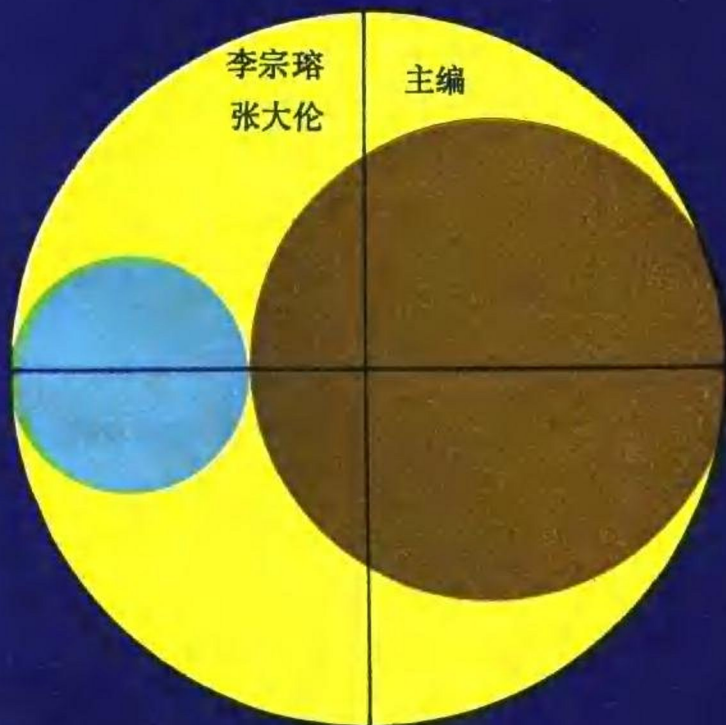


材料力学

下册

同济大学材料力学教研室 编



同济大学出版社

内 容 提 要

本书是在原编《材料力学教程》的基础上,结合多年教学实践经验编写而成。全书分上、下两册出版,上册内容包括:拉伸与压缩、剪切、应力状态分析、扭转、梁的内力、梁的应力、梁的变形、梁的补充问题等以及附录(平面图形几何性质、型钢表、电算程序实例和汉英德名词对照表)。下册内容包括:能量法、强度理论、组合变形、压杆稳定、动荷载、疲劳强度、极限荷载、复合材料力学、线弹性断裂力学等以及附录(应变分析和汉英德名词对照表)。本书编写时注意联系工程实际,章后附有思考题和习题,便于读者的学习。

本书可作为高等工业院校土建和机械类专业的教材,也可供工程技术人员参考。

责任编辑 吴家龙

封面设计 王肖生

材料力学(下册)

同济大学材料力学教研室编

李宗璩 张大伦 主编

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

吴江伟业印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 15.25 字数: 381 千字

1989 年 8 月第 1 版 1989 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1—1,400 定价: 3.65 元

ISBN 7-5608-0403-9/O·51

前 言

本书是根据 1984 年在成都召开的材料力学研讨会精神, 结合我们多年来的教学实践经验, 并参照我室 1957 年编著的《材料力学教程》编写而成的。

编写时, 注意加强基础理论和理论联系实际, 并考虑到有部分学生学有余力, 内容上作了适当的加深与拓宽。在主要介绍传统的线弹性问题外, 还介绍了非线性弹性问题和塑性问题(如能量法中的余能和极限荷载的计算); 在主要介绍各向同性问题外, 还介绍了各向异性材料方面的问题(如复合材料力学); 在主要介绍连续体问题外, 还介绍了非连续材料, 即材料内含有裂纹问题(如线弹性断裂力学); 另外在疲劳问题上, 介绍对称循环疲劳问题外, 还介绍了非对称循环和组合变形下的疲劳问题。教师在教学中, 根据具体实际情况, 内容可作适当的取舍。各章后均附有思考题和习题, 便于读者学习。

本书编写时注意为读者提供力学名词或工程术语的英文名称, 并在书末汇编成汉、英、德文名词汇总表, 以便查用。

参加本书下册编写的有李宗琰(第十八章)、张大伦(第十一、十二章)、陈心爽(第十章)、林胜兰(第十五章、附录 I)、宋子康(第十七章)、蔡文安(第十四章)、张景良(第十六章)。全书由李宗琰和张大伦负责主编。

