矩阵。

最后通过平衡方程(在有限单元法中用虚功方程代替平衡方程)推导单元应力和杆端力之间的关系。

根据单元外力只有节点力 $[\bar{F}]^e$ 的虚功方程^[3],能够求得在局部坐标系下单元杆端位移列矢量和杆端力列矢量之间存在如下关系:

$$[\bar{F}]^e = [\bar{K}]^e [\delta]^e \quad (1-19)$$

式中 $[\bar{K}]^e$ 是局部坐标系下的单元刚度矩阵,并且

$$[\bar{K}]^e = \int [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] dv \quad (1-20)$$

将式 (1-16) 中的几何矩阵 $[\bar{B}]$ 和式 (1-18) 中的弹性矩阵 $[D]$ 代入上式, 展开, 令

$I = \int \bar{y}^2 dA, dV = dA dx$, 可以导出

$$[\bar{k}]^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

这个结果和从刚架位移法通过转角位移方程导出的结果是完全一致的^[4]。

单元刚度矩阵是行数与列数都与 $[\bar{\delta}]^e$ 和 $[\bar{F}]^e$ 的行数相同的对称刚度矩阵, 矩阵内 a 行 b 列的元素 $\bar{K}_{ab}$ 表示杆端位移列矢量的第 b 个元素 $\bar{\delta}_b^e$ 为 1, 其他元素为 0 时, 杆端力列矢量的第 a 个元素 $\bar{F}_a^e$ 的数值。即仅在 $\bar{\delta}_b^e$ 位置的对应位移等于 1 时, 引起的该单元在 $\bar{F}_a^e$ 位置的对应杆端力。

4) 坐标变换

建立单元刚度矩阵时, 采用的是局部坐标系, 对整体进行分析必需采用整体坐标系, 下面建立用整体坐标系描写的单元刚度矩阵。

在图 1-5 中设节点 i 在局部坐标系 $\bar{oxy}$ 内的位移为 $\bar{u}_i$ 、 $\bar{v}_i$ 、 $\bar{\theta}_i$, 在整体坐标系 oxy 内的位移为 u_i 、 v_i 、 θ_i 。杆单元的方位角为 α , 以从 x 轴逆时针转至 $\bar{x}$ 轴为正, 杆端位移和杆端力在两个坐标系的投影关系用坐标变换公式 (1-22) 表示。

$$\begin{aligned} \bar{u}_i &= u_i \cos \alpha + v_i \sin \alpha \\ \bar{v}_i &= -u_i \sin \alpha + v_i \cos \alpha \end{aligned} \quad (1-22)$$

在同一平面内, 转角和力偶不受坐标系影响, $\bar{\theta}_i = \theta_i$; $\bar{M}_i = M_i$ 。

$$\text{令 } \lambda = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

单元坐标转换矩阵

$$[T] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

则整体坐标系中的节点位移列矢量为

$$[\delta]^e = [T]^{-1} [\bar{\delta}]^e \quad (1-24)$$

同理求出整体坐标系中的节点力列矢量为

$$[F]^e = [T]^{-1} [\bar{F}]^e \quad (1-25)$$

式中 $[T]^{-1}$ 为坐标转换矩阵的逆矩阵。可以证明 $[T]^{-1} = [T]^T$ 。

对局部坐标系下节点力和节点位移的关系式 (1-20) 连续使用坐标变换

$$\begin{aligned} [\bar{F}]^e &= [\bar{K}]^e [\bar{\delta}]^e \\ [T]^{-1} [\bar{F}]^e &= [T]^{-1} [\bar{K}]^e [\bar{\delta}]^e = [T]^{-1} [\bar{K}]^e [T] [\delta]^e \\ [F]^e &= [K]^e [\delta]^e \\ [K]^e &= [T]^{-1} [\bar{K}]^e [T] \end{aligned}$$

式中

$$(1-26)$$

称为在整体坐标系中的单元刚度矩阵。

(3) 整体分析

杆件问题的有限元分析方法与上一节介绍的弹性连续体问题的有限元分析方法比较,在单元分析方面有显著不同,但是整体分析步骤是基本相同的,因此在此不再赘述。

1.3 有限元软件

有限元软件是和有限元方法同时诞生,并且随着有限元方法和计算技术的发展而迅速发展。有限元方法是与工程应用密切结合,直接为工程设计服务的,因此,各种有限元结构分析程序即有限元软件使有限元方法转化为直接推动社会发展和科技进步的生产力,发挥了巨大的社会和经济效益。有限元软件本身已经成为 CAD/CAM 不可分割的一部分。同时,以有限元软件为依托的力学学科——计算力学,异军突起,将力学理论应用于工程实践,使古老的力学科学在 20 世纪末仍然闪耀着强大的生命之光。有限元软件的应用极大地提高了力学学科解决自然科学和工程中的力学问题的能力,成为力学工作者通向工程实践以及邻近科学领域的桥梁。它的一个重要特点是与工程应用直接联系,解决了许多用传统的理论和方法无法解决的工程问题。促进了力学学科的发展以及力学为工程服务能力提高。

