

国家自然科学基金项目资助

非线性动力学系统的 混沌控制与反控制

刘玉良 姚齐国 编著



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

国家自然科学基金项目资助

非线性动力学系统的 混沌控制与反控制

刘玉良 姚齐国 编著



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书研究了混沌控制和同步问题,并阐述了混沌控制与反控制在振荡器电路、互联网拥塞控制、耦合发电机的控制以及保密通信方面的应用。

本书是作者近几年来从事混沌理论及其应用研究的一个总结,得到了国家自然科学基金项目、浙江省自然科学基金项目、浙江省教育厅科研项目等支持。

本书可作为控制和通信专业的本科生、研究生教材,也可供从事控制和通信方面的科技人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

非线性动力学系统的混沌控制与反控制 / 刘玉良, 姚齐国编著. —上海: 上海交通大学出版社, 2013
ISBN 978 - 7 - 313 - 10664 - 3

I. ①非… II. ①刘…②姚… III. ①非线性力学—动力学系统—混沌理论—控制论—研究 IV. ①TP27

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 301285 号

非线性动力学系统的混沌控制与反控制

编 著: 刘玉良 姚齐国

出版发行: 上海交通大学出版社

邮政编码: 200030

出 版 人: 韩建民

印 制: 常熟市梅李印刷有限公司

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

字 数: 141 千字

版 次: 2013 年 12 月第 1 版

书 号: ISBN 978 - 7 - 313 - 10664 - 3/TP

定 价: 48.00 元

地 址: 上海市番禺路 951 号

电 话: 021 - 64071208

经 销: 全国新华书店

印 张: 9

印 次: 2013 年 12 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 0512 - 52661481

前言

本书是作者近几年来从事混沌理论及其应用研究的一个总结,书中包含作者近年来所做的研究工作成果。本书的出版得到了国家自然科学基金项目(编号 70571017)“INTERNET 网络和混沌神经网络的复杂动力学行为及其应用研究”;浙江省自然科学基金项目(编号 LY12E09004)“遮蔽航区破损进水船非线性横摇的突变机理及稳性衡准研究”;浙江省自然科学基金项目(编号 LY13E090004)“滚塑船艇的非线性运动及稳性突变机理研究”;浙江省教育厅科研项目(编号 20070928)“时滞网络的复杂动力学行为及应用研究”;浙江海洋学院科研项目(浙海院研〔2012〕20 号)“研究生机电一体化课程的‘项目教学法’研究与实践”等项目的支持,兹此表示由衷的感谢。

非线性代表自然界绝大多数系统的真实面貌,它还是真实系统呈现分岔、混沌等异常动力学特征的主要原因。比如 Chua 电路系统、互联网拥塞控制系统、电机系统等,在一定的参数设置下具有不可忽略的非线性,会发生分岔、混沌等动力学现象。根据实际需要,人们有时候需要抑制混沌,有时候则需要产生混沌,这分别成为混沌控制与反控制。本书内容涉及混沌控制与反控制的理论、方法与应用,简言之就是控制有害混沌和产生有益混沌。全书共分 7 章:

第 1 章为绪论,首先回顾混沌科学的产生与发展,接着介绍混沌控制、Lyapunov 指数、混沌同步、混沌反控制等重要概念,最后给出章节安排。

第 2 章论述电路系统的混沌控制方法。首先论述 n 涡卷 Chua 电路的不动点分布以及比例微分反馈法混沌控制的效果,然后通过改动电路元件参数来研究 Colpitts 振荡器电路的混沌控制效果。

第 3 章论述互联网拥塞控制系统的分岔与混沌控制。以混合 TCP/

UDP、TCP/RED 频闪、TCP/AQM 时滞对偶和 TCP/AQM 流体流四种模型为对象,研究互联网拥塞控制模型的混沌产生与控制。首先应用延迟反馈法控制 TCP/UDP 混合模型的混沌行为,然后用参数微扰法实现 TCP/RED 频闪模型的混沌控制,最后通过模型改进研究 TCP/AQM 时滞对偶模型和 TCP/AQM 流体流模型的分岔和混沌控制。