本书下册的所有插图均由梅建为精心绘制, 谨表谢意。

编者

1989 年 2 月

目 录

第十章 能量法

§10-1 概述	1
§10-2 应变能和余能	2
§10-3 卡氏第一定理	27
§10-4 恩格塞定理和卡氏第二定理	34
§10-5 单位荷载法和莫尔定理	61
自学思考题	75
习题	76
习题答案	86

第十一章 强度理论

§11-1 强度理论的概念及两种破坏形式	93
§11-2 四个基本的强度理论及评述	95
§11-3 莫尔强度理论	105
自学思考题	110
习题	111
习题答案	112

第十二章 组合变形

§12-1 概念和实例	114
§12-2 梁的斜弯曲	116
§12-3 拉伸(或压缩)与弯曲的组合	125
§12-4 偏心拉伸与偏心压缩	130

§12-5 截面核心	133
§12-6 拉压与扭转的组合	136
§12-7 扭转与弯曲的组合	138
§12-8 组合变形的一般情况	142
自学思考题	146
习题	147
习题答案	164

第十三章 柱 压杆的稳定

§13-1 轴向荷载作用下的柱	166
§13-2 柱端不同约束时的临界力	171
§13-3 有缺陷柱性能的概述	180
§13-4 柱的非弹性屈曲	188
§13-5 柱的稳定校核、折减系数法	201
§13-6 能量法求临界力	212
§13-7 纵横弯曲的概念	216
习题	222
习题答案	234

第十四章 动荷载

§14-1 概述	237
§14-2 惯性力问题	238
§14-3 冲击荷载	244
§14-4 提高构件抵抗冲击能力的措施	251
§14-5 材料的动力强度和冲击韧性	254
§14-6 单自由度振动	258
自学思考题	265

习题	265
习题答案	271

第十五章 构件的疲劳强度计算

§15-1 交变应力及疲劳破坏	273
§15-2 交变应力的基本参数	276
§15-3 材料的 $S-N$ 曲线、疲劳极限	279
§15-4 影响疲劳极限的主要因素	282
§15-5 对称循环下构件的疲劳强度计算	291
§15-6 疲劳极限曲线及其简化折线	295
§15-7 非对称循环下构件的疲劳强度计算	299
§15-8 弯扭(或拉扭)组合交变应力下构件的疲劳强度计算	303
§15-9 提高构件疲劳强度的措施	309
自学思考题	312
习题	313
习题答案	319

第十六章 极限荷载

§16-1 概述	321
§16-2 超静定杆系的极限荷载	323
§16-3 圆轴受扭时的极限扭矩	328
§16-4 梁的极限弯矩、塑性分析	331
一、纯弯曲时梁的极限弯矩	332
二、横力弯曲时梁的极限荷载、塑性铰	334
1. 静定梁的极限荷载	337
2. 超静定梁的极限荷载	338

§16-5 残余应力	342
自学思考题	346
习题	347
习题答案	350

第十七章 复合材料力学

§17-1 复合材料概述	352
§17-2 纤维增强塑料的构造及其基本性能	357
§17-3 纤维增强塑料单层板弹性常数的预测	363
§17-4 纤维增强塑料单层板的弹性特性	377
§17-5 复合材料的发展前景	395
自学思考题	396

第十八章 线弹性断裂力学

§18-1 概述	399
§18-2 裂纹尖端附近的应力和应力强度因子	400
§18-3 几种含裂纹构件的应力强度因子	404
§18-4 裂纹尖端的小范围屈服和应力强度因子的修正	411
§18-5 平面应变断裂韧度 K_{Ic} 的测试方法	418
§18-6 脆性断裂判据的应用	424
§18-7 疲劳裂纹的扩展和剩余寿命的计算	431
自学思考题	441
习题	442
习题答案	444

