怎样列方程解数理化应用题

李西平

$X+Y=Z$

湖北人民出版社

怎样列方程
解数理化应用题

（修订本）

湖北人民出版社

怎样列方程解数理化应用题
李 西 平
湖北人民出版社出版 湖北省新华书店发行
湖北潜江县印刷厂印刷
787×1092毫米32开本 6.25印张 131,000字
1983年3月第1版 1983年3月第1次印刷
印数：1—41,800
统一书号：7106·1659 定价：0.53元

出 版 说 明

本书一九七九年以《应用题的代数方程》为书名出版. 出版以后，普遍受到中学生和有关教师的欢迎. 为了满足读者需要，我们特修订重版. 这次修订，请作者适当增补了数理化应用题，并改名为《怎样列方程解数理化应用题》.

目　录

一、先解剖一个题目

学过代数方程的同学，常感到不会列代数方程解应用题．现在我们就来谈谈这方面的问题．

先从一个题目说起．

加工一个大零件需要8分钟，加工一个小零件需要5分钟．现在用3小时半的时间共加工大、小零件36个．问其中大零件和小零件各多少个？

这个题目我们应该怎样列代数方程来解呢？

我们假设大零件为x个．由题意：两种零件共36个．既然大零件是x个，那么小零件便应该是“36减去x”个，写成代数式是

$$(36-x).$$

加工一个大零件的时间（以下简称“一个大零件的时间”）是8分钟，那么加工x个大零件的时间（即全部大零件的时间，以下简称“大零件全时间”）便应该是“8乘x”分钟，写成代数式是

$$8x.$$

同样，加工$(36-x)$个小零件的时间（即全部小零件的时间，以下简称“小零件全时间”）应该是“5乘$(36-x)$”分钟，写成代数式是

$$5(36-x).$$

又由题意：加工两种零件的总时间（以下简称“总时间”）

是3小时半，若化成分，便是

$$3.5\times60=210.$$

现在根据大零件全时间＋小零件全时间＝总时间的相等关系列出方程：

$$8x+5(36-x)=210.$$

解这个方程

$$8x+180-5x=210,$$

$$8x-5x=210-180,$$

$$3x=30,$$

$$x=10.$$

答：大零件是10个，小零件是$36-10=26$个.

有的同学做对了，道理清楚，结果也正确. 有的同学也做出来了，但道理并不大清楚，对不对心里没有底，再碰上类似的题目又不一定有把握.有的则不知道方程应该怎样列，或者列错了，结果不对. 对于第一种情况的同学，希望不要就此满足，而要继续前进，争取能运用代数方程解更多的应用题. 对于后几种情况的同学，也不要灰心，只要我们老老实实地学，我们是能够学会我们原来不懂的东西的.

现在我们再围绕这个题目来谈几点：

一、有的同学说：我做的方法和上面的不同，对吗？

我们说：只要道理清楚，计算正确，虽然做法不同，但同样都是对的.

不错，有些题目是有几种做法.这个题目就有几种做法.我们把上面的做法称为方法一，现在再看看方法二：

假设小零件为x个，则大零件为$(36-x)$个； 小零件全时间为$5x$分， 大零件全时间为$8(36-x)$分. 同方法一一

样，根据时间相等的关系列方程

$$8(36-x)+5x=210.$$

解得 $x=26$.

即小零件是26个．大零件是 $36-26=10$ 个．和方法一比较，只是所设的未知数改换了一下，结果却是一样的．

方法三：

有人分析：假如知道大零件全时间，那么只要除以“一个大零件的时间”就可求出大零件的个数．于是

设大零件全时间为 x 分，则小零件全时间为 $(210-x)$ 分；大零件的个数为 $x/8$ 个，小零件的个数为 $(210-x)/5$ 个．

根据大零件的个数＋小零件的个数＝总个数的相等关系列出方程

$$\frac{x}{8}+\frac{210-x}{5}=36.$$

解方程

$$5x+8(210-x)=36\times5\times8,$$

$$5x+1680-8x=1440,$$

$$-3x=1440-1680,$$

$$-3x=-240,$$

$$x=80.$$

现在可以进一步求得大零件的个数为 $80/8=10$ 个．至于小零件的个数，可以根据两种零件共36个的关系求出为26个，或者按小零件全时间除以“一个小零件的时间”求出为 $(210-80)/5=26$ 个．

方法四：

同上法一样，只是改换一下所设的未知数.