1.3.1 有限元软件的功能

有限元软件就是有限元方法的计算机程序或程序系统,有通用和专用两种。前者通常是商业软件,优点是通用性强,格式规范,输入方法简单,用户无需特殊记忆也不需要太多专业知识和计算机技能,解决问题领域宽,因而流行范围广,缺点是程序通常很大,因而开发成本高。专用程序的优点是程序相对短,开发价格低,版本升级相对容易,解决专门问题更有效。

自 20 世纪 70 年代后期,引入我国的各种大、中型专用和通用有限元著名软件有数十种,如:

SAP (Structural Analysis Program) ——美国加州大学伯克利分校 M.J.Wilson 教授的线性静、动力结构分析程序。

NASTRAN (NASA Structural Analysis) ——美国国家航空和宇航局 (NASA) 的结构分析程序

ADINA (A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis) —— 美国麻省理工学院机械工程系的自动动力增量非线性分析有限元程序

ANSYS (Analysis System) —— 世界著名力学分析专家、匹兹堡大学教授 J.Swanson 创建的 SASI 公司 (Swanson Analysis System Inc) 大型通用有限元分析软件, 世界最权威的有限元产品。

IDEAS (Integrate Design Engineering Analysis System) —— 美国 SDRC 公司的机械通用软件, 集成化设计工程分析系统。集设计、分析、数控加工、塑料模具设计和测试数据分析为一体的工作站用软件。

ALGOR —— 美国 ALGOR 公司在 SAP5 和 Adina 有限元分析程序基础上针对微机平台开发的通用有限元分析系统。

这些程序的共同点是:

- ① 所有程序都至少包括杆、梁、平面应力、板和三维实体单元, 热分析能力。
- ② 分析静力和动力问题。
- ③ 线弹性和非线性问题。
- ④ 多种载荷: 集中力、分布力、力偶、温度问题和支座沉陷问题。
- ⑤ 自动划分网格功能的前处理程序。
- ⑥ 用图形解释计算结果, 如变形前后的模型, 应力和温度分布的云图指定位置的位移和应力等等。

这些程序有的经过我国工程技术人员消化得到推广和应用, 有的经过改进提高形成功能更全更强的通用程序。

90 年代以来, 随着我国 CAD 应用工程的兴起, 科学和工程技术人员对于有限元软件的注意力由引进、消化、推广和应用转向自主开发, 出现了一大批优秀的专用和通用软件, 在各行各业创造出巨大的社会效益和经济效益。

有限元理论经过三十多年的发展已经比较成熟, 估计短期内不会再有大的突破, 但是随着计算机的广泛应用和计算机科学令人难以置信的速度的发展, 国际、国内各种结构分析有限元软件将以商品的形式不断推出, 并逐渐系统化为大规模有限元分析程序库。现代有限元软件已经是一个多学科、综合技术的集成化产品, 并且和有限元技术结合, 形成一个被称为有限元软件技术的特殊研究领域, 以探讨如何满足科学和工程界对于有限元软件在智能化、可视化、集成化以及面向对象等等方面越来越高的期望和无止境的要求。

图 1-7~图 1-10 是使用不同的有限元分析软件构造的各种单元网格。

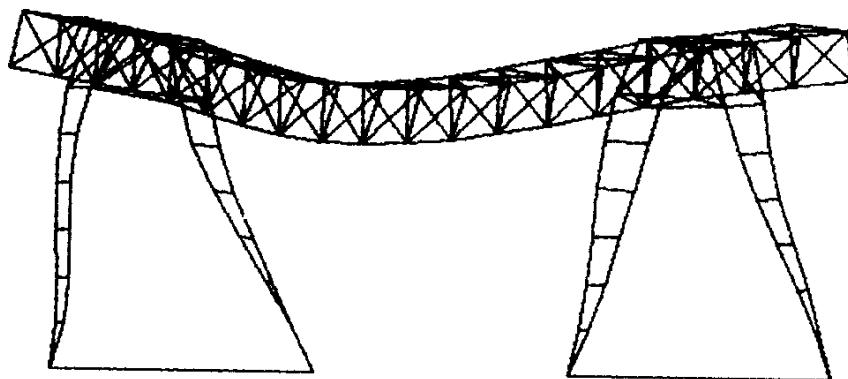


图 1-7 龙门起重机梁单元