附录 I 平面应力状态下的应变分析

§I-1 数解法	446
----------------	-----

§I-2 应变圆	449
§I-3 主应变和最大剪应变	456
§I-4 应变实测和应力计算	453
自学思考题	462
习题	463
习题答案	465

附录 II 工程名词汉、英、德对照表

第十章 能 量 法

§10-1 概 述

弹性体受外力作用而发生变形时, 外力作用点将随之产生相应的位移。因此, 在弹性体变形过程中, 外力将对其相应位移作功, 而在弹性体内部也将同时储存一定的能量。例如, 被拧紧的钟表发条在放松过程中能带动齿轮和表针转动; 被拉弯的弓在回弹时能将箭射出。这些实例说明, 弹性体因变形而具有作功的本领, 即储存了能量。弹性体因变形而储存的能量称为**应变能** (strain energy)。弹性体的应变能是可逆的, 即当外力解除时, 应变能将全部转换为功, 而弹性体则恢复其原始形状。

当外力从零开始逐渐地、平缓地增加时, 弹性体在变形过程中的动能、热能等均可忽略不计。在这种情况下, 根据能量守恒定律可知, 储存在弹性体内的应变能 U 在数值上应等于外力所作的功 W , 即

$$U = W \quad (10-1)$$

利用应变能和外力功等功和能的概念求解变形固体的变形和内力等问题的方法称为**能量法** (energy methods)。能量法不仅适用于线弹性体, 而且某些能量原理还可用于非线性弹性体, 甚至可推广应用于塑性问题。本章首先介绍应变能和余能的概念及计算方法, 然后讨论卡氏定理、恩格塞定理、单位荷载法和莫尔定理, 以及它们在计算杆件和杆系的位移、求解超静定问题等方面的应用。

§10-2 应变能和余能

1. 应变能

弹性体的应变能可以利用公式(10-1), 通过外力功来计算。下面推导杆件在几种基本变形情况下的应变能计算公式。首先介绍非线性弹性体的应变能计算, 然后作为特例, 给出应变能表达式在线弹性情况下的特殊形式。