设小零件全时间为 x 分，则大零件全时间为 $(210-x)$ 分；小零件的个数为 $x/5$ 个，大零件的个数为 $(210-x)/8$ 个.

根据个数相等的关系列方程

$$\frac{210-x}{8}+\frac{x}{5}=36.$$

解得 $x=130$(分)，再求得小零件的个数为 $130/5=26$ 个，大零件便是 $36-26=10$ 个.

方法五：

有的同学学过二元一次方程组，设了两个未知数，即设大零件为 x 个，小零件为 y 个.

根据个数相等的关系列方程

$$x+y=36, \tag{1}$$

根据时间相等的关系列另一方程

$$8x+5y=210. \tag{2}$$

解上面的方程组. 由方程 (1) 得

$$x=36-y, \tag{3}$$

将(3)中的 x 值代入(2)，得

$$8(36-y)+5y=210. \tag{4}$$

解(4)，得

$$y=26.$$

以 y 值代入(3)，得

$$x=36-26=10.$$

即大零件为 10 个，小零件为 26 个.

…………

上面举出了几种方法，但归纳起来大体上是三类：方法一、二是一类，它直接设要求的量为 x；方法三、四可算是第二类，它间接设一个有关的量为 x，至于题目所要求的量，还要计算一次才能得出；方法五是第三类，它设了两个未知量，利用方程组来解．一般来说，第一、三类的方法较为简便，因为它们直接假设要求的未知量，方程解出后便得结果．但也不能一概而论，而是要具体问题具体分析．虽然在应用题中绝大部分是宜于直接设未知量的，但有的题目按间接的未知量列方程来求解却简便得多，有的甚至只有这样才可能解题．以后碰上这种题目时(如本书“三”中的例三)，便会有所体会．现在只是提一下罢了．

二、有的同学说：我的方法和上面的都不同，我是按题意一步一步推算的，连个未知数都没有，不知道对不对？

接着他介绍了他的推算过程：

1．如果 36 个都是小零件，则时间只要 $5\times36=180$ (分)．

2．这比总时间 210 分还差 $210-180=30$(分)．

3．这样，36 个零件中必须有一些是大零件，时间才不会出现差数．那么，大零件应该是多少个呢？我们知道：每将一个小零件换成一个大零件可补上时间 $8-5=3$(分)．

4．要想把相差的 30 分钟补上，小零件中必须有 $30/3=10$ 个改为大零件才行．这也就是说大零件应该是 10 个，小零件便是 $36-10=26$ 个．

他说这就是他的推算过程，但一个未知数也没有，不知道对不对？

这位同学的推算过程全都正确，计算也对．这里还是有

未知数的，即是设了小零件为 x 个．根据推算过程可列方程

$$x=\frac{210-5(36)}{8-5}.$$

这和方法一的方程属于同一类型．我们只要把方法一的方程变化一下就会出现这一形式：

$$8x+5(36-x)=210,$$
$$8x+5(36)-5x=210,$$
$$8x-5x=210-5(36),$$
$$(8-5)x=210-5(36),$$
$$x=\frac{210-5(36)}{8-5}.$$

不过，两个方程虽然属于同一类型，但可以看出，这个方法列方程却要困难些，因为它需要把问题一步一步推算，直到得出结果，最后根据推算过程综合成方程．这实际是算术中采用的方法．它的形式特点是：未知量单独写在方程的左边，已知量则全在右边．不过并不是这种方法一定困难些而必需弃而不用，这也要具体问题具体分析(如本书第106页第4题的后一种解法)．

三、有的同学说：我是按方法一算的，根据时间相等关系列的方程，但为什么这样就对了，假如按个数相等关系列方程行吗？而且那样还简便些哩！

这个问题提得很好．看起来在方法一中利用个数相等的关系的确简便些，但到底行不行，让我们来实践一下就知道了．

设大零件为 x 个，则小零件为 $(36-x)$ 个．

根据个数相等关系列方程

$$x+(36-x)=36.$$

解这个方程

$$x+36-x=36,$$

$$x-x=36-36,$$

$$0=0.$$

x 消失了，方程没有解出.