第 4 章论述电机系统的混沌控制。论述了负反馈法和外加周期信号法对 PMSM 系统中混沌行为的控制效果,然后研究 Rikitake 双圆盘耦合发电机系统以及单机—无穷大电力转换系统的混沌特征与控制。

第 5 章研究混沌同步。以保密通信为主要应用背景,简述混沌同步的实际意义,然后研究同结构、异结构、高维结构混沌系统的同步等。针对两个参数未知的耦合混沌系统,推导了同步控制器和控制器参数自适应更新率,最后应用 Lyapunov 函数法和计算机仿真证明了控制器的作用效果。

第 6 章论述混沌反控制,是前一章内容的应用延续。基于混沌同步的思想,研究电机系统的混沌反控制效果,并通过计算机仿真进行验证。

第 7 章对全文内容进行了总结和工作展望。

序

混沌控制与反控制是非线性系统分析中的重要分支,目前的研究主要在数学领域。将非线性分析的方法与理论研究的成果用于工程领域,认识和解释工程现象,探讨解决工程问题的新思路与新方法,一直是应用数学和工程理论研究者关注的问题。

本书作者刘玉良博士和姚齐国博士 2007 年开始研究非线性动力学系统,综合考虑非线性系统内外参数的作用,先后研究了电路系统的混沌控制、互联网拥塞控制系统的混沌控制、电机系统的混沌控制、混沌同步及应用、混沌反控制及应用等,注重混沌控制与反控制理论在工程实际特别是涉海工程实际中的应用。本书不仅在理论研究上具有特色,而且在应用对象上也具有创新性。

本书注重理论推导和计算机仿真相结合,对于入学者具有重要意义,是一本高水平的理论与实际相结合的专著,特推荐给广大读者,希望大家喜欢。

华中科技大学自动化学院

齐 欢

2013 年 5 月 27 日

目录

第 1 章 绪论	001
1.1 混沌科学的产生与发展	001
1.2 Lyapunov 指数	002
1.3 混沌控制	003
1.4 混沌同步	004
1.5 本书主要研究内容	005
参考文献	006
第 2 章 电路系统的混沌控制	007
2.1 n 涡卷 Chua 电路的混沌控制	007
2.1.1 n 涡卷 Chua 电路及其不动点的分类	008
2.1.2 比例微分反馈法控制 n 涡卷 Chua 电路的混沌	010
2.2 Colpitts 振荡电路混沌控制	015
2.2.1 Colpitts 振荡电路及其非线性模型	015
2.2.2 Colpitts 振荡电路的混沌控制与 PSPICE 仿真	016
2.3 本章小结	023
参考文献	023
第 3 章 互联网拥塞控制系统的混沌控制	025
3.1 TCP/UDP 拥塞控制系统的混沌控制	025
3.1.1 TCP/UDP 数学模型的描述	025
3.1.2 TCP/UDP 混沌控制	026

3.2	TCP/RED 拥塞控制频闪模型的混沌控制	029
3.2.1	TCP/RED 拥塞控制频闪模型的数学描述	029
3.2.2	TCP/RED 拥塞控制频闪模型的不动点	030
3.2.3	TCP/RED 拥塞控制频闪模型的分岔及混沌控制	031
3.3	TCP/AQM 时滞对偶系统的混沌控制	033
3.3.1	TCP/AQM 时滞对偶模型的改进	034
3.3.2	改进模型的线性稳定性研究	035
3.3.3	改进模型的临界分岔条件	035
3.3.4	混沌控制仿真	037
3.4	TCP/AQM 流体流拥塞控制系统的混沌控制	041
3.4.1	TCP/AQM 流体流模型改进	043
3.4.2	改进模型的临界分岔条件	044
3.4.3	混沌控制效果仿真	046
	参考文献	049
第4章	电机系统的混沌控制	051
4.1	均匀气隙永磁同步电机系统的混沌控制	051
4.1.1	PMSM 的无量纲数学模型及其混沌现象	051
4.1.2	PMSM 的负反馈法混沌控制	054
4.1.3	PMSM 的外加周期信号法混沌控制	055
4.2	Rikitake 双圆盘耦合发电机模型的混沌控制	057
4.2.1	双圆盘耦合发电机数学模型的推导	058
4.2.2	耦合发电机系统的动力学特性	059
4.2.3	混沌控制仿真	063
4.3	单机无穷大电力转换系统的无源化混沌控制	066
4.3.1	单机—无穷大电力转换系统的数学模型	067
4.3.2	单机—无穷大电力转换系统的混沌现象	068
4.3.3	单机—无穷大电力转换系统的无源化混沌控制	069
4.4	双发电机并联系统的混沌控制	075
4.4.1	双发电机并联系统的数学模型	075