一、轴向受拉(压)杆的应变能

图10-1(a)所示等直杆, 受轴向荷载 P 作用, 材料在弹性范

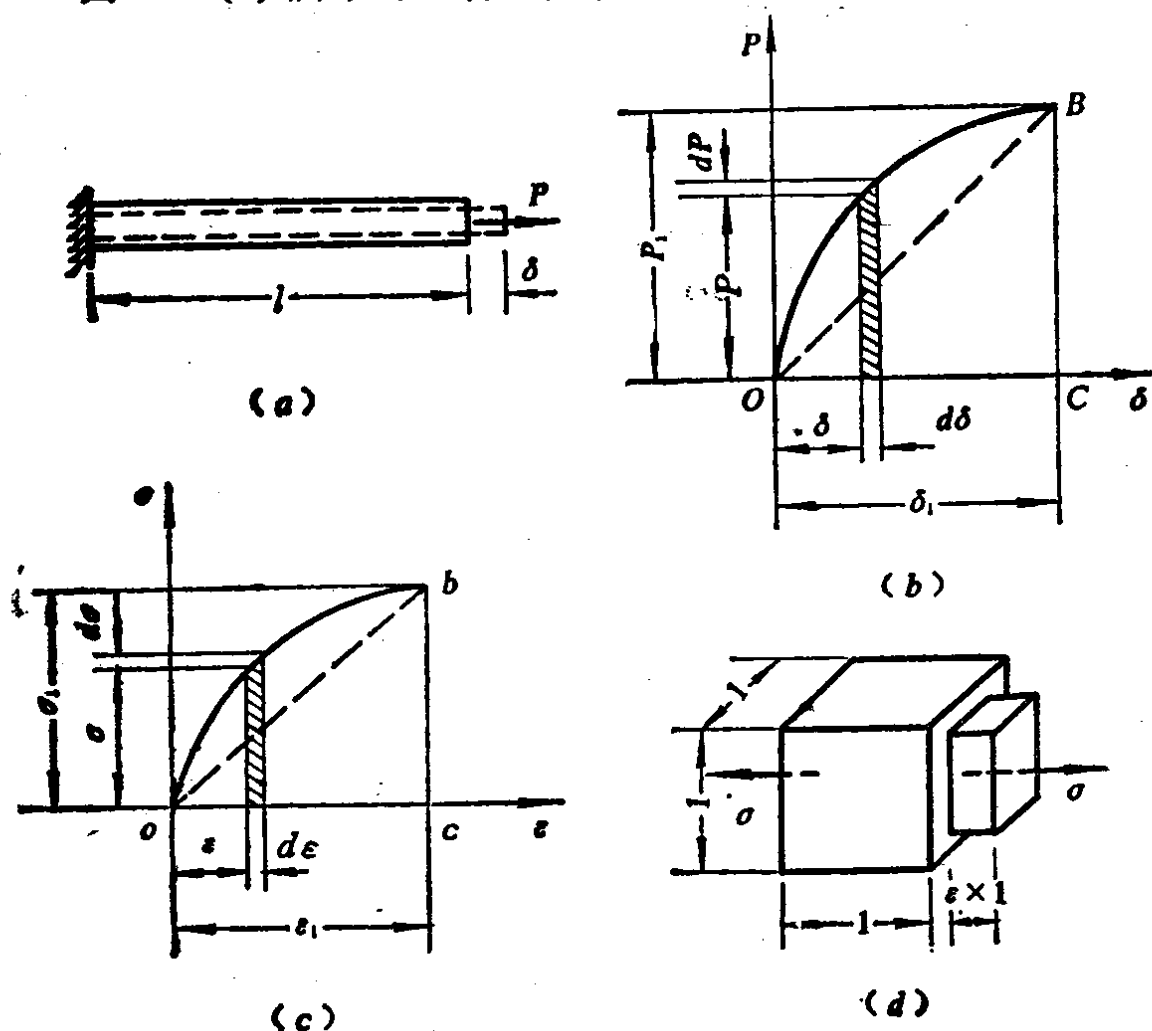


图 10-1 拉杆的应变能计算

围内工作。设荷载 P 的作用点的位移 δ (等于拉杆的伸长变形 Δl) 与力 P 的关系是非线性的, 如图 10-1(b) 中的曲线 $\widehat{OB}$ 所示。材料在拉伸时的应力-应变关系也是非线性的, 并与 $P-\delta$ 曲线相似, 如图 10-1(c) 中的实线 $\widehat{ob}$ 所示。

当荷载由零逐渐增加到终值 P_1 时, 力 P 作用点的位移由零逐渐增加到终值 δ_1 。在加载过程中, 若荷载由 P 增加一微量 dP , 则位移 δ 也相应增加一微量 $d\delta$ (图 10-1b)。此时外力 P 在位移 $d\delta$ 上所作的功为 $Pd\delta$, 即等于图 10-1(b) 中带阴影线的微面积。因此, 在整个加载过程中荷载所作的功为

$$W = \int_0^{\delta_1} Pd\delta \quad (a)$$

从图 10-1(b) 可见, 外力功 W 的大小就等于 $P-\delta$ 曲线 $\widehat{OB}$ 下的面积。根据公式(10-1), 杆在加载过程中所储存的应变能 U 在数值上就等于外力功 W , 即

$$U = W = \int_0^{\delta_1} Pd\delta \quad (10-2)$$

在杆的单位体积内储存的应变能称为比能 (specific energy or strain energy per unit volume), 通常用 u 表示。利用公式(10-1)所表示的功能原理, 同样可以导出比能 u 的表达式。为此, 我们用两个横截面和四个纵向截面取出一个各边长均为单位长度的微分单元体来分析(图 10-1d)。当荷载增至 P 时, 在单元体左右两表面上的力(对于单元体而言, 其表面上的力应看作是外力)为 $\sigma \times 1 \times 1 = \sigma$, 其作用点的相对位移即单元体的轴向伸长量为 $\epsilon \times 1 = \epsilon$ 。当应变 ϵ 增加一微量 $d\epsilon$ 时, 单元体表面上的力所作的功为 $(\sigma \times 1 \times 1) \cdot (d\epsilon \times 1) = \sigma d\epsilon$ 。于是在整个加载过程中, 作用在单元体上的力所作的功为 $dW = \int_0^{\epsilon_1} \sigma d\epsilon$, 式中 $\epsilon_1 = \delta/l$, 是该杆轴向线