为什么不行呢？代数书本上不是说过：方程式是含有未知数的等式吗？这个方程完全符合嘛！

不错，方程式是含有未知数的等式，但不是所有含了未知数的等式都可以解出. 在方法一、二中，采用个数相等的关系解不出，但在方法三、四中却只有采用个数相等的关系才解得出. 方法五中也有一个方程是按这一关系列出的.

问题在哪里？问题在于应用题的代数方程应包含题目中有关的、必需的各量，否则方程式便变成恒等式而无法解出. 上面这个方程由于缺少必需的时间方面的量，因此成了恒等式而解不出. 方法三中如果犯了这同样的毛病，也会出现解不出的情况. 譬如大零件全时间为 x 分，小零件全时间为 $(210-x)$ 分，如果根据大零件全时间＋小零件全时间＝总时间的相等关系列方程

$$x+(210-x)=210,$$

同样也会解不出的.

我们不妨回顾一下：在第一类方法中，方程利用了时间相等的关系，但方程中包含着有关个数的各量；在第二类方法中，方程利用了个数相等的关系，但方程中包含着有关时间的各量；第三类方法有两个方程，分别包含了个数和时间的各量. 由于它们都包含了题目中有关的、必需的各量，因

此，只要题目合理，给出的数量恰当，一般都是可以正确解出的.

四、有的同学说：我也是按照方法一取时间相等的关系列方程的. 根据题目的总时间是 3 小时半，方程列为

$$8x+5(36-x)=3.5,$$

为什么算得不对呢?

的确，总时间是 3 小时半，但在这里把时间写成 3.5 或 $3\frac{1}{2}$，方程却又确实是错了.

应用题要注意"单位". 这个方程的左边，大、小零件的全时间都是以"分"为单位，那么右边的总时间也应当以"分"为单位，两边相等的关系才成立. 我们在前面几个方法中总时间都写成 210 (分)，就是这个缘故. 当然，总时间用"小时"作单位是完全可以的，但大、小零件的全时间也都要改用"小时"作单位才行(即除以 60 分). 这时，方程将改为

$$\frac{8x}{60}+\frac{5(36-x)}{60}=3.5,$$

解这个方程，同样可得出 $x=10$，结果相同.

对于这个题目的"解剖"，暂时到此结束. 通过解剖可以看出，要想正确地列出应用题的代数方程，必须

1. 能用含有未知数的代数式表示题目中的各未知量.

2. 能正确地利用相等关系列出代数方程.

3. 注意单位正确.

当然，仅仅掌握这几点也还是不够的. 更重要的是我们还应了解该应用题所涉及的有关知识，这样才有可能列出方程，否则将会茫茫然不知如何下手. 由于应用题的范围很广

泛，牵涉的知识内容很多，因此在列方程时，还会碰到各种意料不到的困难．后面我们将举出更多的例题来帮助大家解决这方面的问题．为了解决“应用”和便于对题目进行研究，我们根据应用题的内容范围，在下面把它们概略地分成四大类来进行学习．