4.4.2	双发电机并联系统的混沌现象	077
4.4.3	双发电机并联系统的混沌控制	078
4.5	本章小结	082
	参考文献	082
第5章	混沌同步	085
5.1	引言	085
5.2	同结构混沌系统的同步控制	086
5.2.1	n 涡卷蔡氏(Chua)混沌系统的同步控制	086
5.2.2	陈氏(Chen)混沌系统的同步控制	091
5.3	异结构混沌系统的同步控制	096
5.3.1	Chua 电路与 Chen 系统的混沌同步	096
5.3.2	仿真验证	097
5.4	超混沌系统的全状态投影同步	100
5.4.1	全状态混合投影同步简介	100
5.4.2	超混沌系统全状态混合投影同步的控制器设计	101
5.4.3	仿真验证	102
5.5	混沌同步的鲁棒性	106
5.6	本章小结	111
	参考文献	111
第6章	混沌反控制	113
6.1	永磁同步电机系统的混沌反控制	114
6.1.1	永磁同步电机系统的无量纲化描述	114
6.1.2	PMSM 系统的同步法混沌反控制	115
6.1.3	数值仿真验证	117
6.1.4	永磁同步电机系统的直接延迟反馈法混沌反控制	118
6.2	无刷直流电机系统的同步法混沌反控制	121
6.2.1	无刷直流电机系统的无量纲化描述	121
6.2.2	n 涡卷蔡氏系统概述	122

6.2.3	BLDCM 系统的同步法混沌反控制	123
6.2.4	仿真结果	125
6.3	本章小结	126
	参考文献	126
第 7 章	总结与展望	128
7.1	本书工作总结	128
7.2	未来工作展望	128
索引	130

1.1 混沌科学的产生与发展

混沌是确定性非线性系统具有内在随机性的一种外在表现。混沌科学的产生要追溯到 20 世纪初期,1903 年法国数学家庞加莱在《科学与方法》中把动力系统与拓扑学结合起来,指出了混沌存在的可能性。1963 年,美国气象学家 Lorenz 在《大气科学》上发表了著名论文“决定性的非周期流”,提出了著名的 Lorenz 方程,用数值方法揭示了混沌运动的存在,而且最早发现了混沌运动的基本特性——对初始值的极端敏感性。1971 年,法国数学物理学家 Ruelle 和荷兰学者 Takens 通过严密的数学分析发现动力系统存在奇怪吸引子。1975 年,美国华裔学者李天岩及其导师 Yorke 在论文《周期 3 意味着混沌》中,首先引入“混沌”一词。1977 年,国际上首届混沌会议在意大利召开,这标志着混沌科学的产生。此后,混沌科学在理论研究、实验研究及交叉学科研究方面取得了累累硕果。

20 世纪 80 年代, Packard, Takens, Mandelbrot 等科学家对混沌理论研究作出了巨大贡献。在试验研究方面,研究者们先后在化学反应、光学系统、固体物理、社会经济系统、生理系统、生态系统、磁力线和非线性电路中发现了混沌行为。其中美籍华裔科学家 Chua 先生设计的混沌电路是一个杰出成果,为后人提供了研究和再现混沌的典型范例。在交叉学科研究方面,混沌科学与其他学科相互渗透,相互融合,形成了一些新兴交叉学科和技术,如混沌生物工程学、混沌计算机图形学、混沌智能信息处理、混沌保密通信等。

1.2 Lyapunov 指数

用来描述混沌的主要特征量包括 Lyapunov 指数、测度商、分数维等。本节主要介绍下文中将要用到的特征量 Lyapunov 指数。Lyapunov 指数不仅定性地描述了系统动力学行为对初值的极端敏感性,而且定量地描述了混沌吸引子上相邻轨道的吸引和分离的速度,因此在分析一个可能的混沌系统时,确定系统的 Lyapunov 指数是很重要的。本节只给出连续系统的 Lyapunov 指数的定义。