应变的终值。此外力功在数值上就等于储存在单元体内的应变能。因所取单元体的体积为单位值，故其应变能就是该杆内的比能 u 。于是

$$u = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma d\varepsilon \quad (10-3)$$

由图 10-1(c) 可见，比能 u 的大小等于 σ - ε 曲线 $\widehat{ob}$ 下的面积。

如果从杆中取出的微小单元体边长分别为 dx 、 dy 和 dz ，则在加载过程中该单元体内储存的应变能可写成

$$dU = u dx dy dz = u dV$$

式中 $dV = dx dy dz$ ，为单元体的体积。这样，体积为 V 的拉(压)杆的应变能 U 也可通过比能 u 来计算，即

$$U = \int_V dU = \int_V u dV \quad (10-4)$$

当轴向外力作用于杆的两端时，杆内各点的应力、应变状态均相同，故各点处的比能 u 均相等。于是，对于长度和横截面面积分别为 l 和 A 的拉(压)杆，其应变能为

$$U = \int_V u dV = uV = uAl \quad (10-5)$$

在这种情况下，拉(压)杆内各点处的比能 u 也可通过将杆的应变能 U 除以杆的体积 $V = Al$ 而得到。若将公式(10-2)的两边除以 $V = Al$ ，并注意到 $\sigma = N/A = P/A$ ， $d\varepsilon = d\delta/l$ ，同样可以得到公式(10-3)。

当杆在线弹性范围内工作时， P 与 δ 成正比关系，如图 10-1(b) 中的虚线 OB 所示。这时，公式(10-2)右端的积分等于 $\frac{1}{2} P_1 \delta_1$ ，即等于图 10-1(b) 中虚线 OB 下三角形 $\triangle OBC$ 的面积。于是

$$U = W = \frac{1}{2} P_1 \delta_1 \quad (10-6a)$$

如果轴向外力 P_1 作用在等直杆的两端, 则杆内各横截面的轴力 N 为常量, 即 $N_1 = P_1$, $\delta_1 = \Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA}$, 因而上式可改写成以下两种形式:

$$U = \frac{P_1^2 l}{2EA} = \frac{N_1^2 l}{2EA} \quad (10-6b)$$

$$U = \frac{EA}{2l} \Delta l_1^2 \quad (10-6c)$$

当杆在线弹性范围内工作时, 材料的应力-应变关系符合虎克定律 $\sigma = E\varepsilon$, 如图 10-1(c) 中的虚线 ob 所示。由公式 (10-3) 可知, 在线弹性情况下拉(压)杆的比能为

$$u = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 \quad (10-7a)$$

或
$$u = \frac{\sigma_1^2}{2E} \quad (10-7b)$$

或
$$u = \frac{E}{2} \varepsilon_1^2 \quad (10-7c)$$

二、受扭圆轴的应变能

设图 10-2(a) 所示等截面圆轴由非线性弹性材料制成, 扭转角 φ 与两端扭转力偶矩 T 的关系如图 10-2(b) 中的曲线 $\widehat{OB}$ 所示, 材料的应力-应变关系如图 10-2(c) 中的曲线 $\widehat{ob}$ 所示。当外力偶矩由零逐渐增至终值 T_1 时, 圆轴两端面相对扭转角由零逐渐增至终值 φ_1 , 因而在加载过程中外力偶矩所作的功在数值上就等于图 10-2(b) 中曲线 $\widehat{OB}$ 下的面积, 即