习 题 1

1．大瓶装药水量为100毫升，小瓶装药水量为50毫升，现有药水7200毫升，共装大、小100瓶．问其中有多少大瓶？多少小瓶？

2．甲种书每册价0.12元，乙种书每册价0.09元．现买两种书共化去4.56元，只知甲种书比乙种书多3册，问甲、乙种书各多少册？

3．甲种零件24个，乙种零件11个，全部共重69.3公斤．已知甲种每个比乙种每个重0.7公斤，问甲、乙两种零件每个重多少公斤？

4．一条管道长200米，由每根长6米及每根长8米的两种管子安装而成，已知共用管子28根，问两种不同长度的管子各用了多少根？

5．今有5分及2分两种硬币共若干个．其中2分硬币的个数比5分的多7个，但钱数却少0.22元．问两种硬币各多少个？

二、一般应用题

例一：社员王大爷家里原有猪 4 头，他积极发展养猪副业，一年后，共有猪 16 头．问王大爷家里猪的年增长率是多少？

这个题目虽然很简单，但是如果不知道什么是“年增长率”，方程便无法列出．因此，要想解这一类题目就必须掌握这方面的知识．

王大爷原有猪 4 头，一年后（即经过了一年，到第二年），猪数成了 16 头．可见这一年中，王大爷家里的猪增加了 16 − 4 = 12 头（这里减去 4 头是因为这是原有的，不在增加的数目内）。

习惯上把原有的数量（4 头）称为母数，增加的数量（12 头）称为子数．第二年的总数量（16 头）则称为母子和．它们之间的关系是

$$\text{母数} + \text{子数} = \text{母子和}.$$

增加的 12 头（子数）是多还是少？单就这 12 头来说是难以说清的，只有通过比较才知道，和什么来比较呢？通常总是和母数来比较，因为这样才能看出这子数的大小．把子数 12 头和母数 4 头一比（即子数除以母数），立即可以看出这增加的数量达到什么程度．这个增加的程度就叫“增长率”，也就是题目中间的那个增长率．又因为它是按一年的时间计算增长程度的，所以又称“年增长率”．既然

$$增长率=\frac{子数}{母数},$$

那么，子数便等于：

$$子数=母数\times增长率.$$

12和4比，是以4作为比较的标准，写成12/4（这看成是12:4，12除以4或4分之12都可以），结果是3.

在统计工作中，这些增长率等习惯上都要求用%数表示．这是要求写成一个分母为100的分数形式，而且分母100还特别写成%的形状，放在分子的旁边．这样，将3写成%数便是.

$$3=\frac{300}{100}=300\%.$$

同时可看出：要把一个数写成%数，只要将这个数放大为100倍（即乘100），再在旁边写上%符号便是.

了解这些知识以后，现在来列这个题目的方程便不难了.

原题问王大爷家里猪的年增长率是多少，即是问：一年内猪的"增长数"达到了原数的多少倍，或者问：增加了百分之多少？

设年增长率为 x，则增加的头数便是 $4x$（即子数等于母数乘增长率）．根据母数＋子数＝母子和的关系列方程

$$4+4x=16,$$

解得 $$x=3.$$

答：年增长率为3倍，即300%.

下面我们联系这个题目再谈几点：

一、两个相同的量进行比较（譬如这里是头与头相比），

都没有单位，只有比值.

习惯上有三种表示比值大小的方式：

1. 用倍数表示. 以 1 为基数，每逢 1 就叫 1 倍.

2. 用成数表示. 以 0.1 为基数，每逢 0.1 就叫 1 成.

3. 用%数表示. 以 0.01 为基数，每逢 0.01 就叫 1 %.

下面列举几个比值，分别用上述三种方式来表示：

比　值	倍数表示	成数表示	%数表示
12	12倍	(120成)	1200%
3.2	3.2 倍	(32成)	320%
0.7	(0.7 倍)	7成	70%
0.05	(0.05 倍)	(0.5 成)	5%

注：(　)内的说法习惯上不采用

二、两个量比较，对其结果大体上有两种说法. 举例说明如下：

1. 甲量是乙量(比较的标准量)的 2 倍，即甲量等于乙量的 2 倍.

2. 甲量比乙量(比较的标准量)大 2 倍，即甲量等于乙量的 3 倍. 因为“大 2 倍”是指大过标准量的部分是 2 倍，可见甲量实际上是比较的标准量(乙量)的 3 倍（大过的 2 倍加上它本身的 1 倍).

为了搞清这个问题，下面再列举一些经常碰到的说法，并指出它们的意义及相等关系(见下页)：

三、我们把原方程 $4+4x=16$ 左边提出公因子 4，改写成