在混沌吸引子伸展方向上两条临近轨道分离,在混沌吸引子的压缩方向上两条临近轨道汇聚。如果用指数函数来近似描述这种收敛和发散,则伸展和压缩的比率可以用指数来定量描述,这就是所谓的 Lyapunov 指数。由于指数在相空间上是变化的,所以必须取相邻轨道在相空间发散(收敛)的长时间平均指数。

Lyapunov 指数的个数等于系统自由度的个数,如果系统具有至少一个正的 Lyapunov 指数,则系统或者是不稳定的,或者是混沌的。如果系统的轨迹是有界的并且具有正的 Lyapunov 指数,则系统中一定包含混沌行为,并且正的指数越大,系统可以预测的时间范围越短。因此计算系统的最大 Lyapunov 指数显得尤为重要。

给定一个 m 维相空间中连续动力学系统,监控一个初始无穷小的球的长期演化,由于流形的局部变形特性,小球可能演变为椭球。第 i 个 Lyapunov 指数可以根据椭球主轴的长度 $l_i(t)$ 定义为:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \left| \frac{l_i(t)}{l_i(0)} \right| \quad (1-1)$$

因此 Lyapunov 指数和相空间中主轴的扩展和收缩有关,正的 Lyapunov 指数描述了相邻轨迹在某一方向上指数增长的分离,这种特性也导致了动力学行为对初始条件的敏感依赖性,由于椭球的方向是随系统的演化连续变化的,所以和一个给定指数相联系的方向也是沿混沌吸引子以一种复杂的方式变化,因此很难指出一个给定指数所表示的方向。 m 维系统有 m 个 Lyapunov 指数, Lyapunov 指数谱的类型能提供动力学系统的定性情况。例

如当 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, K) = (-, -, -, -, K)$ 时对应不动点; 当 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, K) = (0, -, -, -, K)$ 时为极限环; 当 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, K) = (0, 0, -, -, K)$ 时为二维环面; 当 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, K) = (+, 0, -, -, K)$ 时混沌; 当 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, K) = (+, +, 0, -, K)$ 时为超混沌。

1.3 混沌控制

混沌运动具有对初始条件极端敏感性、类随机性、长期不可预测性等特点, 因此, 长期以来人们认为混沌运动是不可控和不可靠的, 在工程中总是设法予以避免和消除。1988年 Hubler 最先发表了控制混沌的论文。1990年, Pecora 和 Carroll 最早证明了混沌系统是可控的, Ott, Grebogi 和 Yorke 又提出了著名的 OGY 混沌控制法。此后在世界范围内迅速掀起研究混沌控制的热潮, 提出了很多控制混沌的有效方法。其中比较典型的有变量延迟反馈控制法、连续变量反馈控制法、线性反馈法、自适应控制法等。

1992年德国学者 Pyragas 提出连续系统的延迟反馈控制法。假设非线性连续系统的动力学可由如下非线性常微分方程(组)来描述:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = p(x, y) \\ \frac{dx}{dt} = \varphi(x, y) \end{cases} \quad (1-2)$$

式中, y 为输出变量, 矢量 x 为系统的其余状态变量, 这个方程(组)预先并不要求知道所控制系统的具体动力学模型, 但至少可以从实验上测得系统的某个输出量。延迟反馈控制法所描述的受控系统的动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = p(x, y) - F(t) \\ \frac{dx}{dt} = \varphi(x, y) \end{cases} \quad (1-3)$$

式中, $F(t)$ 为控制信号(微扰量), 当无控制即 $F(t) = 0$ 时, 系统应处于混沌运动。

$$F(t) = K[y(t) - y(t - \tau)] = KD(t) \quad (1-4)$$

式中, $y(t - \tau)$ 是系统输出信号的延迟信号, τ 为延迟时间。延迟反馈控制法利用系统本身输出信号的一部分并经过一定的时间延迟后, 再与原来输出信号相减, 作为控制信号反馈到系统中去, 使系统在自动寻找原混沌系统不稳定周期轨道的同时实现混沌控制。这里的延迟时间 τ 应选取为某个不稳定周期轨道的周期, 通过调节反馈系数 K 就可以控制到该周期的目标轨道上。当延迟反馈与原系统的轨道发生共振, 并且稳定了这些轨道时, $y(t - \tau) = y(t)$, 即控制信号 $F(t) = 0$; 当被控混沌系统被驱动到周期态, 但控制项 $F(t) \neq 0$ 时得到的周期轨道不是原系统的固有周期轨道, 而是产生了新的动力学行为。