$$W = \int_0^{\varphi_1} T d\varphi \quad (b)$$

于是, 圆轴的应变能为

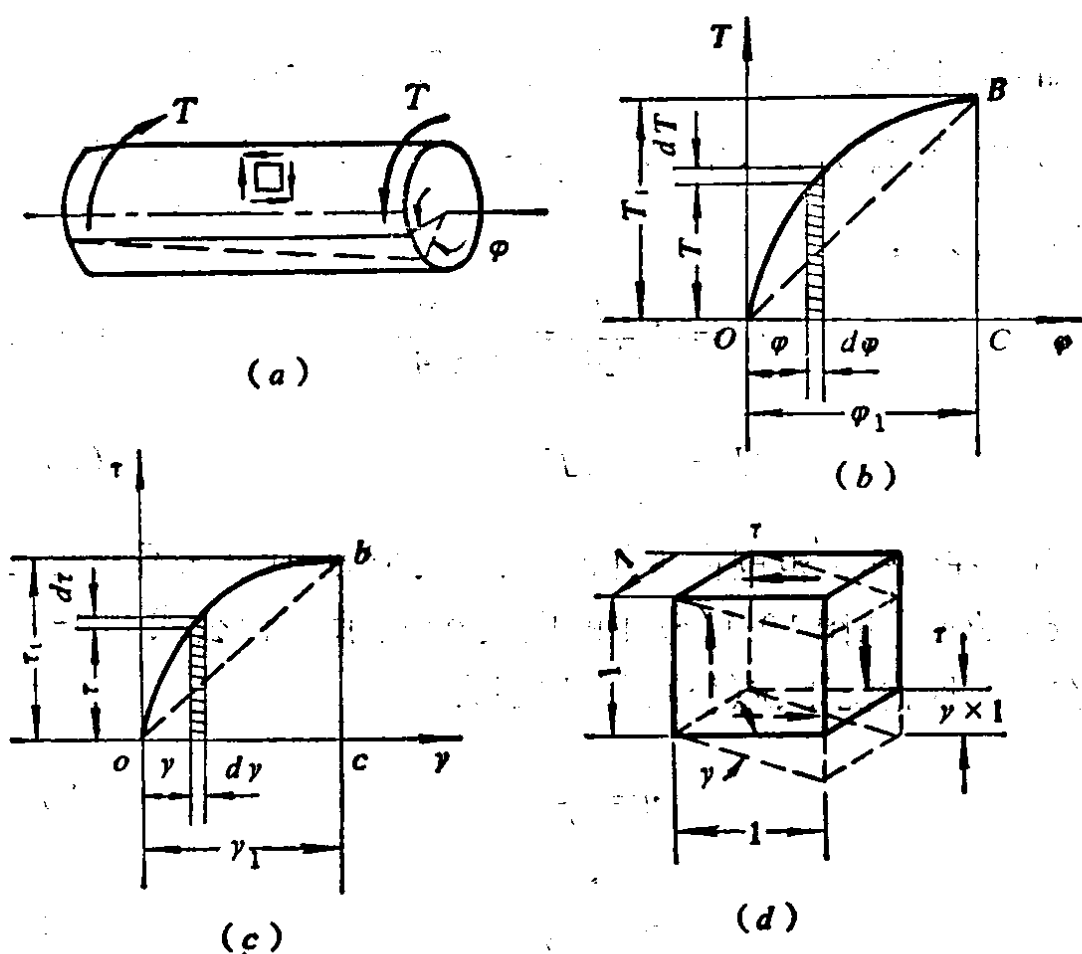


图 10-2 受扭圆轴的应变能

$$U = W = \int_0^{\varphi_1} T d\varphi \quad (10-8)$$

受扭杆横截面上各点处的比能 u 的大小是不等的，故须取单元体来分析。从圆轴内任一点处取出一个各边均为单位长度的单元体(图 10-2d)，它的左、右两侧平面为横截面，所以是一个处在纯剪应力状态下的单元体。当外力偶矩为 T 时，单元体左、右、上、下侧面上的剪应力为 τ ，相应的剪应变为 γ 。这时，若将其左侧面视为固定，则其右侧面将相对下移(错动) $\gamma \times 1$ 。对于单元体而言，作用在各侧面上的力均应看作外力。由于剪应变值很小，在变形过程中只有右侧面上的力在其相应位移上做功。当剪应变 γ 增加一微量 $d\gamma$ 时，右侧面上的力 ($\tau \times 1 \times 1$) 在其相应位移 ($\gamma \times 1$) 上所作

的功为 $\tau d\gamma$, 它等于图 10-2(c) 中带阴影线的微面积。于是, 在整个加载过程中单元体上的力所作的功为

$$dW = \int_0^{\gamma_1} \tau d\gamma$$

式中 γ_1 是单元体剪应变的终值。该外力功在数值上等于单元体内的应变能 dU , 因所取单元体的体积为单位值, 故它也就等于比能 u , 即

$$u = dW = \int_0^{\gamma_1} \tau d\gamma \quad (10-9)$$

此式右端的积分等于图 10-2(c) 中 $\tau-\gamma$ 曲线 $\widehat{ob}$ 下面的面积。与拉(压)杆的情况不同, 受扭圆轴横截面上各点的剪应力并非常数, 而是与该点至圆心的距离成正比, 因而至圆心距离不等的各点处的比能 u 是不相等的。

圆轴的应变能 U 也可通过比能 u 来计算, 即

$$U = \int_V u dV \quad (10-10)$$

式中 V 是圆轴的体积。

当材料在线弹性范围内工作时, T 与 φ 成正比, 如图 10-2(b) 中的虚线 OB 所示。在这种情况下, 由公式(10-8)得

$$U = W = \frac{1}{2} T_1 \varphi_1 \quad (10-11a)$$

又因图 10-2(a) 所示等截面圆轴各横截面的扭矩都等于外力偶矩, 即 $M_{T1} = T_1$, 且 $\varphi_1 = \frac{M_{T1} l}{GI_p}$, 故公式(10-11a)还可写成

$$U = \frac{T_1^2 l}{2GI_p} = \frac{M_{T1}^2 l}{2GI_p} \quad (10-11b)$$

$$\text{或} \quad U = \frac{GI_p}{2l} \varphi_1^2 \quad (10-11c)$$

当材料在线弹性范围内工作时, τ 与 γ 成线性关系, 即 $\tau = G\gamma$, 如图 10-2(c) 中的虚线 ob 所示。于是由公式 (10-9) 可得受扭圆轴在线弹性情况下的比能 u 的表达式

$$u = \frac{1}{2} \tau_1 \gamma_1 \quad (10-12a)$$

或
$$u = \frac{\tau_1^2}{2G} \quad (10-12b)$$

或
$$u = \frac{G}{2} \gamma_1^2 \quad (10-12c)$$

若将式 (10-12b) 代入式 (10-10), 并注意到 $\tau = \frac{M_{T1}\rho}{I_p}$ 及 M_{T1} , I_p 为常量, 则有

$$U = \int_V u dV = \int_A \int_l \frac{\tau_1^2}{2G} dx dA = \frac{l}{2G} \left(\frac{M_{T1}}{I_p} \right)^2 \int_A \rho^2 dA = \frac{M_{T1}^2 l}{2GI_p}$$

所得结果与式 (10-11b) 相同。应注意, 公式 (10-11) 和 (10-12) 只适用于圆轴在线弹性情况下的扭转变形, 在非线性弹性的情况下则须用公式 (10-8) 或 (10-10) 和公式 (10-9) 来计算圆轴扭转时的应变能 U 和比能 u 。

对于非圆截面受扭杆, 其应变能也可按以上各式计算, 但要用相应的 I_T 代替式中的 I_p 。

三、梁的应变能

梁在外力作用下发生横力弯曲时, 其横截面上通常存在弯矩和剪力两个内力, 因而梁的应变能 U 包含两个部分, 即与弯曲变形相应的弯曲应变能 U_M 和与剪切变形相应的剪切应变能 U_Q 。

设一简支梁受横向集中力 P 作用, 梁在 P 力作用点处的挠度为 δ (图 10-3a), 材料在弹性范围内工作。当荷载由零逐渐增至终值 P_1 时 (这时, 荷载作用点的挠度由零逐渐增至 δ_1) 荷载所作的