延迟反馈控制法不需要知道系统的精确模型和参数, 只需要知道一个可测变量, 具有在试验中容易实现的特点, 所以在很多混沌控制的试验中得到应用。但很多文献的研究表明, 延迟反馈控制法具有拓扑局限性, 它不能稳定具有奇数个正实 Floquet 指数的自由转矩 (torsion-free) 周期轨道。最近, Pyragas 的研究表明, 通过在反馈环中引入不稳定自由度可以克服这种局限性。

1.4 混沌同步

混沌反控制的直接应用是混沌同步。以混沌反控制的研究成果为基础, 人们提出了很多混沌同步方法, 如自适应同步、完全同步、相同步、广义同步、投影同步、全状态混合投影同步等。其中投影同步的特点是通过改变比例因子, 获得任意比例于原混沌信号的输出信号; 而全状态混合投影同步不仅可以使所有输出信号和原始信号对应的状态变量都满足比例关系, 并且各对应状态变量满足的比例关系可以不相同, 从而使同步程度和效果更具有灵活性。由于复杂多变的工作环境的影响, 混沌系统的初始值甚至系统参数都可能是变化的或未知的, 因此, 混沌同步的鲁棒性研究更具有实际意义。

近年来的研究表明, 混沌信号在保密通信系统中的应用具有潜在的巨大优势。如图 1-1 所示, $S(t)$ 为待发送的原始信号, 驱动系统和复制系统分别为保密通信系统的调制器和解调器的本地载波源, $R(t)$ 为混沌加密或调制后的难以截获的信号, $S'(t)$ 为混沌解密或解调后的有用信号。由于混沌信号比正弦波等规则信号复杂得多, 若载波都由混沌信号担当, 则调制后的信号具有很高的抗截获性能, 非常符合保密通信的要求。但是, 由于工作环境及初

始值的不确定性,驱动系统和复制系统产生的混沌信号 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 很难同步,从而使通信接收端本身同样难以取出原始信号。因此,混沌同步是达到保密通信效果的前提条件。

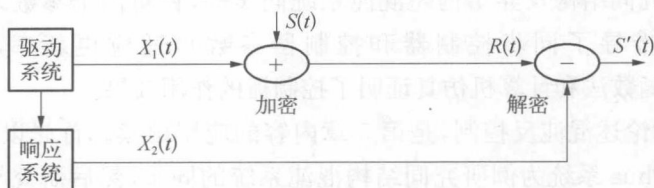


图 1-1 混沌保密通信系统的示意图

1.5 本书主要研究内容

本书的研究工作来源于国家自然科学基金项目(编号 70571017)“INTERNET 网络和混沌神经网络的复杂动力学行为及其应用研究”。

本书内容共分 7 章。

第 1 章为绪论。首先简要回顾了混沌发展历史,然后介绍了混沌控制与混沌同步的研究现状。最后,总结本书的主要研究工作并给出本书的结构安排。

第 2 章论述电路系统的混沌控制方法。首先简述 OGY 等混沌控制经典方法,然后论述 n 涡卷 Chua 电路的不动点及比例微分反馈法混沌控制效果,最后论述 Colpitts 振荡器电路的混沌仿真。

第 3 章论述互联网拥塞控制系统的分岔与混沌控制。以混合 TCP/UDP, TCP/RED 频闪, TCP/AQM 时滞对偶和 TCP/AQM 流体流这四种模型为对象,研究互联网拥塞控制模型的混沌机理和混沌控制。首先应用延迟反馈法控制 TCP/UDP 混合模型的混沌行为,然后用参数微扰法实现 TCP/RED 频闪模型的混沌控制,最后通过模型改进研究 TCP/AQM 时滞对偶模型和 TCP/AQM 流体流模型的分岔和混沌控制。