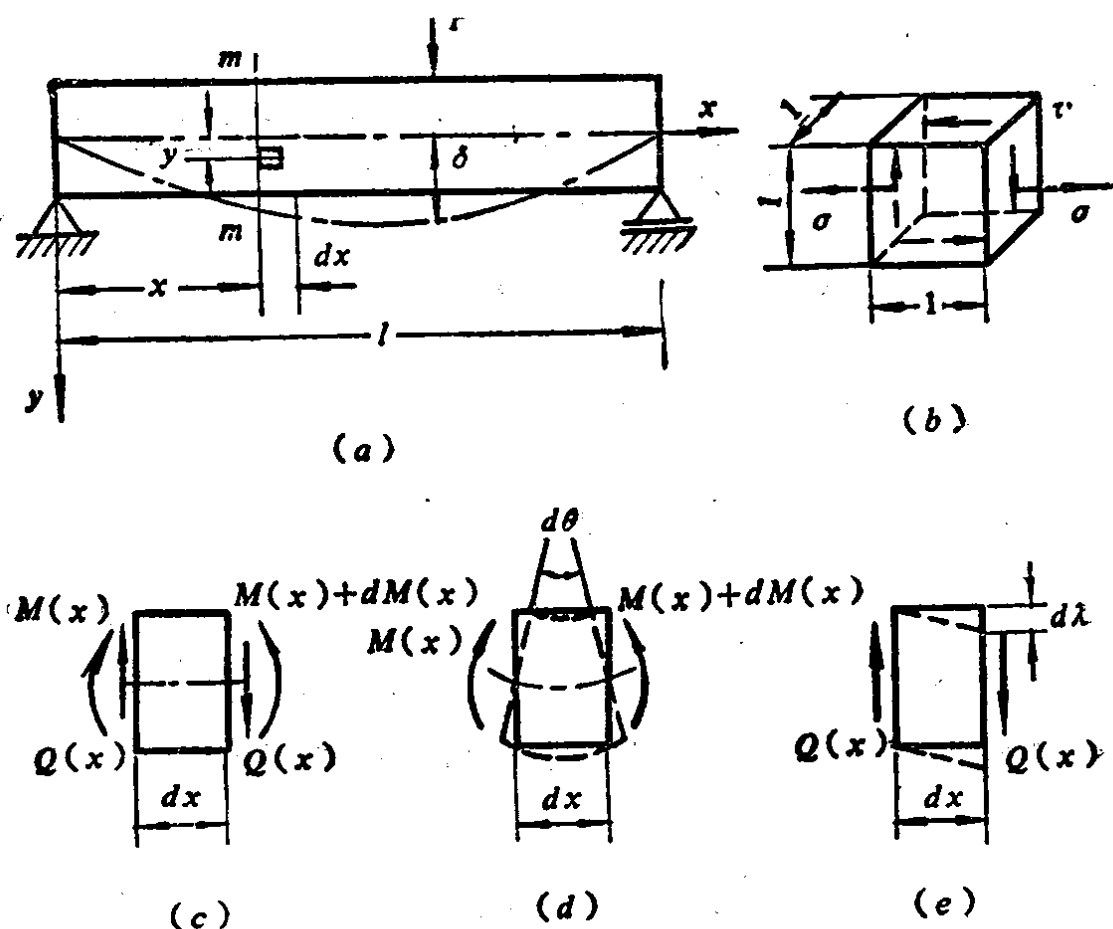


图 10-3 梁的应变能

功为

$$W = \int_0^{\delta_1} P d\delta \quad (c)$$

于是梁的应变能为

$$U = W = \int_0^{\delta_1} P d\delta \quad (10-13)$$

在横力弯曲时, 挠度 δ 是弯矩和剪力共同作用的结果, 故上式包含了弯曲和剪切两种变形的效应, 所得 U 值是梁的总应变能。

梁内各点处的比能 u 是随该点的位置而改变的, 故须取单元体来分析。为此, 从梁的任意横截面 $m-m$ 上距中性轴为 y 的一点处, 取出一个各边均为单位长度的单元体(图 10-3a、b)。单元体的侧面上同时作用有正应力和剪应力。在小变形情况下, 单元体的