第 4 章论述电机系统的混沌控制。首先采用负反馈法和外加周期信号法对 PMSM 系统的混沌行为进行控制和研究,然后研究 Rikitake 双圆盘耦合发电机模型的混沌行为特征,再用数值方法分析 Rikitake 双圆盘耦合发电机模

型的基本动力学特性以及系统参数变化所引起的分岔和混沌行为,最后论述单机一无穷大电力转换系统的混沌特征和无源控制方法。

第5章研究混沌同步。以保密通信为主要背景简述了混沌同步的实际意义,然后研究同结构及异结构超混沌系统同步等,针对两个参数未知的耦合混沌系统,推导了同步控制器和控制器参数自适应更新率,最后应用 Lyapunov 函数法和计算机仿真证明了控制器的作用效果。

第6章论述混沌反控制,是第5章内容的应用延续。首先以 Chen 系统和 n 涡卷 Chua 系统为例研究同结构混沌系统的同步,然后研究异结构超混沌 Chen 系统与超混沌 Lü 系统的同步,最后针对两个参数未知的耦合混沌系统,设计对应的同步控制器,推导了控制器参数的自适应更新率,最后应用 Lyapunov 函数法和计算机仿真证明控制器的作用效果。

第7章对全文内容进行了总结和工作展望。

参 考 文 献

- [1] 王兴元. 复杂非线性系统中的混沌[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [2] 刘秉正. 非线性动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [3] 黄润生, 黄浩. 混沌及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [4] 邹国棠, 王政, 程明. 混沌电机驱动及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [5] 禹思敏, 林清华, 邱水生. 一类多折叠环面混沌吸引子[J]. 物理学报, 2004, 53(7): 2084 - 2088.
- [6] Edward Ott, Celso Grebogi, James A. Yorke. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1196 - 1199.
- [7] Chen L, Wang X F, Han Z Z. Controlling bifurcation and chaos in internet congestion control model[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2004, 14(5): 1863 - 1876.
- [8] 罗晓曙. 非线性系统中的混沌控制与同步及其应用研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2003.
- [9] 李爱云. 基于无源系统理论的发电机非线性励磁控制的研究[D]. 桂林: 广西师范大学, 2009.
- [10] 王兴元, 武相军. 耦合发电机系统的自适应控制与同步[J]. 物理学报, 2006, 55(10): 5077 - 5082.

混沌运动具有对系统初始条件的极端敏感性、类随机性、长期不可预测性等特点,因此长期以来人们认为混沌是不可控的,不可靠的,在工程实践中总是设法予以避免和消除。直到 1988 年 Hubler 发表了控制混沌的第一篇文章,随后 Ott, Grebogi 和 Yoke 于 1990 年提出利用微扰控制混沌的思想,即著名的 OGY 混沌控制法,迅速在世界范围内掀起了研究混沌控制的热潮,大量的混沌控制方法被提出。其中比较典型的有:连续变量反馈控制法、变量延迟反馈控制法、偶然正比反馈法、正比系统变量的脉冲控制法、自适应控制法、线性反馈法、参数共振微扰法、神经网络法、非线性反馈控制法、外部噪声控制法等。

常规的混沌控制方法要求待控制混沌系统的不动点或目标周期轨道是已知的,如 OGY 法、连续变量的反馈控制法等。当系统的不动点或周期轨道甚至系统的参数未知时,能够自动定位系统周期状态的自适应控制方法是非常有效的。本章介绍符合上述要求的变量延迟反馈法混沌控制。

2.1 n 涡卷 Chua 电路的混沌控制

Chua 电路是一个分段线性电路系统,它由电感、电容和一些电阻元件组成。由于它结构简单却能够产生倍周期分岔和混沌等丰富的动力学现象^[1],所以 Chua 电路模型成为混沌控制与同步研究的典型范例^[2]。Chua 电路中所包含的唯一非线性电路元件是非线性电阻,该非线性电阻实际上是一个分段线性电阻元件。通过适当选择分岔参数,Chua 电路可以产生从不动点、周期性、单涡卷到双涡卷吸引子等复杂动力学行为。1993 年, Suykens 和